



普通高等教育“十三五”规划教材

医学物理学 (下册)

主 编 孟燕军 秦瑞平
副主编 杨海波 赵瑞斌



科学出版社

普通高等教育“十三五”规划教材

医学物理学

(下册)



主 编 孟燕军 秦瑞平
副主编 杨海波 赵瑞斌

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理学基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》，结合医学院校的学生特点，融汇多年教学经验并采纳先进教学理念编写而成的。本书科学系统地讲述物理学的基本理论、分析方法及医学应用，本书特别注重物理学在医学中的应用，通过大量应用实例，教授可使学生受益终身的、用途广泛的解决问题的方法，培养学生分析问题、建立模型、完成求解、用物理方法研究医学问题的能力。

本书适合普通高等院校基础、临床、预防、口腔医学类专业学生学习使用，也可供相关专业技术人员参考使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

医学物理学：全2册 / 孟燕军，秦瑞平主编. —北京：科学出版社，2016.8
普通高等教育“十三五”规划教材
ISBN 978-7-03-049292-0

I. ①医… II. ①孟…②秦… III. ①医用物理学—高等学校—教材 IV. ①R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 146545 号

责任编辑：昌盛 王 刚 / 责任校对：邹慧卿

责任印制：白 洋 / 封面设计：迷底书装

科学出版社出版

北就东黄城根北街16号

邮政编码100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016年8月第 一 版 开本：787×1092 1/16

2016年8月第一次印刷 印张：25 1/2

字数：578 000

定价：79.00 元（含上、下册）

（如有印装质量问题，我社负责调换）

全国高等学校教材

供基础、临床、预防、口腔医学类专业用

《医学物理学》编辑委员会

主 编：孟燕军 秦瑞平

副 主 编：杨海波 赵瑞斌

编 委：孟燕军 田 会 吴艳茹

杨海波 张 晶 赵瑞斌

（河北医科大学）

李敬玉

（河北医科大学附属第一医院）

付凯亮 毛天杰 秦瑞平

宋登浩 张秀梅 宗会迁

（河北医科大学附属第二医院）

刘晓静

（河北师范大学）

许龙飞

（河北大学）

题库制作：乔丽华

视频制作：池子强 郝晨汝 盖彦卫

刘晓群 王 巍

前言

物理学是研究物质的结构和相互作用及其运动规律的一门基础学科，是当今众多技术发展的基石，将物理学的基本原理及方法应用于人类疾病预防、诊断、治疗和保健等临床医学研究过程中，逐渐形成了医学物理学这门交叉学科。

关于物理学与生命科学的交叉研究由来已久，且成绩斐然：17 世纪德国科舍儿 (A.Kircher) 研究了动物发光现象；同一时期，荷兰列文虎克 (Antoni van Leeuwenhoek) 用自制显微镜第一次观察到活的细菌。1895 年伦琴 (Wilhelm Röntgen) 发现 X 射线并应用于医学与治疗，建立放射诊断学，获得了首届诺贝尔物理学奖。克里克 (Crick) 和沃森 (Watson) 利用 X 射线衍射技术测定了 DNA 的双螺旋结构及其对生物中信息传递的重要性，获得了 1962 年诺贝尔生理学或医学奖，从此遗传学和生物学都从细胞阶段进入了分子研究水平。塔夫斯大学科尔麦克 (Allan M.Cormack) 创立了计算机辅助的断层扫描的重建图像理论和技术，为数字影像学的发展开辟了道路，获得了 1979 年诺贝尔生理学或医学奖。英国剑桥大学物理学家克卢格 (Klug) 通过晶体的电子显微术测定生物物质的结构，阐明了核酸蛋白的结构和遗传机制，获得了 1982 年诺贝尔化学奖。在医学领域许多重大成果及新技术原始创新的过程中，物理科学的研究成果及技术都发挥了重要作用。

一切生命现象都是物质与运动的产物，生命现象属于物质的高级运动形式，这些过程正是物理学研究的对象，也是物理学最有优势的地方，因此物理学能为医学研究提供方法和技术并开辟许多新的研究途径。只有掌握了物理学基本原理，才能全面了解人体及其运动过程。早在 1943 年薛定谔 (Schrödinger) 在爱尔兰都柏林“生命是什么”的著名演说中就预言了将物理学应用于生命科学将会开辟生命科学研究的新纪元，指出了生命问题最终需要通过物理科学说明，且很可能从生物学研究发现新的物理定律。他提出了基因的“跃迁式”突变，认为基因既稳定又能突变，只能用量子论中能级的离散性和量子跃迁的突发性来说明，基因的变化是生物大分子同分异构体之间的量子跃迁，其间的能量阈值保证了基因在室温下的稳定性。另外，X 射线诱发的突变遗传的机制同量子论的基础也是密切相关的。

目前人类正面临着癌症以及各种心血管疾病的严重威胁，早期诊断、准确诊断、精确治疗就必须借助先进的现代医学影像诊断和治疗设备，如 X 射线成像、磁共振成像、放射性追踪、激光手术、速读温度计、心导管术、超声波扫描图、起搏器、光纤引导下的显微手术、超声波牙钻和放射性治疗等。在这些技术领域中，各种仪器装置工作原理的正确解释都必须借助于物理学知识。通

过学习物理可以更好地掌握普遍使用的技能,诸如逻辑推理与分析、解决问题、作简化假设、建立数学模型、采用有效近似以及给出精确定义等技能.可以肯定物理学将在更高层次上推动医学的发展,物理学自身也会在与生命科学的结合中得到不断的进步.

本书具有以下特点:

介绍学习其他课程和未来工作中必须具备的基本物理概念,强调物理学是认识世界的工具;教授一些用途广泛的解决问题的方法.

本书基于我国医学物理教育研究的成果,突出体现了以医科学生为本的教育理念,教材首先通过对实验模型详细的讲述,引导学生认识其普遍的物理规律,再进一步通过医学最新科技进展与学习内容有机结合以及有趣、丰富的应用实例的来激发并培养学生的学习兴趣.

在内容安排上,作者舍去了一些公式的证明,侧重于讲述医学物理学在生物生命科学、机械、运动及日常生活等方面的应用.作者借助引人入胜的应用实例,向学生展示了医学物理学对于了解自然界和人类自身的重要作用.

借助 APP 平台,建立全方位立体化的医学物理学资源库,包括习题库及解答,课堂难点重点知识讲解视频,医学物理实验视频教学等,实现教师和学生及时互动,答疑解惑.

本书的编者都是长期从事医学物理课程教学及临床工作的教师和专家,本书是他们多年教学实践经验的总结.本书题库的制作整理工作由乔丽华老师完成,视频设计录制由郝晨汝、池子强老师完成,剪辑等后期处理由刘晓群、王巍、盖彦卫老师完成,在此向他们表示由衷的感谢.诚挚地欢迎每一位读者对本书不当之处提出宝贵意见.

孟燕军

2016年7月1日

目 录



前 言

第 8 章 电磁现象

8.1 恒定磁场 磁场的生物效应	2
8.1.1 磁场 磁感应强度	2
8.1.2 磁场中的高斯定理	4
8.1.3 电流的磁效应	5
8.1.4 安培环路定理及其应用	8
8.1.5 磁场对运动电荷和电流的作用	10
8.1.6 磁介质	15
8.1.7 磁场的生物效应	18
8.2 电磁感应 电磁场理论	20
8.2.1 法拉第电磁感应定律	20
8.2.2 楞次定律	22
8.2.3 动生电动势和感生电动势	23
8.2.4 自感与互感	25
8.2.5 位移电流 麦克斯韦方程组	29
8.2.6 电磁场对生物体的作用	32
习题 8	33

第 9 章 几何光学

9.1 几何光学的基本定律	38
9.1.1 光的直线传播定律	38
9.1.2 光的独立传播定律	39
9.1.3 光的反射定律	39
9.1.4 光的折射定律	39
9.2 球面折射	41
9.2.1 单球面折射物像公式	41
9.2.2 符号规则	42
9.2.3 单球面折射的高斯公式	43
9.2.4 共轴球面系统	44
9.3 透镜	46
9.3.1 薄透镜	46
9.3.2 薄透镜组合	48
9.3.3 柱面透镜	51
9.3.4 透镜的像差	51

9.4 眼睛	52
9.4.1 眼睛的光学结构	52
9.4.2 人眼的调节	53
9.4.3 眼睛的分辨本领 视力	54
9.4.4 眼睛的屈光不正及矫正	56
习题 9	60

第 10 章 波动光学

10.1 光的干涉	62
10.1.1 相干光	62
10.1.2 光程、光程差和相位差	63
10.1.3 杨氏双缝干涉实验	63
10.1.4 劳埃德镜实验	66
10.1.5 薄膜干涉	67
10.2 光的衍射	69
10.2.1 单缝衍射	70
10.2.2 圆孔衍射	73
10.2.3 光栅衍射	74
10.3 光的偏振	76
10.3.1 自然光和偏振光	76
10.3.2 马吕斯定律	77
10.3.3 布儒斯特定律	78
10.3.4 物质的旋光	79
习题 10	80

第 11 章 量子力学基础

11.1 热辐射和普朗克能量量子化假设	82
11.1.1 热辐射	82
11.1.2 黑体辐射实验	83
11.1.3 普朗克能量量子化假设	85
11.2 光的波粒二象性	85
11.2.1 光电效应	85
11.2.2 康普顿效应	90
11.3 氢原子光谱和玻尔理论	93
11.3.1 氢原子光谱	93
11.3.2 玻尔的氢原子理论	95

11.4 物质波和物质波的波动性质	96
11.4.1 德布罗意物质波	96
11.4.2 不确定关系	100
11.5 激光及其医学应用	101
11.5.1 激光及激光器	101
11.5.2 激光的医学应用	106
习题 11	111

第 12 章 X 射线

12.1 X 射线的产生	114
12.1.1 X 射线的产生装置	114
12.1.2 X 射线的硬度和强度	116
12.2 X 射线谱	117
12.2.1 连续 X 射线谱	117
12.2.2 标识 X 射线谱	119
12.3 X 射线的基本性质	121
12.3.1 X 射线的基本性质	121
12.3.2 X 射线的衍射	122
12.4 物质对 X 射线的衰减规律	124
12.4.1 单色 X 射线的衰减规律	124
12.4.2 质量衰减系数与原子序数、 波长的关系	126
12.4.3 X 射线的硬化和滤过	127
12.5 X 射线在临床上的应用	127
12.5.1 X 射线成像	127
12.5.2 X 射线成像技术	130
12.5.3 其它 X 线应用技术	132
12.5.4 X 射线防护	135
习题 12	135

第 13 章 原子核和放射性

13.1 原子核的结构和性质	138
13.1.1 原子核的组成	138
13.1.2 核磁共振基本原理	139
13.1.3 质量亏损和原子核的结合能	141
13.2 原子核的放射衰变	143
13.2.1 α 衰变	143
13.2.2 β 衰变	144
13.2.3 γ 衰变和内转换	145

13.3 放射性物质的衰变规律	146
13.3.1 衰变定律	146
13.3.2 半衰期和平均寿命	146
13.3.3 生物体内衰变规律	147
13.3.4 放射性活度	148
13.3.5 放射性平衡	148
13.4 放射性核素的剂量和防护	149
13.4.1 辐射剂量	149
13.4.2 辐射防护	150
13.5 射线在核医学诊断和治疗中的应用	151
13.5.1 γ 射线的探测	151
13.5.2 SPECT 和 PET 显像的临床 诊断应用	156
13.5.3 β 射线在核医学治疗中的 应用	161
习题 13	163

第 14 章 磁共振

14.1 磁共振成像的物理学基础	166
14.1.1 原子的自旋与核磁	166
14.1.2 核磁矩在静磁场中的进动	166
14.1.3 磁共振现象	168
14.2 磁共振成像系统的硬件构成	170
14.2.1 主磁体类型	171
14.2.2 梯度系统	172
14.2.3 射频系统	174
14.2.4 计算机系统及其他辅助设施	175
14.3 磁共振成像技术在临床上的应用	177
14.3.1 磁共振成像特点及禁忌症	177
14.3.2 磁共振成像技术临床应用简介	177
14.4 磁共振成像系统的安全性和 生物学效应	184
14.4.1 磁共振成像系统的安全性	184
14.4.2 磁共振成像的生物学效应	186

参考答案

参考文献



太阳风进入地磁场和大气作用产生的美丽极光

第8章 电磁现象

早在几千年前，人类就已经观察到磁现象。在磁学领域我们的祖先做出了很大的贡献。春秋战国时期，随着冶铁业的发展以及铁器的应用，对天然磁石就有了一定的认识。同时，我国也是最早发现磁现象并利用磁现象制作指南针、发现地磁偏角的国家，在磁学的发展史上写下了光辉的一页。人类发现磁现象虽然比电现象早得多，但直到19世纪才真正发现了磁现象和电现象之间的联系，这一发现揭开了研究电磁本质的序幕。1819年丹麦物理学家**奥斯特**（Hans Christian Oersted, 1777 ~ 1851）发现电流周围存在着磁场，开创了物理学史上电磁学研究的新纪元。1820年法国物理学家安培发现放在磁铁附近的载流导线以及载流导线之间或载流线圈之间也会受到磁力的作用而发生运动，这些实验事实都表明磁现象与运动电荷之间有着密切的联系。1822年安培提出了著名的分子电流假说（molecular current hypothesis），认为一切磁现象都源于电荷的运动。物质磁性的本质是在磁性物质分子中都有回路电流，称为分子电流。1831年英国物理学家**法拉第**（Michael Faraday, 1791 ~ 1867）发现电磁感应现象，迈出了人类对电磁场统一性认识的关键性一步，将人类社会由蒸汽时代带入了电气化时代。1862年英国物理学家**麦克斯韦**（James Clerk Maxwell, 1831 ~ 1879）建立了表达电磁场基本定律的四元方程组并且预言了电磁波的存在，揭示了光与电磁波的本质联系。

8.1 恒定磁场 磁场的生物效应

8.1.1 磁场 磁感应强度

1. 磁场

磁铁吸引铁、钴、镍等物质的性质称为磁性. 磁铁两端磁性强的区域称为磁极, 一端为北极(N极), 一端为南极(S极). 例如悬吊着的磁针, 静止时指南的那个磁极叫做南极, 又叫S极; 指北的那个磁极叫做北极, 又叫N极. 异名磁极相互吸引, 同名磁极相互排斥. 由于天然磁铁的磁性不强, 质地也比较脆, 又不容易加工成各种形状, 所以现在人造磁铁应用很广泛. 人造磁铁主要有磁铁合金、铁氧体和石榴石等, 这些材料普遍应用于计算机以及通信等电子产品和设备中.

静止电荷周围存在电场, 静止电荷之间的相互作用是通过电场来传递的. 和电荷间的相互作用一样, 电流(运动电荷)与电流(运动电荷)之间, 磁铁与磁铁之间, 磁铁与电流(运动电荷)之间的相互作用也是通过场来传递的, 这种场称为**磁场(magnetic field)**. 磁场是一种特殊的物质形态, 磁铁和电流(也包括运动电荷)周围都存在着磁场. 由恒定电流激发的磁场在各处的分布不随时间改变, 这样的磁场叫**恒定磁场(constant magnetic field)**或静磁场. 本章主要研究恒定磁场.

2. 磁感应强度

磁场是存在于运动电荷周围空间除电场之外的另一种特殊形态的物质. 磁场对位于其中的运动电荷有力的作用, 称为**磁场力(magnetic field force)**. 从本质上讲, 运动电荷之间、电流之间、运动电荷(或电流)与磁铁之间、磁极与磁极之间的相互作用, 都可以看成是它们中的任意一个所产生的磁场对另一个施加作用力的结果.

类似于电场中定义电场强度 E , 引入**磁感应强度 B (magnetic induction)**来定量描述磁场的强弱和方向(矢量本应叫“**磁场强度**”, 但由于历史原因, 这个名称已用于 H 矢量). 需把运动试验电荷 q_0 (类同于电场中选用正的带电量很小的点电荷)放入磁场来研究磁场. 但是, 磁场作用在电荷上的力不仅与电荷量的多少有关, 还与电荷运动的速度和方向有关, 所以, 磁场作用在电荷上的力远比电场作用在静止电荷上的力要复杂得多.

运动试验电荷 q_0 在磁场中受力 F 具有以下实验规律:

(1) 试验电荷以同一速度 v 沿不同方向通过磁场中某点 P 时所受到的磁场力的大小不同, 但 F 的方向总是与电荷运动速度 v 的方向垂直, 即磁场力只能改变电荷的运动方向, 不改变其速度的大小;

(2) 当电荷运动速度 v 的方向沿某一特定方向(或其反方向)时, 电荷受到的磁场力为零, 我们定义这两个方向中的一个为磁感应强度 B 的方向(下面有规定);

(3) 在 P 点, 试验电荷沿与上述特定方向垂直的方向运动时, 作用于电荷的磁场力 F 的值最大 (记为 $F_{\max}$), 并且 $F_{\max}$ 与 $q_0 v$ 乘积的大小成正比, 即比值 $\frac{F_{\max}}{q_0 v}$ 是与 q_0, v 无关的确定值。

磁场中任何一点都存在一个与试验电荷无关、有特定方向和确定的比值 $\frac{F_{\max}}{q_0 v}$, 因此, 这个比值反映了磁场在该点的方向和强弱特征, 定义磁场中该点磁感应强度 B 的大小为

$$B = \frac{F_{\max}}{q_0 v} \quad (8-1)$$

B 的方向规定为磁场中某点放小磁针静止时 N 极的指向, 也可用矢量 $F_{\max} \times v$ 的方向来确定 B 的方向, 如图 8-1 所示。

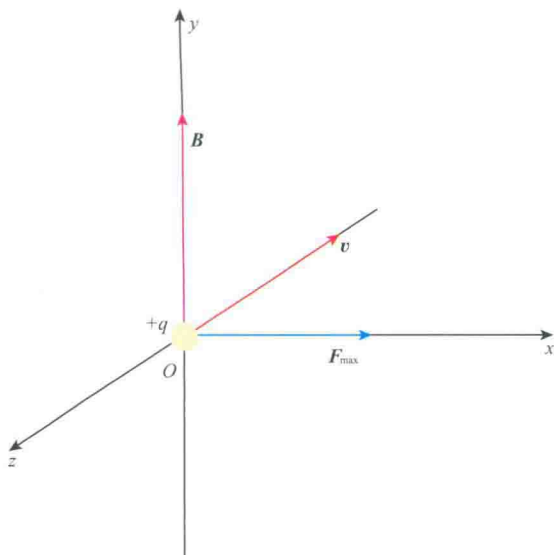


图 8-1 $B, F_{\max}, v$ 的方向

由上述可知, 运动电荷所受磁场力 F 同时垂直于运动电荷的速度 v 和磁感应强度 B , 它们的方向遵循右手螺旋关系, 如图 8-2 所示, 可写成如下矢量式:

$$F = q_0 v \times B \quad (8-2)$$

上式表示运动电荷在磁场中所受到的磁场力, 该力称为洛伦兹力。

在国际单位制中, 磁感应强度 B 的单位是牛顿每安培米 ($N \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}$), 称为特斯拉, 用符号 T 表示, 即 $1 T = 1 N \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}$. 特斯拉是一个相当大的单位, 历史上磁感应强度还用高斯作为单位, 用符号 Gs 表示, $1 Gs = 10^{-4} T$.

地球是一个大磁铁, 南极为 N , 北极为 S , 地球表面的磁感应强度大约为 $5 \times 10^{-5} T$. 实验室产生的强磁场可达 $100 T$. 某些原子核附近的磁场可达 $10^4 T$. 人体内的生物电流激发的磁场非常微弱, 如人脑的磁场, 磁感应强度为 $10^{-12} \sim 10^{-18} T$. 磁疗用的磁片的磁场, 磁感应强度为 $0.15 \sim 0.18 T$.

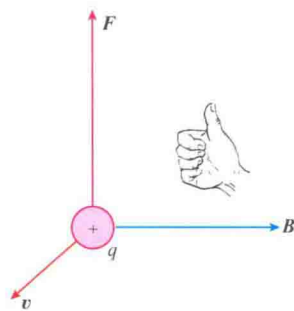


图 8-2 运动电荷在磁场中受洛伦兹力

8.1.2 磁场中的高斯定理

1. 磁感线和磁通量

1) 磁感线

类似于在静电场中用电场线来描述电场的分布,可以引入**磁感线**(**magnetic induction line**)来描述磁场的分布.规定曲线上任一点的切线方向表示该点磁感应强度 B 的方向,通过垂直于磁场方向上单位面积的磁感线条数,在数值上等于该面所在位置的磁感应强度 B 的大小.因此,磁感应强度大的地方,磁感线就密集;磁感应强度小的地方,磁感线就稀疏.如图 8-3 所示,给出了几种典型的载流导线激发的磁场的磁感线分布.

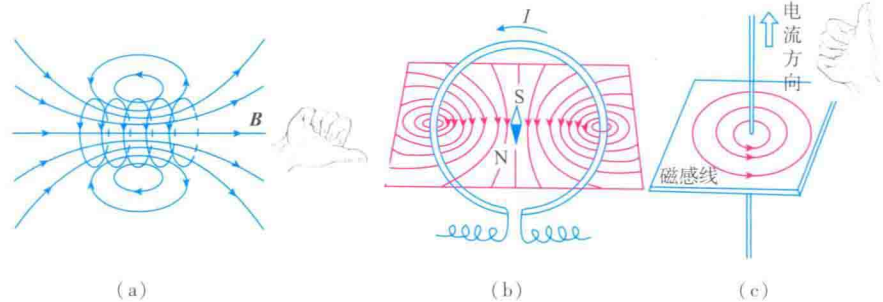


图 8-3 几种典型的载流导线激发磁场的磁感线分布

磁感线具有如下性质:

(1)载流导线周围的磁感线都是围绕电流的无头无尾的闭合曲线,而且磁感线的环绕方向与电流方向构成右手螺旋关系,如图 8-3(a)、(c)所示.

(2)任两条磁感线互不相交.

由此可见,恒定磁场与静电场不同,磁场是无源、有旋场.

2) 磁通量

类似于静电场中引入电通量的方法,在磁场中引入**磁通量**.定义通过磁场中某一曲面的磁感应线总数为该曲面的磁通量(**magnetic flux**),用符号 ϕ_B 表示.如图 8-4 所示,在曲面上任取一面积元 dS , dS 的法线方向 $\hat{e}_n$ 与该点处磁感应强度 B 方向之间的夹角为 θ ,则通过该面积元 dS 的磁通量为

$$d\phi_B = B dS \cos\theta = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$
 (8-3)

通过曲面 S 的磁通量为

$$\phi_B = \int_S d\phi_B = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$
 (8-4)

在国际单位制中,磁通量的单位是**韦伯**(**Wb**).

2. 恒定磁场的高斯定理

对于闭合曲面来说,通常规定面元 dS 的法线方向为由曲面内侧指向外侧,因此通过曲面由内向外穿出的磁通量为正;反之,磁感线由曲面外部穿入内部,磁通量为负.

由于磁感应线为闭合曲线,那么穿入闭合曲面的磁感应线数必然等于

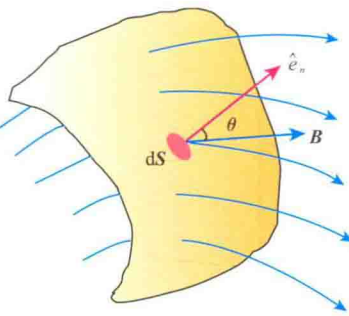


图 8-4 磁通量

穿出该闭合曲面的磁感应线数,也就是说,通过任意闭合曲面的总磁通量必然等于零,即

$$\phi_B = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (8-5)$$

上式称为恒定磁场的高斯定理(Gauss theorem for magnetism).可见,恒定磁场的高斯定理与静电场的高斯定理不同,这反映出磁场和静电场是不同特性的场.激发静电场的场源(电荷)是电场线的源头或尾间,所以静电场是属于发散的场,称为有源场;而磁场的磁感线是无头无尾的闭合线,称为无源场.两个场的高斯定理不对称的根本原因是自然界存在自由的正、负电荷,而不存在磁单极子.

8.1.3 电流的磁效应

1. 毕奥-萨伐尔定律

下面研究在真空中电流与其在周围空间任一点所激发的磁场之间的定量关系.正如在电学部分求解带电体的电场强度时,将带电体分割成许多电荷元 dq ,把带电体的电场看成各个电荷元激发的场强的矢量和一样.为了求得任意线电流在空间所产生的磁感应强度 $\mathbf{B}$,可以把电流看成由无数个**电流元**(current element)连接而成.电流元用矢量 $I d\mathbf{l}$ 表示, $d\mathbf{l}$ 表示在载流导线上沿电流方向所取的线元矢量, I 为导线中的电流.实验指出,电流元 $I d\mathbf{l}$ 在空间任意一点 P 处所产生的磁感应强度 $d\mathbf{B}$ 为

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{e}}_r}{r^2} \quad (8-6)$$

上式即为**毕奥-萨伐尔定律**(Biot-Savart law)的数学表达式.其中 $\mathbf{r}$ 是电流元 $I d\mathbf{l}$ 到 P 点的矢径; $\hat{\mathbf{e}}_r$ 为矢径 $\mathbf{r}$ 的单位矢量; $d\mathbf{B}$ 垂直于电流元矢量 $I d\mathbf{l}$ 和矢径 $\mathbf{r}$ 所决定的平面,方向由电流元矢量 $I d\mathbf{l}$ 经夹角 θ 角(小于 180°)转向矢径 $\mathbf{r}$ 时右手螺旋前进的方向,如图 8-5 所示; μ_0 称为**真空磁导率**(permeability of vacuum),其数值为 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.

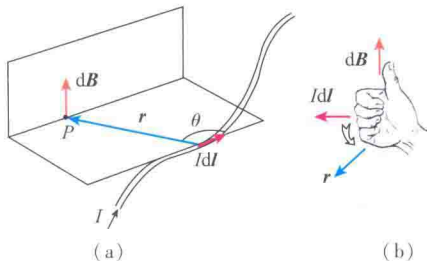


图 8-5 电流元激发磁场的磁感应强度

由电流元的磁场公式(8-6),根据矢量叠加原理,任意电流在空间任意一点 P 处的磁感应强度为

$$\mathbf{B} = \int_L d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{e}}_r}{r^2} \quad (8-7)$$

2. 毕奥-萨伐尔定律的应用

下面将利用毕奥-萨伐尔定律计算某些典型线电流的磁场分布.

1) 载流长直导线的磁场

例题 8-1

设在真空中有一条电流强度为 I 的载流长直导线, 求距离载流导线距离为 a 处 P 点的磁感应强度 B .

解 选取如图 8-6 所示的平面直角坐标系, 载流直导线在 y 轴方向, P 点到 y 轴的垂足为坐标原点 O , P 点到 O 点距离为 a . 在载流直导线上任取一电流元 $I dy \hat{j}$, 该电流元到 P 点距离为 r , 根据毕奥-萨伐尔定律, 该电流元在 P 点所激发磁场的磁感应强度的大小为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dy \sin\theta}{r^2} \quad (8-8)$$

dB 的方向沿 z 轴负方向. 由于所有电流元在 P 点所激发磁场 dB 的方向都一致, 因此载流长直导线在 P 点的磁感应强度 B 的方向沿 z 轴负方向, 其数值为

$$B = \int_L dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I dy \sin\theta}{r^2} \quad (8-9)$$

式中, y, θ, r 均为变量.

由图中可知

$$y = -a \cot\theta, dy = a \csc^2\theta d\theta, r = \frac{a}{\sin\theta}$$

代入式(8-9), 得到

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \quad (8-10)$$

讨论:

(1) 如果载流导线为无限长直导线, 则有

2) 圆电流轴线上的磁场

例题 8-2

求载流圆线圈轴线上一点的磁感应强度. 设一载流圆环线圈, 电流强度为 I , 半径为 R , 如图 8-7 所示.

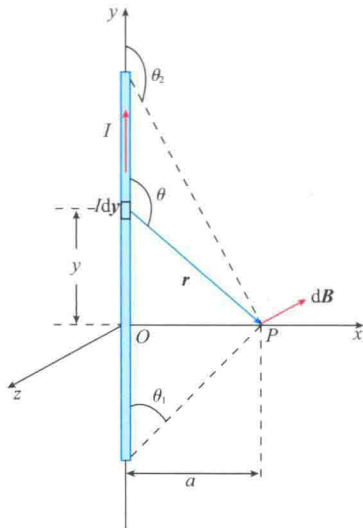


图 8-6 载流长直导线的磁场

$\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi$, 则 P 点处的磁感应强度大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad (8-11)$$

显然, 无限长载流直导线周围的磁场呈轴对称分布.

(2) 若载流导线为半无限长载流长直导线,

$\theta_1 = \frac{\pi}{2}, \theta_2 = \pi$, 则 P 点处的磁感应强度大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \quad (8-12)$$

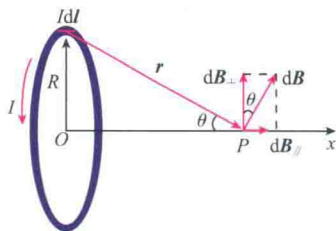


图 8-7 圆电流轴线上的磁感应强度

解 把圆电流的轴线作为 x 轴, 圆心 O 为坐标原点. 在圆电流线圈上任取一电流元 Idl , 对称轴线上任一点 P 到电流元的位置矢量为 r , 电流元在 P 点所激发的磁场为 $d\mathbf{B}$, 显然, $d\mathbf{B}$ 的方向垂直于 $d\mathbf{l}$ 和 $\mathbf{r}$, 即垂直于 $d\mathbf{l}$ 和 $\mathbf{r}$ 组成的平面. 由于 $d\mathbf{l}$ 始终与 $\mathbf{r}$ 垂直, 所以 $d\mathbf{B}$ 的大小为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin 90^\circ}{r^2} = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}$$

将 $d\mathbf{B}$ 分解成平行于轴线的分量 $dB_{//}$ 和垂直于轴线的分量 $dB_{\perp}$, 它们的大小分别为

$$dB_{//} = dB \sin \theta = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} dl, \quad dB_{\perp} = dB \cos \theta$$

式中, θ 是 $\mathbf{r}$ 与 x 轴的夹角.

由于载流圆线圈的轴对称性, 电流元 Idl 与其圆环上正对的 O 点另一侧的电流元激发的磁场对称, 合成后与轴线垂直的分量相互抵消, 所以只需要计算沿轴线方向的磁场分量. 对于整个圆电流, 由于任意直径两端的电流元所激发磁场在垂直于轴线方向上的分量两两抵消, 即 $\int dB_{\perp} = 0$, 所以总磁感应强度 $\mathbf{B}$ 将沿轴线方向, 其大小为

$$\begin{aligned} B &= \int dB_{//} = \oint_L \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} dl = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \oint_L dl = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} 2\pi R \\ &= \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3} = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (8-13)$$

$\mathbf{B}$ 的方向沿 x 轴正方向, 其指向与圆电流的电流流向构成右手螺旋定则.

讨论:

(1) 若 P 点在圆环中心, 即 $x=0$, 则

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (8-14)$$

(2) 若 P 点远离圆电流, 即 $x \gg R$ 时, $x \approx r$, 则轴线上各点的磁感应强度大小为

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2x^3} = \frac{\mu_0 IS}{2\pi r^3} \quad (8-15)$$

与静电场中引入电偶极矩一样, 这里引入磁偶极矩 (magnetic moment) 来描述载流线圈的性质. 定义圆电流的磁偶极矩 $\mathbf{m}$ 为

$$\mathbf{m} = IS\hat{\mathbf{e}}_n \quad (8-16)$$

其中, $\hat{\mathbf{e}}_n$ 为线圈平面面积 S 矢量的正法线方向的单位矢量, 它和线圈中电流方向构成右手螺旋定则, 如图 8-8 所示. 磁矩单位为 $A \cdot m^2$. 因此, 式(8-13)和式(8-15)可分别写成

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (8-17)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi r^3} \quad (8-18)$$

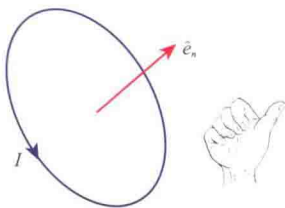


图 8-8 载流线圈的磁矩 $\mathbf{m} = IS\hat{\mathbf{e}}_n$

3) 载流直螺线管轴线上的磁场

例题 8-3

如图 8-9 所示为一载流均匀密绕直螺线管, 管长为 L , 管的半径为 R , 通有电流 I , 单位长度上绕有 n 匝线圈. 计算螺线管内轴线上 P 点的磁感应强度.

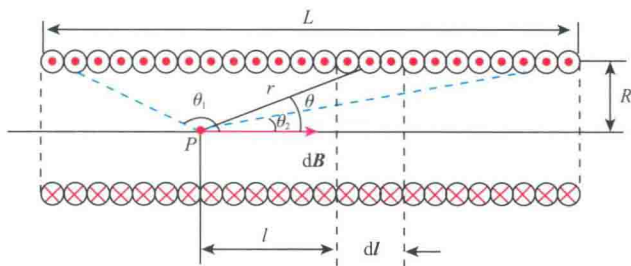


图 8-9 载流直螺线管轴线上的磁场的计算

解 由于螺线管密绕,可以把每匝线圈看成一闭合的圆电流.于是载流直螺线管在轴线上某点 P 处的磁场等于各匝线圈的圆电流在该处磁场的矢量和.

在螺线管上任取一小段 dl ,该小段绕有线圈 $n dl$ 匝,相当于电流为 $I n dl$ 的一个圆电流.应用式(8-13)可得该圆电流在轴线上 P 点所激发的磁感应强度为

$$dB = \frac{\mu_0 R^2 I n dl}{2(R^2 + l^2)^{3/2}}$$

dB 方向沿轴线向右.考虑到螺线管上各小段在 P 点处所产生的磁感应强度的方向相同,故整个螺线管在 P 点处所产生的磁感应强度的大小应为

$$B = \int dB = \int_L \frac{\mu_0 R^2 I n dl}{2(R^2 + l^2)^{3/2}} \quad (8-19)$$

由图中几何关系,有

$$l = R \cot \theta$$

两边取微分得到

$$dl = -R \csc^2 \theta d\theta$$

又

$$R^2 + l^2 = R^2 + R^2 \cot^2 \theta = R^2 \csc^2 \theta$$

代入上式(8-19)得

$$\begin{aligned} B &= -\frac{\mu_0 n I}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{R^3 \csc^2 \theta d\theta}{R^3 \csc^3 \theta} = -\frac{\mu_0 n I}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta \\ &= \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \end{aligned} \quad (8-20)$$

此式给出了载流螺线管轴线上任一点的磁感应强度大小,方向与电流的绕向成右手螺旋定则.若螺线管为无限长,即螺线管的长度较其直径大得多时, $\theta_1 = \pi, \theta_2 = 0$,由上式得

$$B = \mu_0 n I \quad (8-21)$$

即无限长直载流螺线管内部磁场为匀强磁场,方向沿轴线方向与环形电流成右手螺旋关系,螺线管外部磁场为零.

8.1.4 安培环路定理及其应用

1. 安培环路定理

在静电场中,静电场的环路定理是 $\mathbf{E}$ 的环流等于零($\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$),表明静电场是保守力场.由于磁场和静电场的区别,在恒定磁场中,磁感应强度 $\mathbf{B}$ 的环流,即 $\mathbf{B}$ 矢量沿任意闭合曲线的线积分,等于穿过闭合环路所有电流强度代数之和的 μ_0 倍,即

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_{L_{ij}} I \quad (8-22)$$

这就是真空中恒定磁场的环路定理,也称**安培环路定理**(**Ampere circuital theorem**).它表明磁场是非保守力场.

电流的正负规定:当所取回路 L 的绕行方向与电流流向成右手螺旋关系时, I 取正值;相反时, I 取负值.例如,如图8-10所示情况,图(a)中 I_1 为负, I_2 为正;图(b)中 I 不在闭合回路 L_2 内, $\mathbf{B}$ 的环流等于零.

应该说明的是,安培环路定理表达式中右端的 $\sum_{L_{ij}} I$ 是闭合路径 L 所包围电流的代数和,但公式左端的 $\mathbf{B}$ 却是空间所有电流产生的磁感应强度的矢量和,其中也包括不被 L 所包围的电流产生的磁场,只是后者的磁场对沿 L 的 $\mathbf{B}$ 的环路积分无贡献罢了.

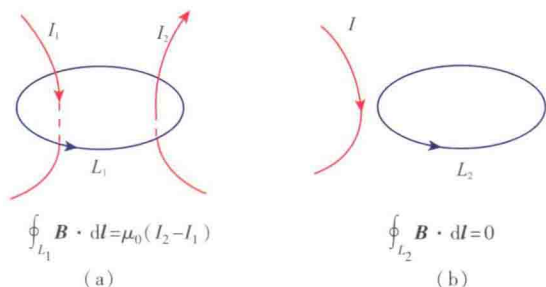


图 8-10 安培环路定理的符号规定

2. 安培环路定理的应用

利用安培环路定理,可以很方便地计算某些具有一定对称性分布的电流周围的磁场分布.正如前面利用静电场的高斯定律计算某些具有对称性的带电体的电场分布一样.一般按照如下步骤:①根据电流的对称性分析磁场分布的对称性;②过场点选择适当的路径,使得 $\mathbf{B}$ 沿此路径的积分易于计算(如 $\mathbf{B}$ 的量值恒定, $\mathbf{B}$ 与 $d\mathbf{l}$ 的夹角处处相等);③求环路积分;④用右手螺旋定则确定所选回路包围电流的正负,最后用安培环路定理计算磁感应强度的数值和方向.下面举例说明.

1) 无限长载流圆柱体的磁场

例题 8-4

求长直圆柱形载流导线内外的磁场.

解 设在半径为 R 的圆柱形导体中,恒定电流 I 沿着轴线方向流动,且电流在截面上分布均匀.若圆柱形导体为无限长,则磁场对圆柱形轴线具有对称性,磁感应线是在垂直于轴线平面内以轴线为中心的同心圆.如图 8-11(b)所示,设场点 P 距圆柱体轴线的垂直距离为 r ,且 $r > R$ 时,通过 P 作半径为 r 的圆,圆面与圆柱体的轴线垂直.由于对称性,在以为 r 半径的圆周上,磁感应强度 $\mathbf{B}$ 的大小相等,方向沿圆周切线方向,故 $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = Bdl$.

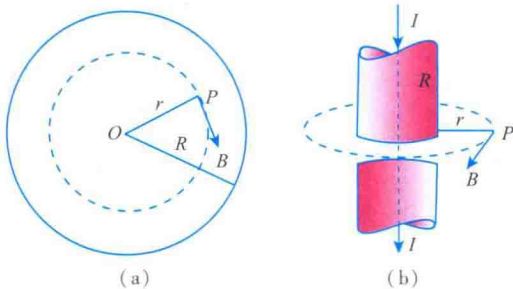


图 8-11 无限长载流圆柱体的磁场

根据安培环路定理有

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint_L B \cdot d\mathbf{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

于是

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (r > R) \quad (8-23)$$

可见,无限长载流圆柱体外的磁感应强度与无限长载流长直导线的磁感应强度是相同的.

下面计算圆柱体内距轴线垂直距离为 r 处($r < R$)的磁感应强度.如图 8-11(a)所示,通过场点 P 作半径为 r 的圆,圆面与圆柱体的轴线垂直.由于磁场的对称性,圆周上各点的磁感应强度大小相等,方向与圆周相切.根据安培环路定理有

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint_L B \cdot d\mathbf{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 \sum_{L_{\text{内}}} I$$

式中, $\sum_{L_{\text{内}}} I$ 是以 r 为半径的圆所包围的电流,即

$$\sum_{L_{\text{内}}} I = \frac{I}{\pi R^2} \pi r^2 = \frac{I r^2}{R^2}, \text{ 于是}$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2}$$

可得无限长圆柱形导体内部磁场分布为

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \quad (r < R) \quad (8-24)$$

可见,在圆柱形导体内部,磁感应强度和离开轴线的距离 r 成正比.