



数学家
教你
学数学



帕斯卡

教你学数字的组

[韩]南姝贤 著 黄海

考点精讲，高分必备！

- ★ 排列和组合的区别
- ★ 组合的性质
- ★ 二项式定理
- ★ 帕斯卡三角形

理解概念 · 掌握应用 · 攻克难题
★ 数学 ★
就得这样学！

全国百佳图书出版单位
时代出版传媒股份有限公司
黄山书社



帕斯卡

教你学数字的组合

[韩]南姝贤 著 黄海艳 译



考点精讲，高分必备！

- ★排列和组合的区别
- ★组合的性质
- ★二项式定理
- ★帕斯卡三角形

掌握应用·攻克难题
★数学★
理解概念·就得这样学！

全国百佳图书出版单位
ARCTIME 时代出版传媒股份有限公司
黄山书社

수학자가 들려주는 수학 이야기

Copyright © 2010 by JAEUM & MOEUM CO., LTD.

Simplified Chinese translation copyright © 2015 by Huangshan Publishing House.

This translation was published by arrangement with Jaenum & Moeum Publishing Co., through Shanghai

All One Culture Diffusion Co., Ltd.

All rights reserved.

图书在版编目 (CIP) 数据

帕斯卡教你学数字的组合 / 【韩】南姝贤著; 黄海艳译. — 合肥: 黄山书社, 2015. 12

(数学家教你学数学: 中学版)

ISBN 978-7-5461-5128-1

I. ①帕… II. ①南… ②黄… III. ①数学—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 175880 号

版权合同登记号 图字: 12151528

PASIKA JIAO NI XUE SHUZI DE ZUHE

帕斯卡教你学数字的组合

【韩】南姝贤 著 黄海艳 译

出品人 任耕耘
总策划 任耕耘 杨雯
执行策划 司雯
责任编辑 程景
特约编辑 余道辉 李晓阳
装帧设计 齐娜 李斐斐
出版发行 时代出版传媒股份有限公司 (<http://www.press-mart.com>)
黄山书社 (<http://www.hspress.cn>)
地址邮编 安徽省合肥市蜀山区翡翠路 1118 号出版传媒广场 7 层 230071
印刷 安徽国文彩印有限公司
版次 2016 年 4 月第 1 版
印次 2016 年 4 月第 1 次印刷
开本 710mm×1000mm 1/16
字数 80 千
印张 8
书号 ISBN 978-7-5461-5128-1
定价 24.00 元

服务热线 0551-63533706

销售热线 0551-63533761

官方直营书店 (<http://hsssbook.taobao.com>)

版权所有 侵权必究

凡本社图书出现印装质量问题,
请与印制科联系。

联系电话 0551-63533725



让我们站在数学巨人的肩膀上， 以更远的目光、更广的视野去观察数学世界吧！

数学教科书往往以“结果”来揭示数学，很难使学生了解数学不断进化的过程。事实上，数学的历史是围绕着一个课题，由众多数学家刻苦研究从而揭示一个个规律性原理的演绎推理过程。

《数学家教你学数学》是古今中外的数学家以他们那亲切的声音直接给我们讲述各种数学原理的产生过程，有助于学生以“现在进行时”来理解数学，而不是以“过去完成时”来理解。

学生对数学产生畏难情绪的主要原因之一是数学较强的“抽象思维”。数学的这一特性恰恰与学生喜欢的“具体思维”相悖。要想缩短“抽象思维”和“具体思维”之间的差距，方法只有一个，那就是在尽量回避数学抽象推理的同时，尽可能地增加对数学概念和原理的具体说明。而《数学家教你学数学》正是生动再现数学教科书的内容，力争使数学“变脸”，将原来抽象的数学改头换面成为具体的数学。此外，书中引用的大量名人逸事和数学家的趣闻，使学生感到枯燥无味的数学很容易变成妙趣横生、回味无穷的数字

游戏。

从结构上看，《数学家教你学数学》首先简要介绍数学家的业绩，然后通过数学家的讲解揭示数学的内在世界和外在世界，从列举的大量例子中说明数学概念和原理，最后再通过一个小结来归纳每节课讲的内容。本丛书的这种结构可以使读者从整体上了解每个数学概念和原理。

《数学家教你学数学》紧扣中学数学教程，尽可能包含中学数学所涉及的全部内容。比如《莱布尼茨教你学记数法》讲述的是数字形成的背景、原始进制法到数位进制法的发展过程、0的出现、莱布尼茨二进制法等方面的故事，如实反映了中学一年级进制法的内容。可见这套《数学家教你学数学》丛书能够起到帮助学生消化和吸收学校数学课程的作用。

伟大的科学家牛顿留下了一句绝世名言：“If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants.（如果说我比别人看得更远些，那是因为我站在了巨人的肩膀上）”没错，如果我们也站在这些数学巨人的肩膀上放眼远眺，就可以用更长远、更开阔的视野去了解数学世界。希望这套丛书能使我们的读者们都有机会站在数学巨人的肩膀上，把数学世界看得更清楚。

弘益大学数学教育系教授、《数学协奏曲》作者 朴京美



用数学眼光看穿世上的真理， 让我们亲身体会真理之伟大的“组合”的故事

离散数学是适用于像电脑规则系统构成、程序语言编写和密码学等现代社会重要领域的数学主题。因为包含丰富的直接性主题和素材，所以离散数学非常适合学校的数学教育，在指导学生解决问题方面，它的优点是能提高学生的学习兴趣和为学生提供亲身体验数学的机会。

组合论作为具有以上特征的离散数学的一个分支，被广泛运用于学校数学教学中的计算（counting）、曲线图（graph）、树形图（trees）等方面。此外，作为数学计算方式中的一种，组合能帮助孩子们通过分析日常生活中所发生的问题，培养查找具有组合性质的事件数的洞察力和素养，从而提高解决数学问题的能力。

在做菜的时候，我们需要考虑放入食材的先后顺序是否对结果产生影响，同样，在解决某些数学问题时，我们也需要预判顺序是否是一个重要因素，这里涉及的数学知识就是“排列与组合”。

在本书中，帕斯卡和班上的学生们将通过日常生活中的实例，

帮助我们掌握组合的概念，了解组合作为一种有用的工具是如何被广泛运用的。

对组合运算而言，把组合数一个个列举出来或者画图表示，是解决组合问题的有效方法，但我们也不可忽视利用符号和公式计算的重要性。因此，在掌握了解决组合问题的基本方法之后，大家还要练习用符号和公式解题，这样才更能体会到数学之美，并进一步提高数学能力。

最后，衷心希望本书能在学习组合知识方面，给各位读者带来一次愉快的体验。

南姝贤



课 程 导 航

1

这本书的不同之处

《帕斯卡教你学数字的组合》一书中所提出的组合的概念、原理和技巧，不仅被应用于数学领域，而且在其他学科领域，特别是电子计算机中的应用范围也很广泛。《帕斯卡教你学数字的组合》在关于组合论的基础——组合的概念方面，疏通了解决实际生活问题的脉络。从各种现象中引出的组合的本质，能帮助我们轻松地理解形式上的概念。在阅读本书的同时，请大家思考一个问题，那就是组合的概念是如何被运用于各种问题中的。通过思考，我们在数学学习方面和生活中的实际运用能力都会得到提高。

1. 在本书中，帕斯卡和班上的学生们将通过日常生活中的实例，帮助我们掌握组合的概念，了解组合作为一种有用的工具是如何被广泛运用的。

2. 对组合运算而言，把组合数一个个列举出来或者画图表示，是解决组合问题的有效方法，但我们也不可忽视利用符号和公式计算的重要性。因此，在掌握了解决组合问题的基本方法之后，大家还要练习用符号和公式解题，这样才更能体会到数学之美，并进一步提高数学能力。为此，本书为各位读者设计了各种小游戏和在图画纸上画画的活动，来达到动手练习的目的。

3. 本书包含了学校数学教学中没有作为重点来讲述的一些知识。学校数学教学侧重于以计算为主，所以学生们很容易混淆什么情况下应该使用排列，什么情况下应该使用组合。因此，本书打算重点练习容易混淆的问题，帮助大家理解组合的含义。

第一课 排列和组合的区别

通过参观宇宙科学展览馆里两种类型的飞机，接触考虑顺序和不考虑顺序的问题。通过了解两种不同情况所带来的结果，理解排列和组合的差别。

• **提前预习：**有序偶是表示乘坐飞机的顺序的一种方法，所以本章节选取理解有序偶概念的内容进行讲解。两个事件分别独立发生时，为计算两个事件中至少有一件发生的事件数，需要使用“加法原理”的概念。

• **学习方法：**在事件并不复杂的情况下，为确认排列和组合的区别，需要把发生的事件数进行罗列和记录。当事件数增加时，大家会发现使用单纯罗列的方法已经没有太大效果了，此时就会感觉到使用符号的必要性。

第二课 组合

去博物馆选择几个展览馆进行参观，从此事件中了解组合在实际生活中的应用。

• **提前预习：**计算组合数之前，必须了解什么是“乘法原理”，而且还必须熟悉从互不相同的 n 个元素中选取 r 个元素，考虑顺序

进行有序排列的概念，才不至于与组合相混淆。

- **学习方法**：熟悉计算组合数时，把可能发生的事件进行罗列并用符号表达的方式。

第三课 利用排列数计算组合数

通过计算植树的方法数，尝试计算组合数。从计算排列数的公式中推导出计算组合数的公式，从中感受数学公式的一般性和抽象性之美，体验公式计算带来的便利。

- **提前预习**：表示排列的符号和阶乘。只有了解了排列数的计算公式才能推导出组合数的计算公式。

- **学习方法**：游刃有余地运用计算组合数的公式和符号和理解组合的概念一样重要。因此，不要只用眼睛观察由课程中推导出来的公式或符号，应该亲自动手试一试。

第四课 组合的性质

了解组合的性质——对称性。通过让学生亲自在游戏盘上练习书写组合符号并计算，熟悉符号所代表的意思和计算方法，从而自然地探索组合的性质。

- **提前预习**：了解什么是组合并确认组合数的计算方法。

- **学习方法**：尝试制作课堂上所学的表格并亲自计算组合数。

第五课 组合和分割

应用组合知识解决对外形上没有区别的盒子进行分组的问题。

- **提前预习**：理解组合的概念。知道当事件接连发生时，计算由这些事件组成的全体事件的事件数应该利用乘法原理。

- **学习方法**：分别用逐个罗列和运用公式计算这两种方法解决问题，并对这两种方法进行比较。

第六课 组合和分配

把全体对象分解之后再分配给不同的对象，在这种情况下，需要先利用组合知识，再考虑顺序排列。

- **提前预习**：理解组合的概念。知道当事件接连发生时，计算由这些事件组成的全体事件的事件数应该利用乘法原理。

- **学习方法**：通过实例练习如何区别分解和分配。可以通过画图或亲自动手罗列的方法帮助我们更好地理解，当然也可以通过公式进行计算。

第七课 二项式定理和二项式系数

了解什么是二项式定理和二项式系数，以及它们的应用。

- **提前预习**：项、常数项、系数、次、多项式、二项式、式子的展开和乘法分配律。

• **学习方法**：不仅要了解二项式定理和二项式系数的概念，还要掌握相关的符号和表达式。

第八课 帕斯卡三角形

动手制作帕斯卡三角形，找出它和二项式系数之间的关联，并从中归纳出组合的另一性质， $C_n^r = C_{n-1}^{r-1} + C_{n-1}^r (r \leq n)$ 。

• **提前预习**：只有充分了解组合、二项式定理、二项式系数，才能从帕斯卡三角形中得到各种新的发现。

• **学习方法**：在进行严密的数学证明之前，找出规律并进行归纳推论，能有效培养我们的数学思考能力。因此，亲自动手画帕斯卡三角形并尝试归纳其中蕴藏的规律，是学习本课知识和提升数学能力的好方法。



数学家简介

帕斯卡 (Pascal, 1623~1662)

我是法国著名的哲学家、物理学家、数学家。

我出生在法国多姆山省奥弗涅地区的克莱蒙费朗。

《算术三角形》是我最重要的代表作。

此外，我还研究出了“圆锥曲线论”和“概率论”，

并发现了“帕斯卡原理”。

压力的国际单位“Pa”是以我的名字而命名的。



大家好，我是帕斯卡！

我出生在法国的克莱蒙费朗，是一名数学家、物理学家和哲学家。早年丧母的我和兄弟姐妹们跟着从事律师工作的父亲一起生活。

父亲教我学习法文、拉丁文、数学等知识，激发了我的求知欲和探索精神。14岁那年，我跟随父亲参加梅森学术研讨会，在研讨会上结识了费马、伽桑狄等优秀的数学家。

1654年，当时我正在研究“圆锥曲线”，朋友梅雷骑士（Chevalier de Mere）问了我下面这个问题。

有一个掷骰子游戏，投掷8次，只要有一次出现点数1就算赢。

但在连续掷了 3 次仍没出现点数 1 时，游戏中断了。

在这种情况下，我们应该如何嘉奖游戏者呢？

我给费马写信讨论了这个问题，我和他的书信往来成了现代概率论实质性的起点。

1657 年，惠更斯被这些信件所感动，发表了一篇名为《论骰子游戏的推理》的论文。在这期间，我把概率的研究与算术三角形相结合，取得的研究成果大大超越了此前数学家卡尔达诺的研究成果。我把我的研究成果记录在《算术三角形》一书中，因此后人把算术三角形称为“帕斯卡三角形”。事实上，这个三角形在我对其进行研究之前就已经为人们所知了，我主要是对它的特点和性质进行了系统化研究。我虽不是算术三角形的发明者，但我发现并证明了算术三角形的一些新的性质。

算术三角形中任意格子（类似象棋棋盘的格子）内的数字都等于其上方格子内数字与该格子左侧格子内数字的和，不在三角形内的数字视为 0。

竖列上的格子叫作“相同垂直系数格”，横行上的格子叫作“相同水平系数格”。

1				
1	1			
1	2	1		
1	3	3	1	
1	4	6	4	1

比起我发现的这些新性质，为证明这一性质我所使用的归纳性推理方法更得到了大家的一致好评。这个归纳性推理方法是从 1838 年的《Penny 百科字典 (*Penny Cyclopaedia*)》中德·摩根所写的《归纳法》这一文章中推导出来的，又被称为“数学性归纳法”。发现了帕斯卡三角形的性质并对其加以证明的时候，这一数学性归纳法正好帮我准确而简明地说明了问题，从而使我的发现得到了认可和好评。而且通过帕斯卡三角形阐明的二项式系数的理论，为牛顿进一步发展二项式定理提供了很大帮助。

那么大家现在就跟我一起来学习算术三角形吧。但在这之前，我们需要先掌握组合的相关知识。

现在，让我们一起进入美丽的数学世界！