



高等院校“十三五”应用型规划教材·土木工程专业

材料力学

主编 苏振超 薛艳霞 游春华



- ◆ 习题答案
- ◆ 试题模拟
- ◆ 互动交流



南京大学出版社





高等院校“十三五”应用

专业

材料力学

主 编 苏振超 薛艳霞 游春华
副主编 刘清颖 王新征 黄艳丽

 南京大学出版社

内容简介

本书依据教育部高等学校力学教学指导委员会制定的《材料力学课程教学基本要求》(A类),在总结长期从事材料力学教学工作经验和课程改革成果的基础上编写而成。全书共10章,依次为绪论、轴向拉伸与压缩、扭转与剪切、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态分析及强度理论、组合变形、压杆稳定、动荷载及交变应力,另有附录。本书内容讲解透彻,针对读者学习中的疑惑,给出有启发意义的提示、说明或思考方法。每章后均有比较多、难易不等的思考题和习题,并以二维码的形式给出习题的参考答案、客观思考题和五套模拟试卷及其参考答案,以用于巩固和提高。

本书可作为高等学校工科本科土木类、水利类、机械类等专业的材料力学教材,也可作为其他专业学习材料力学的参考书、相关工程技术人员的自学用书或研究生入学考试的复习用书等。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/苏振超,薛艳霞,游春华主编. —南京
南京大学出版社, 2017. 9

高等院校“十三五”应用型规划教材. 土木工程专业
ISBN 978-7-305-18566-3

I. ①材… II. ①苏… ②薛… ③游… III. ①材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 097034 号

出版发行 南京大学出版社

社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093

出版人 金鑫荣

丛 书 名 高等院校“十三五”应用型规划教材. 土木工程专业

书 名 材料力学

主 编 苏振超 薛艳霞 游春华

责任编辑 姚 燕 刘 灿 编辑热线 025-83597482

照 排 南京理工大学资产经营有限公司

印 刷 丹阳市兴华印刷厂

开 本 787×1092 1/16 印张 22 字数 589 千

版 次 2017 年 9 月第 1 版 2017 年 9 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-305-18566-3

定 价 49.80 元

网 址: <http://www.njupco.com>

官方微博: <http://weibo.com/njupco>

官方微信号: njupress

销售咨询热线: (025)83594756

* 版权所有,侵权必究

* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购
图书销售部门联系调换

前 言

材料力学对于土建类、机械类、水利类等很多工科专业是一门极其重要的专业基础课程,后续很多专业技术课程都有材料力学的重要应用,并且也是很多工科专业考研的专业课程之一,在课程体系的规划中受到广泛重视。本教材的编写,考虑到多个专业的不同需要、教学对象的不同层次、教学计划的不同课时等问题,按照由浅入深、循序渐进的原则,在强调基本概念、基本原理的同时,加强材料力学的理论和方法的应用。课后习题既包含简单的练习以掌握基础知识,也包含一些比较灵活的问题以提高解决实际问题的能力,所以本教材可作为各类本科教育的教学用书,也可作为工程技术人员的自学用书或研究生入学考试的复习用书等。

本书是在作者们长期从事材料力学课程教学工作经验基础上,参照教育部高等学校力学教学指导委员会制定的《材料力学课程教学基本要求》(A类)撰写而成。本教材沿用了传统的材料力学教学体系,主要特点有:(1)在轴向拉压、扭转和平面弯曲的内力分析中,均引入分布荷载与内力之间的微分和积分关系,这样使得各基本变形的章节中内力之间有更明确的对应关系,也使学生在学习内力相关内容时有更深入的理解。(2)强调变形的计算方法,因为很多材料力学的问题都与变形有关。特别是梁的变形计算,强化了叠加法的应用,将叠加法中的一些技巧进行归纳总结,以便于学生理解和掌握。(3)强化了与后续结构力学课程的衔接,例如梁的内力图的画法,正文中还包含了多跨静定梁、静定平面刚架的内力图等内容。(4)除课程指导委员会要求的教学基本内容之外,还涉及一些专题部分的内容,例如薄壁截面直杆的自由扭转,非对称纯弯曲的概念,组合梁,塑性铰与极限荷载的概念,应变状态分析,动荷载和疲劳强度等都都有所涉及,这些内容对于深入理解基础理论、扩展学生的视野、解决实际工程问题都很有帮助。这些内容可以根据课时的多少由老师自行安排,或者给学生自学,不会影响后续内容的学习。(5)在附录中简单介绍了材料力学课程教学软件 MDSolids 的应用,希望通过对该软件的使用提高学生对材料力学课程的兴趣,并了解一些专业词汇的英文表达。(6)以二维码的形式提供习题答案和客观思考题,并可以对客观思考题在线互动解答。同时提供五套难度不同的材料力学模拟试题,并提供参考答案,供读者检查学习效果。(7)本书在编写过程中,坚持以学生为中心的理念,以有效教学、激发学生的积极思维为导向,在正文中及例题后附加的【说明】、【评注】、【思考】等环节,加强学生思维能力以及提出和分析问题能力的培养,力求做到使学生的知识与能力协调发展,理论与实际相结合。作者相信,只有引导学生不断提出新的问题,才能激发学习兴趣,才能学好材料力学。

本书在实际授课时,教师可以按照不同课时进行组合讲授。这里给出参考意见如下:对于 36 课时左右的课程,建议讲授第一至六章(除去带星号部分)的基本内容;对于 48~52 课时的课程,建议讲授第一至八章(除去带星号部分)的基本内容;对于 64~72 课时的课程,建议讲授

第一至九章(含带星号部分)的内容;对于 80 课时以上的课程,建议讲授本书全部内容(含带星号部分)。

本书由苏振超、薛艳霞、游春华担任主编,刘清颖、王新征、黄艳丽担任副主编,编写分工如下:苏振超编写第一章、第九章及所有附录和二维码对应的内容,薛艳霞编写第五章、第六章、第十章,游春华编写第三章,刘清颖、薛艳霞共同编写第七章,王新征编写第四章、第八章,黄艳丽、薛艳霞共同编写第二章。全书由苏振超负责规划并统稿,薛艳霞协助统稿并绘制所有线图。

本教材在编写过程中得到了厦门大学嘉庚学院、湖南工学院、南阳师范学院、福州外语外贸学院、西安培华学院、厦门大学等学校诸多教师的帮助,并且参考、引用了很多国内外优秀材料力学教材的内容,在此向这些学校有关老师以及参考教材的作者们致以诚挚的谢意!本书第一主编对厦门大学嘉庚学院及土木工程系的领导在写作过程中所提供的良好条件和帮助深表感谢!对其他作者所在学校领导在本书编写过程中给予的关心和帮助表示感谢!

限于作者的水平,书中定有疏漏或错误之处,敬请广大教师和读者批评指正。

编者

2017年6月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 材料力学的任务与研究对象	1
1.2 材料力学的基本假设	4
1.3 外力、内力与截面法	5
1.4 应力、应变与胡克定律	8
1.5 杆件的基本变形与材料力学方法	15
习 题	18
第 2 章 轴向拉伸与压缩	20
2.1 拉、压杆件的内力	20
2.2 拉、压杆件的应力	23
2.3 拉、压杆件的变形	29
2.4 拉、压杆件的应变能	36
2.5 材料的力学性能	37
2.6 拉、压杆件的强度条件	45
2.7 拉、压杆件的超静定问题	48
2.8 应力集中的概念	57
习 题	58
第 3 章 扭转与剪切	65
3.1 受扭杆件的内力	65
3.2 圆轴的扭转切应力	69
3.3 圆轴扭转的强度与刚度条件	74
3.4 圆轴扭转时的应变能	79
3.5 圆轴扭转的超静定问题	82
* 3.6 非圆截面杆的扭转	84
3.7 剪切与挤压的实用计算	91
习 题	97
第 4 章 弯曲内力	104
4.1 概述	104
4.2 剪力和弯矩	106
4.3 剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图	110
4.4 弯矩、剪力与荷载集度之间的关系及其应用	115

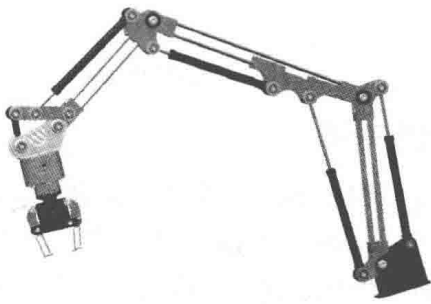
4.5	用叠加法作弯矩图	121
4.6	静定平面刚架和曲杆的内力	123
	习 题	127
第 5 章	弯曲应力	133
5.1	概述	133
5.2	纯弯曲时横截面上的正应力	133
5.3	横力弯曲时横截面上的正应力 正应力强度条件	137
5.4	梁的弯曲切应力及强度条件	141
*5.5	非对称截面梁的平面弯曲 开口薄壁杆件的弯曲中心	153
5.6	提高梁强度的措施	156
*5.7	组合梁	159
*5.8	梁的弹塑性弯曲	164
	习 题	167
第 6 章	弯曲变形	173
6.1	弯曲变形的基本概念	173
6.2	梁的挠曲线近似微分方程及其积分	174
6.3	用叠加法求梁的位移 梁的刚度条件	181
6.4	梁的弯曲应变能	188
6.5	简单超静定梁	190
6.6	梁的刚度条件与合理刚度设计	193
	习 题	195
第 7 章	应力状态分析及强度理论	200
7.1	应力状态的概念及其分类	200
7.2	平面应力状态分析	201
*7.3	平面应变状态分析	208
7.4	空间应力状态分析	213
7.5	广义胡克定律	215
7.6	平面应力状态的电测实验应力分析	218
7.7	空间应力状态下的应变能	220
7.8	强度理论及其应用	222
	习 题	230
第 8 章	组合变形	236
8.1	概述	236
8.2	梁的斜弯曲	236
8.3	拉压与弯曲的组合受力	240
8.4	弯曲与扭转的组合受力	245

习 题	250
第 9 章 压杆稳定	256
9.1 压杆稳定的概念	256
9.2 细长压杆的临界力	258
9.3 压杆的临界应力	268
9.4 压杆的稳定计算	273
9.5 提高压杆稳定性的措施	282
习 题	283
第 10 章 动荷载及交变应力	288
10.1 概述	288
10.2 惯性力问题	288
10.3 构件受冲击荷载作用时的应力和变形计算	290
10.4 交变应力与疲劳破坏	295
10.5 交变应力与材料的疲劳极限	296
10.6 影响构件疲劳极限的主要因素	298
10.7 交变应力作用下构件的疲劳强度计算	301
10.8 变幅交变应力与累计损伤理论简介	306
习 题	308
附录 I 截面的几何性质	313
I.1 截面的静矩	313
I.2 惯性矩、惯性积和惯性半径	313
I.3 平行移轴公式	317
I.4 转轴公式 主惯性轴和主惯性矩	318
附录 II MDSolids 软件的应用简介	324
II.1 简介	324
II.2 题目 1—静定梁的内力图	325
II.3 题目 2—静定梁的变形计算	326
附录 III 简单荷载作用下梁的挠度和转角	329
附录 IV 型钢表	343
参考文献	344

第 1 章 绪 论

1.1 材料力学的任务与研究对象

各种机械与结构在工程实际中都有广泛应用,如图 1-1(a)所示的机械手臂,图 1-1(b)所示的钢结构,图 1-1(c)所示的厦门海沧大桥,图 1-1(d)所示的框架结构等。组成这些机械与结构的零部件,统称为**构件**。当机械与结构工作时,构件受到外力作用,同时,其尺寸与形状也发生改变。构件尺寸与形状的变化,称为**变形**。构件的变形分为两类:一类为外力解除后能消失的变形,称为**弹性变形**;另一类为外力解除后不能消失的变形,称为**塑性变形**或**残余变形**。



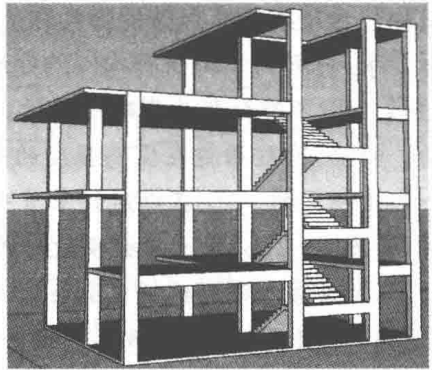
(a) 机械手臂



(b) 钢结构厂房



(c) 厦门海沧大桥



(d) 框架结构

图 1-1 各类机械或结构(图片来自百度图片)

1.1.1 材料力学的任务

材料力学是研究工程构件承载能力的基础性学科,也是固体力学中具有入门性质的分支。它主要以一维构件(杆件)作为研究对象,定量研究构件内部在各类变形形式下的力学规律,以便选择适当的材料,确定恰当的形状尺寸,在保证构件能够承受预定荷载的前提下为设计既安

全又经济的构件提供必要的理论基础、计算方法和实验技能。

各类工程构件要能够正常工作,需满足强度、刚度和稳定性三个方面的要求。

所谓**强度**,是指构件或结构抵抗破坏的能力。在一定的外荷载作用下,某些构件可能会在局部产生裂纹,裂纹扩展可能导致构件的断裂;而有些构件虽没有裂纹产生,但可能在局部产生较大的不可恢复变形,导致整个构件失去承载能力。这些现象都是工程构件应该避免的。一方面,需要对各类工程材料的力学性能加以研究、分析和比较,把各类材料应用于最适合的场合。例如,用钢制构件替代木制构件,就能够提高构件的强度。另一方面,采用更加合理的结构形式,而不替换材料,不增加材料用量,也能提高结构的强度。例如图 1-2 所示的矩形截面悬臂梁,仅仅将构件的放置方向改变一下,就提高了构件抵抗破坏的能力。因此,在材料力学中,将全面考虑影响构件强度的各种因素,并加以定量分析,从而能够采取更为合理而可靠的措施来提高构件的强度。

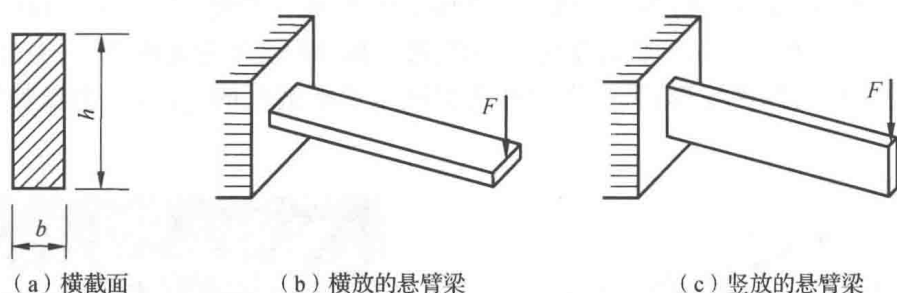


图 1-2 悬臂梁的强度与刚度

所谓**刚度**,是指构件或结构抵抗变形的能力。许多构件都需要满足一定的变形要求。例如在精密仪器的加工中,车床主轴如果变形过大,会严重影响加工精度,次品率大幅上升;超高层建筑在风荷载作用下,如果产生太大的变形和晃动,会使住户产生不适感甚至恐慌感。所以工程中常常需要提高结构或构件的刚度。另一方面,构件的刚度要与使用要求相适应,例如跳水运动员往往希望跳板有足够的弹性和适当的变形量,以便能发挥出更高的水平。针对工程中的实际要求,材料力学将研究构件的变形形式和影响因素,讨论控制构件变形的相关措施。

【注意】 ① 不能把强度和刚度混淆,认为提高构件强度的同时也必然提高其刚度是不一定正确的。的确,有些措施在提高强度的同时也提高了刚度。但即使是这样,它们在数量关系上也不一定是相同的。② 在以后的章节中读者会看到,对于截面宽度为 b ,高度为 $h=3b$ 的矩形截面梁,若图 1-2(b)所示的梁横放形式变为图 1-2(c)所示的竖放形式,则在同样的强度条件要求下,允许施加的荷载提高到 $h/b=3$ 倍;而在同样的刚度条件要求下,允许施加的荷载提高到 $(h/b)^2=9$ 倍。③ 在不改变其他条件的前提下,用高强度的合金钢材代替普通钢材,可以有效提高构件的强度,却不能有效提高其刚度。因此,强度和刚度是完全不同的两个概念。

由图 1-2 可看出,如果荷载沿竖直方向作用,提高构件截面的高宽比 h/b ,有助于提高其强度和刚度。但是,过大的高宽比却可能产生如图 1-3 所示的另外一类情况。当外荷载不是很大时,悬臂梁保持着仅在竖直平面内发生弯曲的平衡状态,如图 1-3(a)所示。但是当荷载逐渐增大,大到一定数值时,原有的平衡状态变得很不稳定了,极易转为图 1-3(b)的状态。这种情况称作失稳。图 1-4(a)中的压杆也存在着类似的情况。工程结构或构件应该有足够的保持原有平衡状态的能力,这就是结构的**稳定性**。材料力学将以图 1-4(a)一类的压杆为例研究各种因素对压杆稳定性的影响。

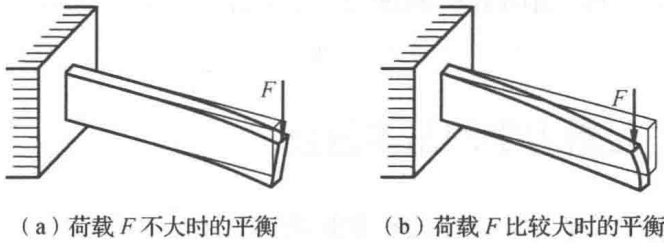


图 1-3 悬臂梁的稳定性

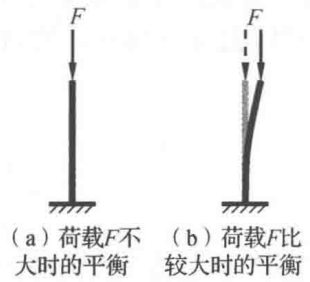


图 1-4 压杆的稳定性

1.1.2 材料力学的研究对象

工程实际中的构件,形状多种多样,按照其几何特征,主要可分为杆件与板件。

如图 1-5 所示,一个方向的尺寸远大于其他两个方向的尺寸的构件,称为杆件。杆件是工程中最常见、最基本的构件。例如图 1-3 所示的悬臂梁与图 1-4 所示的压杆,工程实际中其长度方向的尺寸常常远大于其他两个方向的尺寸,故均为杆件。

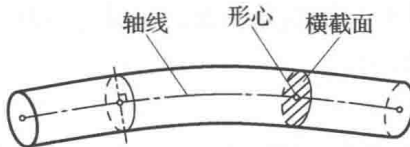


图 1-5 杆件

杆件的形状与尺寸由其轴线与横截面确定,轴线通过横截面的形心,横截面与轴线相正交。根据轴线与横截面的特征,杆件可分为等截面杆[图 1-6(a)、(c)]与变截面杆[图 1-6(b)],直杆[图 1-6(a)、(b)]与曲杆[图 1-6(c)]。在工程实际中,最常见的杆件是等截面直杆,简称为等直杆。等截面直杆的分析计算原理,一般也可近似地用于曲率较小的曲杆与截面无显著变化的变截面杆。

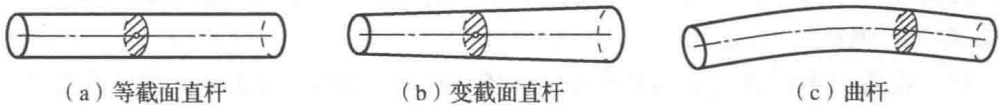


图 1-6 杆件的分类

如图 1-7 所示,一个方向的尺寸远小于其他两个方向的尺寸的构件,称为板件。平分板件厚度的几何面,称为中面。中面为平面的板件,称为板[图 1-7(a)];中面为曲面的板件,称为壳[图 1-7(b)]。

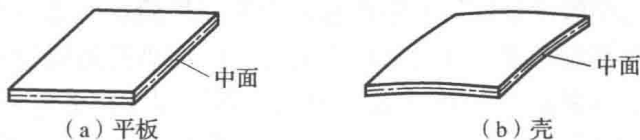


图 1-7 板件的分类

材料力学的主要研究对象是杆件,以及由若干杆件组成的简单杆系,同时也研究一些形状与受力均比较简单的板与壳,例如中面为圆柱面的承受径向压力的薄壁圆筒与薄壁圆管。至

于一般较复杂的杆系与板壳问题,则属于结构力学与弹性力学等课程的研究范畴。工程实际中的构件,大部分属于杆件,而且,杆件问题的分析原理与方法,也是分析其他形式构件的基础。

1.2 材料力学的基本假设

实际工程中的任何构件、机械或结构都是变形体或称**变形固体**。变形固体在外力及其他外部因素的作用下,其本身的性质与行为可能是比较复杂的。材料力学不可能同时考虑各种因素的影响,而只能保留所研究问题的主要方面,略去次要因素,对变形固体作某些假设,即将复杂的实际物体抽象为具有某些主要特征的**理想固体**,以便于进行强度、刚度和稳定性的理论分析。通常,在材料力学中,对变形固体作如下假设。

1. 连续性假设

连续是指在物体或构件所占据的空间内没有空隙,处处充满了物质,即认为是密实的;且认为物体在变形后仍保持这种连续性,即受力变形后既不产生新的空隙或孔洞,也不出现重叠现象。这样,可以保证物体或构件中的一些物理量(如任意一点的位移等)是连续的,因而可以用坐标的连续函数来描述,便于利用微积分等数学工具。同时,由此假定所作的力学分析被广泛的实验与工程实践证实是可行的。

2. 均匀性假设

材料在外力作用下所表现的性能,称为材料的**力学性能**。在材料力学中,假设材料的力学性能与其在构件中的位置无关,即认为是均匀的。按此假设,从构件内部任何部位所切取的微小单元体(简称为单元体),都具有与构件完全相同的性能。同样,通过试样所测得的力学性能,也可用于构件内的任何部位。

对于实际材料,其基本组成部分的力学性能往往存在不同程度的差异。例如,金属是由无数微小晶粒所组成,而各个晶粒的力学性能不完全相同,晶粒交界处的晶界物质与晶粒本身的力学性能也不完全相同。但是,由于构件的尺寸远大于其组成部分的尺寸(例如 1 mm^3 的钢材中包含数万甚至数十万个晶粒),因此,按照统计学观点,仍可将材料看成是均匀的。

3. 各向同性假设

假设材料在各个不同方向具有相同的力学性质,即认为是各向同性的。沿各个方向具有相同力学性能的材料,称为**各向同性材料**。例如玻璃为典型的各向同性材料;金属的各个晶粒,均属于各向异性体,但由于金属构件所含晶粒极多,且在构件内的排列又是随机的,因此,宏观上仍可将金属看成是各向同性材料。因此,在各向同性材料中,表征这些材料特性的力学参量(如弹性模量等)与方向无关,为常量。应指出,如果材料沿不同方向具有不同的力学性质,则称为**各向异性材料**。木材、竹材、复合材料即是典型的各向异性材料。

以上针对材料的三个假设是材料力学普遍采用的前提假设。除以上三个假设之外,材料力学还常常依据小变形假设来推导有关定理或结论。所谓**小变形假设**,是指所研究的构件在外荷载作用下发生的变形都是微小的,在很多情况下需要用专门的仪器才能观察到。比如结构工程中的梁,在荷载作用下各点的最大位移,也比梁横截面的尺寸小很多。

绝大多数工程构件在实际工作状态所发生的变形,都是这样的小变形。这也是采用小变形假设的合理之处。

采用小变形假设,可以使分析过程得以简化。这可以从两个方面说明。

第一,原始尺寸原理。对变形体内力的分析和计算可以在未变形的构形(形状和尺寸)上进行。这可用图1-8(a)加以说明。这是一个最简单桁架,其中一根杆件是竖直的,另一根是倾斜的。若在结点上作用一个竖向集中力,按静力学的分析可知,斜杆是所谓零杆,即内力为零。

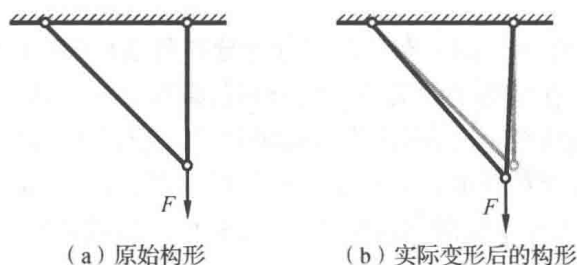


图1-8 两种计算构形

但当作用力实际作用并考虑到构件的变形后,平衡的位形将如图1-8(b)所示。严格来说,斜杆不再是零杆,因而两杆的内力及变形都不再如图1-8(a)的分析那么简单。但是,进一步的分析可知,由于杆件的变形是微量的,按照图1-8(b)计算的位移与图1-8(a)的计算结果之差是比杆件的小变形还要高阶的微量,可以忽略不计,故认为斜杆为零杆是合理的。一般地,在材料力学课程中,除了少数几处特别需要并加以声明的情况之外,总是在未变形的原始构形上进行平衡分析。这种分析变形体的内力与外力平衡时,在未变形的原始构形上进行分析的方法称为原始尺寸原理。

第二,线性化原理。在许多分析过程中,如果能够确定某些无量纲量是高阶微量,本教材都将适时地将其舍去,从而使分析的方程线性化。例如,在建立变形的几何关系时,构件上一点的位移常常是一弧线(二次),为简化分析和计算,常以一直线(切线或垂线,线性)代替。又例如,若 x 是无量纲量的微量,则由 $\sin x \approx 0$, $\tan x \approx 0$, 而 $\cos x \approx 1$, 诸如此类的数学处理可以简化计算过程,且由于工程中的很多问题都是小变形问题,所以可以保证工程精度的要求。

【说明】 (1) 材料力学中的变形虽然是微小的,但其作用是巨大的。如何对变形依据所观察到的现象正确地提出假设、并据此寻找变形量之间的关系,是很多材料力学问题的基础。(2) 需要强调的是在进行数学线性化之前,一定要进行无量纲化处理,这是进行数学分析的前提。(3) 材料力学主要是用线性化的手段处理非线性问题,所以材料力学的分析方法主要为一阶分析方法。这既是材料力学的优势(计算简洁又可满足大多数工程精度要求),同时也是它的劣势(不能进行高阶精度的分析)。

1.3 外力、内力与截面法

在外力作用下,物体发生变形,其内部各质点产生位移,同时产生内力。下面介绍外力、内力及确定内力的截面法。

1.3.1 外力及其分类

对于所研究的对象而言,其他构件或物体作用于其上的力均为外力,包括荷载与约束反力。荷载是主动作用于物体上的外力。在实际工程中,构件或结构受到的荷载是多种多样的,如建筑物的楼板传给梁的重力、钢板对轧辊的作用力等。荷载可以根据不同特征进行分类:

(1) 荷载按其作用在结构上的时间长短可分为**恒载**和**活载**。

恒载是长期作用在构件或结构上的不变荷载,如结构的自重和土压力。

活载是指在施工及建成后服役期间可能作用在结构上的可变荷载,它们的作用位置和范围可能是固定的(如风荷载、雪荷载、会议室的人群重量等),也可能是移动的(如吊车荷载、桥梁上行驶的车辆等)。

(2) 荷载按其作用在结构上的分布情况可分为**分布荷载**和**集中荷载**。

分布荷载是连续分布在结构上的荷载。当分布荷载在结构上均匀分布时,称为**均布荷载**;当均匀分布在一段直线或曲线上时,则称为**均布线荷载**,常用单位为“N/m 或 kN/m”。

当作用于结构上的分布荷载面积远小于结构的尺寸时,可认为此荷载是作用在结构的一点上,称为**集中荷载**。如火车车轮对钢轨的压力,屋架传给砖墙或柱子的压力等,都可认为是集中荷载,常用单位为“N 或 kN”。

(3) 荷载按其作用在结构上的性质可分为**静力荷载**和**动力荷载**。

静力荷载是指从零开始缓慢、平稳地增加到终值后保持不变的荷载,在整个加载过程中,引起构件的加速度可以忽略不计。

动力荷载是指大小、位置、方向随时间迅速变化的荷载。在动力荷载下,构件或结构产生显著的加速度,故必须考虑惯性力的影响。如动力机械产生的振动荷载、风荷载、地震作用产生的随机荷载等。

1.3.2 内力与截面法

实际构件是变形固体,即使不受外力作用,其各部分之间也存在着相互作用力,即**结合力**。在外力作用下,构件产生变形,内部各质点间的相对位置发生变化。同时,构件内部相连各部分之间产生相互作用力。在材料力学中,一般将由于外力作用而引起的相连部分之间相互作用力的改变量称为**附加内力**,简称**内力**。可见,材料力学的内力是由于外力作用而产生的,且随外力的改变而改变,当其达到某一限度时就会引起构件或结构的破坏。因此,构件的强度、刚度和稳定性,与内力的大小及其在构件内的分布情况密切相关。内力分析是解决构件强度、刚度与稳定性问题的基础。

由静力学可知,为了分析两物体之间的相互作用力,需将两物体分离并取其中一部分作为研究对象,才能将两个物体之间的作用力作为外力进行计算。同样,要分析构件某一截面上的内力,例如要分析图 1-9(a)所示杆件横截面 $m-m$ 上的内力,则必须用一假想截面在该处将杆件切开,得到切开截面的分布内力(分布规律一般未知),如图 1-9(b)所示,然后选择切开后的任一部分进行分析。由连续性假设可知,在切开截面上存在着连续分布力,从而一般情况下在所切开的截面上内力系构成空间任意力系。

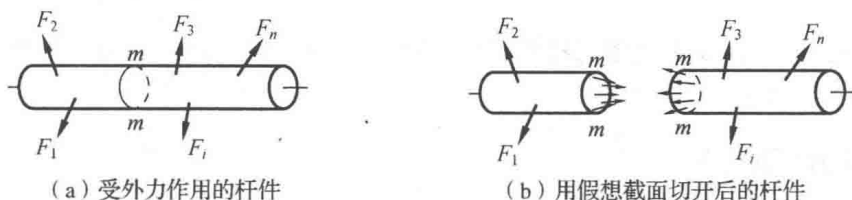


图 1-9 截面法

应用静力学中空间力系的简化理论,将上述分布内力向截面的任意一点,例如形心 C 简

化,如图 1-10(a)所示,可得主矢 F_R 和主矩 M (本书在插图中有时用 \rightarrow 表示力偶及其力偶矩矢)。若沿横截面轴线方向建立坐标轴 x ,在所切横截面内建立坐标轴 y 与 z ,并将主矢 F_R 和主矩 M 沿 x 、 y 、 z 轴投影,如图 1-10(b)所示,可得内力分量 F_N 、 F_{S_y} 与 F_{S_z} ,以及内力偶矩分量 M_x 、 M_y 与 M_z 。

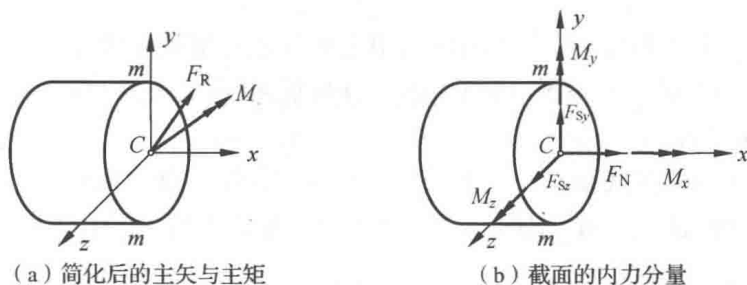


图 1-10 截面内力的简化与分解

作用线垂直于横截面并通过其形心、轴线方向的内力 F_N 分量,称为轴力;作用线位于截面的内力 F_{S_y} 与 F_{S_z} 分量,称为剪力;矢量方向沿轴线的内力偶矩 M_x 分量,称为扭矩;矢量位于所切横截面的内力偶矩 M_y 与 M_z 分量,称为弯矩。上述内力及内力偶矩分量与作用杆段上的外力保持平衡,因此,由平衡方程即可建立内力与外力间的关系,或由外力确定内力。为叙述简单,以后将内力分量及内力偶矩分量统称为内力分量。这些内力分量与作用在构体保留部分的外力构成平衡力系,由此,可列出相应的平衡方程。

$$\left. \begin{aligned} \sum F_{ix} = 0, \sum F_{iy} = 0, \sum F_{iz} = 0 \\ \sum M_{ix} = 0, \sum M_{iy} = 0, \sum M_{iz} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

将杆件假想地用截面切开以显示内力,并由平衡条件建立内力与外力间的关系或由外力确定内力的方法,称为截面法,它是分析杆件内力的一般方法。

【说明】 ① 一截面的内力分量,即是该截面上的分布内力简化的结果,也须服从平衡规律。在其分布内力的分布规律未知时,常常采用平衡的方法讨论其大小。② 当杆件的受力不明确时,一般应假定截面上存在六个内力分量,除非利用平衡关系证明一些内力分量为零才可以不考虑。这就要求在切开杆件施加内力时认真考虑,不得随意减少内力分量。

上述关于内力分量的定义与坐标轴的选取,将在以后的章节中进一步讨论。

用截面法求内力可归纳为如下步骤:

- (1) 在求内力的截面处,用一假想的平面将构件截为两部分。
- (2) 舍掉一部分,保留另一部分,并将舍掉部分对保留部分的作用代之以力。
- (3) 考虑保留部分的平衡,由平衡方程来确定内力值。

在步骤(2)中,保留哪一部分都可以,因为内力总是成对出现的。位于不同部分上的对应内力总是等值反向的,二者为作用与反作用的关系。

【说明】 ① 在研究内力与变形时,应该慎重应用刚体静力学中的一些结论和等效力系,如力的可传性和力偶可在其作用面的任意移动等,不能机械地、不加分析地随意应用。一个力(或力系)用别的等效力系来代替,虽然对整体平衡没有影响,但对构件的内力与变形来说,则可能有很大影响。② 在很多情况下,杆件横截面上仅存在一种、两种或三种内力分量,具体应根据外部荷载来确定。

1.4 应力、应变与胡克定律

1.4.1 应力

如上所述,内力是构件由于外力作用内部相连部分之间相互作用力的改变量,并沿截面连续分布。为了描述内力的分布情况,现引入内力分布集度(即应力)的概念。

1. 正应力与切应力

如图 1-11(a)所示,在截面 $m-m$ 上任一点 k 的周围取一微小面积 ΔA ,并设作用在该面积上的内力为 ΔF ,则 ΔF 与 ΔA 的比值,称为 ΔA 内的平均应力,并用 p_m 表示,即

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-2)$$

一般情况下,内力沿截面并非均匀分布,平均应力的大小及方向将随所取面积 ΔA 的大小不同而不同。为了更精确地描写内力的分布情况,应使 ΔA 趋于零,由此所得平均应力的极限值,称为截面 $m-m$ 上 k 点处的应力或全应力,并用 p 表示,即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-3)$$

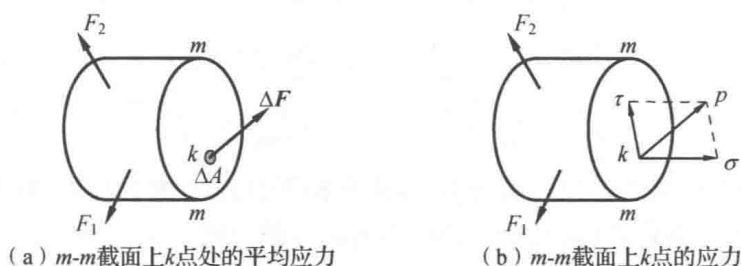


图 1-11 截面上一点处的平均应力与应力的概念

显然,应力 p 的方向即 ΔF 的极限方向。为了分析方便,通常将应力 p 沿截面法向与切向分解为两个分量,如图 1-11(b)所示。沿截面法向的应力分量称为正应力,并用 σ 表示;沿截面切向的应力分量称为切应力,并用 τ 表示。显然有

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2 \quad (1-4)$$

【说明】 ① 在描述应力时,应明确是哪个截面上的哪个点处的正应力或切应力。或者说,在构件的同一截面上,不同点处的应力一般是不同的;同时,在过同一点的不同方位截面上的应力一般也是不同的。② 内力是截面上所有点处的应力在包含该点的微小面积上形成的微内力简化合成的结果。

在我国法定计量单位中,力与面积的基本单位分别为 N 与 m^2 ,应力的单位 Pa (帕[斯卡]), $1 Pa = 1 N/m^2$ 。在材料力学中,应力的常用单位为 MPa (兆帕),其值为

$$1 MPa = 10^6 N/m^2 = 1 N/mm^2 \quad (1-5)$$

由式(1-5)可知,如果力的单位用 N ,长度的单位用 mm ,则得到的应力的单位就是 MPa ,不必再转换单位,为数值计算带来方便。本书在后续章节中,将根据问题的性质采用 MPa -

N - mm或 Pa - N - m 的单位系统, 请注意识别。

【说明】 在大型有限元软件(如 ANSYS)中, 各个物理量一般是不输入单位的, 单位需要使用者自己转换。如果力用 N, 长度用 mm, 则应力就是 MPa, 不用再转换。

2. 单向应力、纯剪切与切应力互等定理

如前所述, 受力构件中一点的应力不仅与该点的空间位置有关, 而且和该点所在的截面有关。由于过一点可以截出无穷多个截面, 所以一点的应力实际上有无穷多个。构件中一点在所有截面上应力的集合称为该点的**应力状态**。研究表明, 只要知道一点在一些特定截面上的应力, 其他任意截面上的应力可以由此通过计算得到。具体计算过程, 将在第七章进一步阐述。

在图 1-12(a)所示的直角坐标系(x, y, z)下, 为考察构件中任意一点 k 处的应力状态, 选取过 k 点的三个特殊截面, 它们的外法线分别与 x 轴、 y 轴和 z 轴的标准单位矢量 i, j, k 的正向相同, 可称为**正 x 面**、**正 y 面**和**正 z 面**。若三个特殊截面上的全应力矢量分别为 p_x, p_y 和 p_z 。将 p_x, p_y 和 p_z 分别在 x 轴、 y 轴和 z 轴上分解, 得到图 1-12(b)所示的九个应力分量: $\sigma_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}; \sigma_{yy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}; \sigma_{zz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$ 。其中, 第一个下标表示截面的法线方向, 第二个下标表示该应力的方向。为了简洁, 通常将 σ_{xx}, σ_{yy} 和 σ_{zz} 分别写为 σ_x, σ_y 和 σ_z 。

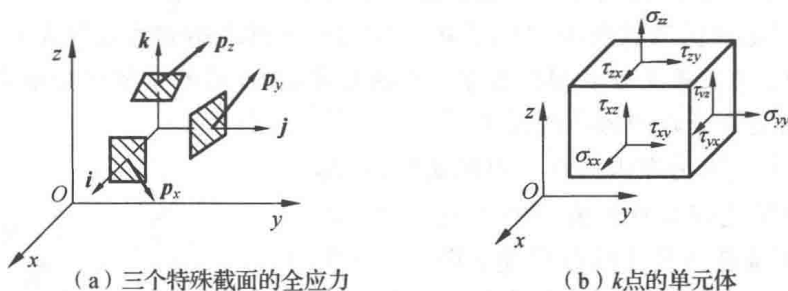


图 1-12 截面上一点处的应力的标记方法

图 1-12(b)中是将三个特殊截面(即正 x 面、正 y 面和正 z 面)再加上三个负面, 即负 x 面(外法线与 x 轴负向相同的面)、负 y 面(外法线与 y 轴负向相同的面)、负 z 面(外法线与 z 轴负向相同的面), 围成一个正六面体, 可以理解为是从构件中截出的包含 k 点的单元体, 该单元体表面上的应力就代表了 k 点的应力状态。图 1-12(b)给出的是最复杂的应力情况, 九个应力分量全不为零。而材料力学研究的问题中, 往往只有少数几个应力分量不为零, 其余应力分量均为零, 所以相对要简单一些。

【说明】 由于单元体一般认为是从物体内一点处通过间距微小的平行截面截取的正六面体, 所以可以认为截面上的应力分布均为均匀分布, 通常只画出一个代表该面上的正应力或切应力。

单元体受力最基本、最简单的状态有两种, 一种是**单向受力或单向应力状态**, 如图 1-13(a)所示; 另一种是**纯剪切状态**, 如图 1-13(b)所示。在单向应力状态下, 单元体只在一对互相平行的截面上承受正应力, 当 σ 为拉应力时, 称为**单向拉伸应力状态**; 当 σ 为压应力时, 称为**单向压缩应力状态**。纯剪切应力状态只承受切应力的作用。