



中南大学地球科学学术文库

Academic Library of Geosciences
in Central South University

探地雷达 数值模拟及程序实现

冯德山 王珣 戴前伟◎著



中南大学出版社
www.csupress.com.cn

中南大学地球科学学术文库
中南大学地球科学与信息物理学院 组织编撰

探地雷达数值模拟与程序实现

NUMERICAL SIMULATION AND PROGRAM REALIZATION
OF GROUND PENETRATING RADAR

冯德山 王 珣 戴前伟 著

有色金属成矿预测与地质环境监测教育部重点实验室
有色资源与地质灾害探查湖南省重点实验室

联合资助



中南大学出版社
www.csupress.com.cn

图书在版编目(CIP)数据

探地雷达数值模拟及程序实现 / 冯德山, 王珣, 戴前伟著.

—长沙: 中南大学出版社, 2017. 11

ISBN 978 - 7 - 5487 - 3073 - 6

I. ①探… II. ①冯… ②王… ③戴… III. ①探地雷达—数值模拟—程序设计 IV. ①TN959. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 279539 号

探地雷达数值模拟及程序实现

TANDI LEIDA SHUZHIMONI JI CHENGXU SHIXIAN

冯德山 王珣 戴前伟 著

责任编辑 刘石年

责任印制 易红卫

出版发行 中南大学出版社

社址: 长沙市麓山南路

邮编: 410083

发行科电话: 0731 - 88876770

传真: 0731 - 88710482

印 装 湖南众鑫印务有限公司

开 本 720 × 1000 1/16 印张 17.25 字数 341 千字

版 次 2017 年 11 月第 1 版 2017 年 11 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5487 - 3073 - 6

定 价 90.00 元

图书出现印装问题, 请与经销商调换

内容简介

Introduction

本书开展了探地雷达(GPR)数值模拟两大技术研究:有限差分法(FDTD)及有限单元法(FEM),系统阐述了二、三维 GPR 数值模拟的理论及程序实现。全书共6章:第1章介绍 GPR 数值模拟的背景、国内外研究现状及其进展情况;第2章介绍探地雷达基本理论,包括雷达波遵循的传播规律,激励源的种类、完全匹配层(PML)吸收边界条件理论;第3章主要介绍 FDTD 的基本理论,探讨了数值稳定性条件、色散关系、边界条件等内容,在此基础上,推导了 FDTD 正演的差分迭代格式;第4章设计了 GPR 模型,应用 FDTD 开展了一、二、三维 GPR 数值模拟,并给出了详细的 Matlab 源代码;第5章介绍了 FEM 的基本原理,包括边值问题求解、空间剖分方式、时间离散方式、边界条件等内容,并给出了一维时域 FEM 的程序实现实例及代码;第6章重点介绍了二、三维 FEM 的正演编程实现,包括二维标量波动方程的三角单元/四边形单元的探地雷达正演、二维矢量波动方程的三角单元/四边形单元的探地雷达正演、三维矢量波动方程四面体单元探地雷达正演、不同的 PML 吸收边界条件加载等内容。

本书将常规的 FDTD 及 FEM 应用到 GPR 正演中,主要为地球物理专业的老师、研究生、本科生及从事地球物理数值模拟的工程技术人员提供参考。书中提供了详细的 Matlab 源代码,可让研究人员快速进入研究状态,希望广大研究人员在本书的基础上能够开展进一步的创新,取得更丰硕的研究成果。

作者简介

About the Author

冯德山 男，汉族，博士，教授、博士生导师。1978年9月出生，出生于湖南祁阳，2006年毕业于中南大学，获地球探测与信息技术工学博士学位，2013—2014年在美国 Rice(莱斯)大学做访问学者。目前为中南大学应用地球物理系主任，湖南省地球物理学会秘书长、浅地表地球物理专业委员会委员、国家自然科学基金评审专家、浙江省及湖南省自然科学基金评审专家。主要从事探地雷达正反演、地球物理数据处理、工程地球物理勘探等方面的教学与科研。入选“教育部新世纪优秀人才”“湖南省青年骨干教师”“湖湘青年英才”、中南大学“升华育英人才计划”。主持国家自然科学基金项目4项(41774132、41574116、41074085、40804027)，省部级课题10余项，发表专业论文70余篇，其中被SCI收录20篇，EI收录39篇、获得软件著作权2项，参与撰写专著3部。获省部级奖项2项，获西南铝业优秀教师奖1次，获中南大学本科教学质量优秀奖2次。

王 珣 男，汉族，硕士。1990年出生于河南省新乡市，现为中南大学地球科学与信息物理学院博士研究生，2009—2013年就读于中南大学地球科学与信息物理学院，获地球信息科学与技术专业学士学位；2013—2016年就读于中南大学地球科学与信息物理学院，获地质工程硕士学位。主要从事地球物理电磁法数值模拟及数据处理研究，在探地雷达数值模拟方面取得了一定的成果。已发表专业学术论文8篇，其中被SCI收录5篇，EI收录3篇。主持中南大学研究生自主探索创新项目1项(2015ZZTS249)，参加与探地雷达相关的国家自然科学基金项目3项(41774132、41574116、41074085)。

戴前伟 男，汉族，博士，教授，博士生导师。1968年7月出生，出生于湖南省涟源市，1987—1991年就读于原中南工业大学地质系，获应用地球物理专业学士学位，1991—1997年硕博连读获得

中南工业大学应用地球物理专业博士学位，期间曾为日本东北大学高级访问学者。1997 年留任中南工业大学教学，2005 年晋升教授，2006 年被评为博士生导师。先后担任中南大学地球物理勘察新技术研究所副所长、所长、中南大学信息物理工程学院党委副书记。现为中南大学地球科学与信息物理学院党委书记、国务院学位委员会地质资源与地质工程学科评议组成员、《工程勘察》编委、湖南省地球物理学会副理事长、中国地球物理学会理事。主要从事电磁法勘探理论与应用、工程与环境地球物理的教学与科研工作。近年来主持国家“863”计划课题 1 项，国家“十一五”科技支撑计划课题 1 项，国家自然科学基金项目 1 项，省部级课题 5 项，校企横向科研合作项目 20 多项，参与以上各类项目 30 多项。参与撰写专著 3 部，获省部级奖 4 项，发表学术论文 90 多篇，其中被 EI、SCI 收录 30 余篇。

编辑出版委员会

Editorial and Publishing Committee

中南大学地球科学学术文库

主任

何继善(中国工程院院士)

副主任

鲁安怀(教授,国家“973”项目首席科学家,中南大学地球科学与信息物理学院院长)

戴前伟(教授,中南大学地球科学与信息物理学院党委书记)

委员

彭省临	戴塔根	刘石年	奚小双	彭振斌
赵崇斌	柳建新	汤井田	朱建军	刘兴权
吴湘滨	隆威	邹峥嵘	邵拥军	戴吾蛟
赖健清	朱自强	吴玺虹	张术根	刘继顺
曾永年	毛先成	张可能	谷湘平	刘亮明
周晓光	李建中	席振铎	李志伟	冯德山
杨牧	张绍和	邓敏		

总序

Preface

中南大学地球科学与信息物理学院具有辉煌的历史、优良的传统与鲜明的特色，在有色金属资源勘查领域享誉海内外。陈国达院士提出的地洼学说(陆内活化)成矿学理论，影响了半个多世纪的大地构造与成矿学研究及找矿勘探实践。何继善院士发明电磁法系统探测方法与装备，获得了巨大的找矿勘探效益。所倡导与实践的地质学与地球物理学、地质方法与物探技术、大比例尺找矿预测与高精度深部探测的密切结合，形成了品牌效应的“中南找矿模式”。

有色金属属于国家重要的战略资源。有色金属成矿地质作用最为复杂，找矿勘查难度最大。正是有色金属资源宝贵性、成矿特殊性与找矿挑战性，铸就了中南大学地球科学发展的辉煌历史，赋予了找矿勘查工作的鲜明特色。六十多年来，中南大学地球科学研究在地质、物探、测绘、探矿工程、地质灾害和地理信息等领域，在陆内活化成矿作用与找矿勘查、地球物理探测技术与装备制造、深部成矿过程模拟与三维预测、复杂地质工程理论与新技术以及地质灾害监测等研究方向，取得了丰硕的研究成果，做出了巨大的科技贡献，产生了广泛的社会影响。当前，中南大学地球科学研究，瞄准国际发展方向和国家重大需求，立足于我国复杂地质背景下资源勘查与环境地质的理论与方法创新研究，致力于多学科联合开展有色金属资源前沿探索与应用研究，保持与提升在中南大学“地质、采矿、选矿、冶金、材料”特色与优势学科链中的地位和作用，已发展成为基础坚实、实力雄厚、特色鲜明、国际知名、国内一流的以有色金属资源为主兼顾油气、岩土、地灾、环境领域的人才培养基地和科学研究中心。

中南大学有色金属成矿预测与地质环境监测教育部重点实验室、有色资源与地质灾害探查湖南省重点实验室，联合资助出版“中南大学地球科学学术文库”，旨在集中反映中南大学地球科学

与信息物理学院近年来取得的系列研究成果。所依托的主要研究机构包括：中南大学地质调查研究院、中南大学资源勘查与环境地质研究院和中南大学长沙大地构造研究所。

本书库内容主要涵盖：继承和发展地洼学说与陆内活化成矿学理论所取得的重要研究进展，开发和应用双频激电仪、伪随机和广域电磁法系统所取得的重要研究成果，开拓和利用多元信息找矿预测与隐伏矿大比例尺定位预测所取得的重要找矿成果，探明和研发深部“第二勘查空间”成矿过程模拟与三维定量预测方法所取得的重要研究成果，预警和防治复杂地质工程与矿山地质灾害所取得的重要技术成果。本书库中提出了有色金属资源勘查理论、方法、技术和装备一体化的系统研究成果，展示了多项突破性、范例式、可推广的找矿勘查实例。本书库对于有色金属资源预测、地质矿产勘探、地质环境监测、地质灾害探查以及地质工程预防，特别对于有色金属深部资源从形成规律到分布规律理论与应用研究，具有重要的借鉴作用和参考价值。

感谢中南大学出版社为策划和出版该文库所给予的大力支持。感谢何继善先生热情指导和题词。希望广大读者对本书库专著中存在的不足和错误提出宝贵的意见，使“地球科学学术文库”更加完善。

是为序。



2016年10月

前言

Foreword

经过近百年的发展,科学工作者提出了各种各样的地球物理正演数值求解方法。在这些算法当中,应用最广泛的无疑为有限差分法(FDTD)、有限单元法(FEM),这两种算法各有优缺点。FDTD是计算电磁学中最流行的时域方法,原理简单,易于并行实现,但FDTD不能与非结构化网格相结合,模拟具有起伏地形、复杂几何形体的弯曲边界时,常采用阶梯近似拟合,影响了算法精度。此外,FDTD时间步长受CFL(Courant - Friedrich - Levy)条件的限制,为保证结构复杂的细微异常体的模拟精度与解的稳定性,时间步长必须足够小。FEM能够采用非结构网格对任意复杂模型、不规则起伏地表进行剖分,空间离散更加灵活,比FDTD对复杂地质模型拟合精度更高,保证了模拟的逼真性,但该方法对单元边界的连续性要求严格,需要在每个时间步上都求解一次组装后的大型方程组,导致计算复杂度高,并行计算难于实现。

显然这两大算法仍存在有待改进之处,为了进一步提高算法的计算效率、计算精度或降低内存占用等,地球物理工作者在开展正演模拟计算时提出了许多新的算法,如时域多分辨算法(MRTD)、插值尺度法、交替方向隐式有限差分法、小波有限元法、间断有限元法等新算法,这些新算法有些改善了计算精度,有些提升了正演速度,但这些算法的理论大多以FDTD或FEM为基础,或多或少有这两种算法的影子。所谓万变不离其宗,系统掌握FDTD与FEM的本质,对于理解新算法或提出新算法有着极大的帮助。

目前已经有许多介绍FDTD及FEM的理论书籍,但尚未见到系统介绍FDTD及FEM在地球物理学科中应用编程计算的专著,为了给地球物理学专业本科生、研究生和科技人员正演编程提供

一本有益的参考书，作者在本课题组多年科研成果积累的基础上，以探地雷达正演模拟为实例，编写了该参考书，本书注重理论推导，力求概念清楚、论述简明，书中配有大量的实例，并附有详细的 Matlab 原代码。

在撰写本书的过程中，许多工作都有博士研究生、硕士研究生的合作参与，其中王珣在理论推导、程序编写、文字录入方面做了大量工作，对本书的完成起了重要作用；张彬、杨良勇、杨道学参加了 FDTD 的有关工作；陈承申、王洪华参与了 FEM 的有关工作。由于本课题组开展 FDTD 及 FEM 的研究已持续多年，还有许多过去毕业的和在读的研究生参与，包括吴奇博士、王向宇硕士、刘金宝硕士，在此不一一列举了，本书的完成和他们的工作密不可分。

本书是在国家自然科学基金项目(项目编号 41774132, 41574116, 41374118, 41074085)、中南大学创新驱动项目(2015CX008)、教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-12-0551)、中南大学教师研究基金(2014JSJJ001)、中南大学地球科学学术文库出版基金的资助下完成的。中南大学出版社的编辑在本书的出版过程中作了大量细致的编辑、校核工作，在此一并表示诚挚的谢意。

由于作者水平有限，书中难免存在疏漏、不足之处，敬请广大读者批评指正。

冯德山

2017年4月于长沙中南大学

目录

Contents

第1章 绪论	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 研究背景	(2)
1.3 国内外研究现状及进展	(2)
第2章 探地雷达的电磁波基本理论	(7)
2.1 探地雷达基本原理	(7)
2.2 电磁波传播的基本规律	(9)
2.3 激励源	(10)
2.3.1 布莱克曼-哈里斯脉冲	(10)
2.3.2 雷克子波	(13)
2.4 完全匹配层吸收边界	(17)
2.4.1 坐标伸缩完全匹配层	(18)
2.4.2 半空间界面的反射系数和无反射条件	(19)
2.4.3 坐标伸缩因子的复数频率移位形式	(21)
第3章 探地雷达的时域有限差分法正演理论	(23)
3.1 Maxwell 方程组和 Yee 元胞	(23)
3.2 直角坐标 FDTD 更新方程	(27)
3.2.1 三维问题的 FDTD 更新方程	(27)
3.2.2 二维问题的 FDTD 更新方程	(31)
3.2.3 一维问题的 FDTD 更新方程	(34)
3.3 数值稳定性和色散	(35)
3.3.1 时间离散间隔的稳定性要求	(35)
3.3.2 Courant 稳定性条件	(36)
3.3.3 数值色散对空间离散间隔的要求	(38)
3.3.4 差分近似后的各向异性特性	(39)

3.4	FDTD 中的吸收边界条件	(42)
3.4.1	吸收边界条件的研究进展	(42)
3.4.2	Mur 一阶吸收边界条件	(44)
3.4.3	Mur 二阶吸收边界条件	(48)
3.4.4	非分裂递归卷积完全匹配层	(55)
第4章	FDTD 探地雷达正演实例	(67)
4.1	一维层状介质探地雷达正演	(67)
4.2	二维探地雷达 FDTD 正演模拟	(71)
4.2.1	层状模型	(72)
4.2.2	凹形模型	(83)
4.2.3	矩形模型	(86)
4.2.4	空洞模型	(91)
4.3	三维探地雷达 FDTD 正演模拟	(96)
第5章	时域有限单元法的基本原理	(117)
5.1	时域有限元法	(117)
5.1.1	微分方程边值方程的弱解形式	(117)
5.1.2	时域有限元求解步骤	(119)
5.2	电磁场波动边值问题	(120)
5.2.1	电磁场矢量波动方程	(120)
5.2.2	电磁场标量波动方程	(121)
5.2.3	边界条件	(121)
5.3	有限元空间剖分	(123)
5.4	一维 GPR 标量波动方程的有限元解	(125)
5.4.1	一维波动方程边值问题及其弱解形式	(125)
5.4.2	一维单元剖分与线性单元	(126)
5.4.3	单元分析	(128)
5.4.4	总体合成	(130)
5.5	时间离散方法	(131)
5.5.1	中心差分	(131)
5.5.2	Newmark $-\beta$ 法	(132)
5.5.3	两种算法的对比	(132)
5.6	一维 FETD 程序实现	(133)
5.6.1	激励源	(133)

5.6.2	一维时域有限元程序实现	(134)
第6章	有限单元法 GPR 正演程序实现	(140)
6.1	二维标量波动方程时域有限元解	(140)
6.1.1	标量波动方程边值问题及其弱解形式	(140)
6.1.2	三角单元有限元分析	(142)
6.1.3	三角形线性单元程序实现	(148)
6.1.4	四边形单元有限元分析	(155)
6.1.5	数值积分	(164)
6.1.6	二维双线性单元程序实现	(166)
6.2	二维矢量波动方程时域有限元解	(173)
6.2.1	二维电场矢量波动方程边值问题及其弱解形式	(173)
6.2.2	矩形单元棱边基函数有限元分析	(175)
6.2.3	三角形单元棱边基函数有限元分析	(180)
6.2.4	二维矢量有限元程序实现	(186)
6.3	三维矢量波动方程时域有限元解	(191)
6.3.1	三维电场矢量波动方程边值问题及其弱解形式	(191)
6.3.2	矩形块单元棱边基函数有限元分析	(193)
6.3.3	四面体单元棱边基函数有限元分析	(198)
6.3.4	三维矢量有限元程序实现	(203)
6.4	完全匹配层吸收边界条件加载	(215)
6.4.1	二维 PML 吸收边界条件	(216)
6.4.2	二维 CPML 吸收边界条件	(239)
6.4.3	三维 CPML 吸收边界条件	(241)
6.5	探地雷达 FETD 正演模拟	(243)
6.5.1	四边形单元 FETD 探地雷达正演实例	(243)
6.5.2	三角形单元 FETD 探地雷达正演实例	(247)
	参考文献	(250)

第1章 绪论

1.1 引言

探地雷达 (Ground penetrating radar, GPR) 是利用高频电磁波 (1 MHz ~ 10 GHz) 对地下结构或者物体内部不可见目标体进行探测定位的一种地球物理勘探方法^[1], 其探测对象边界条件复杂、目标体的几何尺寸小, 勘探精度要求高。由 GPR 发射天线发射的电磁波在地下介质中传播时, 其传播路径、波场强度与波形将随所通过介质的电性及几何形态发生变化。因此, 根据接收天线接收到回波的双程走时、振幅以及波形资料等, 再结合数据后处理与分析手段, 可以推断地下界面或地质体的空间位置、结构以及物性参数分布特征^[2-3]。

探地雷达抗干扰能力强、适应性强、分辨率高、操作简单、成果直观可见且为无损探测, 被广泛地应用于工程勘察及地质调查中^[4-5]。尤其是近几年来, 探地雷达的应用领域进一步扩大, 几乎涵盖了整个浅层勘探领域, 包括: 水利工程勘察、地下水污染调查、水文地质调查、管线探测、铁路和公路质量检测、浅层矿产资源勘探、岩土勘察、无损检测、工程建筑物结构调查、刑事侦破、考古研究、军事等众多领域^[6-15], 解决了很多工程实际问题。而多领域的应用也使得 GPR 在工程地质领域、浅层地球物理探测领域快速发展。随着探地雷达软、硬件技术不断发展, 理论研究不断深入, 探地雷达正逐步走向成熟与完善。

探地雷达是一种对地下或物体内不可见的目标体或界面进行定位的电磁无损探测技术, 考虑到探测环境以及电磁波传播过程的复杂性, 地下介质分布具有的多样性^[16]、非均匀性、强随机性, 探测目标体的几何尺度小、非规则边界条件复杂, 加上人为设施杂乱回波、天然干扰与电磁波本身的频散作用引起的衰减与畸变, 导致 GPR 波传播过程十分复杂, 目前探地雷达数据解释技术与工程勘探所需的高精度与高分辨率的客观要求还存在一定的距离。若仅依靠剖面数据, 尚不能直接给出诸如目标位置、目标性质及目标规模等工程中最为关心的数量指标, 因此需要深入展开正反演算法的研究。而反演计算量巨大, 无法应用到工程实际中, 资料解释仍主要以人工判断与经验解译的定性解释为主, 易产生误解。为了提高解释精度, 需要开展探地雷达正演模拟, 了解复杂地质体的雷达图像回波特征, 这对提高数据解释水平具有重要的意义。

1.2 研究背景

Maxwell 方程是描述与刻画雷达波动现象、传播规律与物理过程的有力工具,也是 GPR 波动方程正反演探测复杂探测对象奥秘的有效手段。目前求解 Maxwell 方程的数值方法主要有:积分方程法(Integral equation method, IEM)、有限差分法(Finite difference method, FDM)、有限单元法(Finite element method, FEM)。三种方法在时域(Time domain, TD)上分别表示为:IETD、FDTD、FETD,它们在空间离散和时间离散上的处理彼此不同,各有长处,简要比较它们的主要特征如表 1-1^[17]所示。GPR 所要探测的多为非线性、非均匀介质,故最常见的正演算法为 FDTD 和 FETD。

表 1-1 电磁波时域计算方法

	IETD	FETD	FDTD
方程出发点	由积分方程和 Green 函数出发,进行离散,概念难度中等	采用变分法或加权余量法将微分方程转化为积分形式后离散,概念难度大	由 Maxwell 方程取差分近似后直接离散,概念难度较小
空间离散	物体边界离散,内存相对小	计算域全域离散,内存相对较大	计算域全域离散,内存相对较大
离散单元	非结构网格,物体外形拟合好	非结构网格,物体外形拟合好	结构网格,物体外形拟合有台阶误差
介质物体特性	不易处理非线性、非均匀介质	可以处理非线性、非均匀介质	可以处理非线性、非均匀介质
计算区域	便于开域问题	开域需添加吸收边界	开域需添加吸收边界
时域离散	时间导数差分离散	Newmark 离散	中心差分离散
离散后方程形式	矩阵方程,满秩矩阵;有显式和隐式解	矩阵方程,稀疏矩阵;每一时间步需要求解矩阵	显式时间步进,无需矩阵求解

1.3 国内外研究现状及进展

正演是计算地球物理学理论研究的主要内容之一, GPR 正演是已知地下介质

或物体内部参数的分布去模拟电磁波在其中的传播规律或特征。在 GPR 模拟方法中, FDTD 具有直接时域计算、思路清晰、编程简单等特点, 成为 GPR 模拟中应用最广泛的一种方法, 国内外有不少研究成果。K. S. Yee(1996)^[18] 发表了具有开创性的论文: *Numerical solution for Initial Boundary problems Involving Maxwell's Equation in Isotropic Media*, 拉开了 FDTD 法模拟电磁场的序幕, 并提出了著名的 Yee 氏空间网格剖分方法; 王长清、祝西里(1994)^[19] 的专著《电磁场计算中的时域有限差分法》与高本庆(1995)^[20] 撰写的《时域有限差分法》是国内两本较早的 FDTD 书籍, 它系统地介绍了 FDTD 的原理、边界条件处理、程序编写要领, 对 FDTD 的推广应用起到了促进作用; 李大心(1994)^[1] 编著的《探地雷达方法与应用》, 在探地雷达的理论、数据采集、资料处理和解释方面都作了较充分的阐述, 对 GPR 的应用与推广起了重要作用, 提出了 GPR 数值模拟的要求; Taflove(1995)^[21], 曾昭发、刘四新等(2006)^[22], 栗毅、黄春林等(2006)^[23], 杨峰、彭苏萍等(2010)^[24] 出版的探地雷达专著中对于 FDTD 数值模拟也有详细的介绍; 冯德山(2003)^[25], 周超(2007)^[26], 吴宝杰(2007)^[27], 周美丽(2008)^[28], 王富明(2012)^[29] 等应用 FDTD 的探地雷达正演与仿真撰写了硕士论文。与此同时, 应用 FDTD 开展 GPR 正演模拟的文献也相继问世。方广有、张忠治等(1998, 1999)^[30-31] 应用 FDTD 分析无载频脉冲探地雷达特性并开展了模型仿真试验; 何兵寿、张会星(2000)^[32-33] 探讨了 FDTD 在地质雷达正演中的频散压制、理想频散关系的定义和吸收边界改进方法, 数值模拟试验说明, 理想频散关系能有效压制数值频散现象; Giannopoulos(2000)^[34-36] 编制了基于时域有限差分算法的 GPR 正演软件“GPRMax”, 它可进行二、三维规则雷达模型或其组合的正演, 目前主要有 GPRmaxV2.0 与 GPRmaxV1.5 两个版本, 已得到最广泛的应用; 周奇才(2008)^[37], 成艳(2009)^[38], 宋审宇等(2010)^[39] 应用基于 FDTD 的 GPRMax2D 软件开展了 GPR 图像正演模拟; 郭立等(2012)^[40] 应用 GPRmax 软件模拟开展了探地雷达探测植物根系的有效性探索, 通过定义不同根系的空间结构和电性参数场景, 对影响探地雷达探测植物根系有效性的敏感因素进行了初步分析, 有助于 GPR 野外根系探测图谱的解译, 为探地雷达在植物根系探测中的应用积累了经验。Irving 等(2006)^[41] 基于 Matlab 平台开发了二维探地雷达正演软件, 采用 TM 模式模拟地面雷达, 用 TE 模式模拟钻孔雷达与垂直剖面雷达, 并给出了详细的源代码; Jiao, McMechan(2000)^[42] 在二维与三维雷达测量中应用 FDTD 研究了半波偶极子辐射天线; 刘立业等(2006, 2008)^[43-44] 给出一种新型的探地雷达天线系统, 它将该天线置于镜像面上且具有离散指数电阻加载的单偶极子, 并通过 FDTD 对该天线的辐射特性的研究, 消除由于天线末端阻抗不匹配而引起的二次反射, 使天线具有较好的辐射波形; Shaari 等(2010)^[45] 应用 FDTD 进行了非金属材料管线的 GPR 天线目标极性研究; 黄晶晶(2010)^[46] 开展了宽带探地雷达天线的研