普通高等教育“十三五”规划教材
应用技术型大学数学课程系列教材

概率统计与数学模型

（第二版）

电子科技大学成都学院大学数学教研室　编

非外借

科学出版社

普通高等教育“十三五”规划教材
应用技术型大学数学课程系列教材

概率统计与数学模型

（第二版）

电子科技大学成都学院大学数学教研室　编

安徽建筑大学
藏書
图书馆

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书内容包括概率论和数理统计两大部分，第 1 至第 5 章介绍概率论的基本知识，包括随机事件与概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理等；第 6 至第 9 章介绍数理统计的基本知识，包括数理统计、参数估计、假设检验、回归分析等. 本书在概率统计的基础上加入了数学模型，重点强调基础知识如何应用于工程实际，选取了大量的理工类、经管类数学模型实例.

本书可作为高等学校理工类、经管类专业概率论与数理统计课程的教材.

图书在版编目(CIP)数据

概率统计与数学模型/电子科技大学成都学院大学数学教研室编. —2 版. —北京：科学出版社，2017.8
普通高等教育"十三五"规划教材·应用技术型大学数学课程系列教材
ISBN 978-7-03-053869-7

Ⅰ. ①概…　Ⅱ. ①电…　Ⅲ. ①概率统计-高等学校-教材 ②数学模型-高等学校-教材　Ⅳ. ①O211 ②O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 146508 号

责任编辑：王胡权 / 责任校对：邹慧卿
责任印制：师艳茹 / 封面设计：陈　敬

科 学 出 版 社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

天津市新科印刷有限公司 印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2014 年 8 月第　一　版　开本：B5 (720×1000)
2017 年 8 月第　二　版　印张：13
2017 年12月第六次印刷　字数：262 000

定价：32.00 元
(如有印装质量问题，我社负责调换)

“应用技术型大学数学课程系列教材”编委会

主　任　彭年斌　陈骑兵

副主任　帅　鲲　张诗静

编　委　（以下按姓名笔画排列）

向　飞　李　琼　李宝平

李建军　李秋敏　李政文

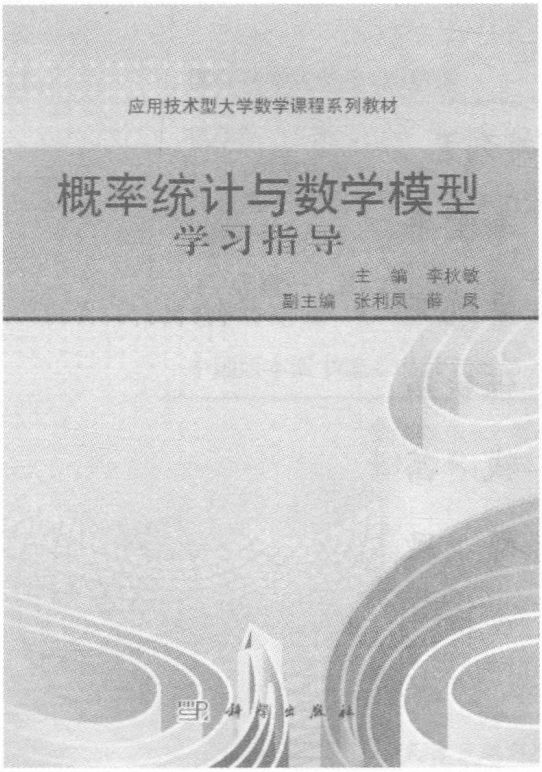
张　强　张利凤　张秋燕

杨　森　武伟伟　钱　茜

康淑菊　廖　果　薛　凤

配套学习指导推荐

本教材配有《概率统计与数学模型学习指导》一书，可供使用本教材的学生或其他读者作为教学参考资料。祝您学业有成！



书名：概率统计与数学模型学习指导

主编：李秋敏

书号：978-7-03-045142-2

定价：23.00 元

科学出版社电子商务平台购买链接：

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第二版前言

本书是科学出版社普通高等教育“十三五”规划教材，也是四川省 2013～2016 年高等教育人才培养质量和教改建设项目成果. 本书第一版自 2014 年出版以来，受到广大同类院校的关注，并被多所学校选为教材或参考书. 经过几年的教学实践，并广泛征求同行的宝贵意见，在保持第一版教材的框架和风格的基础上，此次再版做了以下几方面的工作：

(1)对部分内容进行了优化与增删，使一些计算过程更加简明；

(2)对原教材中的例题、习题进行了精选，并增添了一些典型例题、习题；

(3)对文字叙述进行了加工，使其表达更加简明；

(4)对原教材中的少数印刷错误进行了勘误.

本书由张诗静，张利凤主编，具体编写分工如下：第 1，4，5 章由张诗静、李秋敏编写，第 2，3 章由薛凤、张诗静编写，第 6，7 章由张利凤编写，第 8，9 章由李政文、李秋敏编写，全书由张诗静负责统稿.

这次修订中，我们获得了许多宝贵的意见和建议，借本书再版机会，向对我们工作给予关心、支持的学院领导及广大同行表示诚挚的谢意，本版中存在的问题，欢迎广大专家、同行和读者批评指正.

编　者

2017 年 6 月于成都

第一版前言

为了培养应用型科技人才，我们在大学数学的教学中以工程教育为背景，坚持将数学建模、数学实验的思想与方法融入数学主干课程教学，收到了好的效果. 通过教学实践我们认为将原来的高等数学、线性代数、概率论与数理统计课程改为微积分与数学模型、线性代数与数学模型、概率统计与数学模型课程，对转变师生的教育理念，引领学生热爱数学学习、重视数学应用很有帮助，对理工类应用型本科学生工程数学素养的培养很有必要.

“将数学建模思想全面融入理工类数学系列教材的研究”是电子科技大学成都学院“以 CDIO 工程教育为导向的人才培养体系建设”项目中的课题. 也是四川省 2013～2016 年高等教育人才培养质量和教改建设项目.

本套系列教材主要以应用型科技人才培养为导向，以理工类专业需要为宗旨，在系统阐述微积分、线性代数、概率统计课程的基本概念、基本定理、基本方法的同时融入了很多经典的数学模型. 重点强调数学思想与数学方法的学习，强调怎样将数学应用于工程实际.

《概率统计与数学模型》主要介绍随机事件、随机变量及其分布、期望方差、大数定律与中心极限定理、数理统计、参数估计、假设检验和回归分析等.

本书的编写具有如下特点：

1. 在保证基础知识体系完整的前提下，力求通俗易懂，删除了繁杂的理论性证明过程；教材体系和章节的安排上，严格遵循循序渐进、由浅入深的教学规律；在对内容深度的把握上，考虑应用型科技人才的培养目标和学生的接受能力，做到深浅适中、难易适度.

2. 在重要概念和公式的引入上尽量根据数学发展的脉络还原最质朴的案例，教材中引入的很多案例都是数学建模活动中或学生讨论课上最感兴趣的问题，其内容丰富、生动有趣、视野开阔、宏微兼具. 这对于提高学生分析问题和解决问题的能力很有帮助.

3. 按章配备了难度适中的习题，并附有答案或提示.

全书讲授与讨论需 64 学时，根据不同层次的需要，课时和内容可酌情取舍.

本书由李秋敏主编，第 1、4、5、8、9 章由李秋敏编写，第 2、3 章由薛凤编写，第 6、7 章由张利凤编写，全书由李秋敏负责统稿.

在本书的编写过程中,我们参阅了大量的教材和文献资料,在此向这些教材的作者表示感谢.

由于编者水平有限,书中难免有缺点和不当之处,恳请同行专家和读者批评指正.

电子科技大学成都学院
数学建模与工程教育研究项目组
2014 年 5 月于成都

目　　录

第二版前言

第一版前言

第 1 章　随机事件与概率 ······ 1

1.1　随机现象与随机试验 ······ 1

1.1.1　随机现象 ······ 1

1.1.2　随机试验 ······ 1

1.2　随机事件 ······ 2

1.2.1　样本空间 ······ 2

1.2.2　随机事件 ······ 2

1.2.3　事件的关系及运算 ······ 3

1.3　概率及其性质 ······ 6

1.3.1　概率 ······ 6

1.3.2　频率 ······ 6

1.3.3　古典概率 ······ 7

1.3.4　概率的公理化定义与性质 ······ 8

1.4　条件概率与乘法公式 ······ 10

1.4.1　条件概率 ······ 10

1.4.2　乘法公式 ······ 12

1.5　全概率公式与贝叶斯公式 ······ 13

1.5.1　全概率公式 ······ 13

1.5.2　贝叶斯公式 ······ 14

1.6　事件的独立性 ······ 16

1.7　随机事件应用实例 ······ 18

习题 1 ······ 20

第 2 章　随机变量及其分布 ······ 23

2.1　随机变量及其分布函数 ······ 23

2.1.1　随机变量 ······ 23

2.1.2　分布函数 ······ 24

2.2　离散型随机变量 ······ 26

2.2.1 离散型随机变量及其分布律 …… 26
2.2.2 常见的离散型分布 …… 29
2.2.3 离散型随机变量的应用实例 …… 32
2.3 连续型随机变量 …… 33
2.3.1 连续型随机变量及其概率密度 …… 33
2.3.2 常见的连续型分布 …… 37
2.3.3 连续型随机变量的应用实例 …… 43
2.4 随机变量函数的分布 …… 43
2.4.1 离散型随机变量函数的分布 …… 44
2.4.2 连续型随机变量函数的分布 …… 45
习题 2 …… 47
第 3 章 多维随机变量及其分布 …… 50
3.1 多维随机变量及其分布函数 …… 50
3.1.1 多维随机变量 …… 50
3.1.2 联合分布函数 …… 50
3.2 二维离散型随机变量 …… 53
3.2.1 联合分布律与边缘分布律 …… 53
3.2.2 二维离散型随机变量的应用实例 …… 55
3.3 二维连续型随机变量 …… 56
3.3.1 联合概率密度函数 …… 56
3.3.2 常见的二维连续型分布 …… 58
3.3.3 二维连续性随机变量的应用实例 …… 59
3.4 随机变量的独立性 …… 61
3.4.1 独立性的定义 …… 61
3.4.2 独立性的性质 …… 63
3.4.3 独立性的应用实例 …… 63
3.5 二维随机变量的函数的分布 …… 64
3.5.1 二维离散型随机变量函数的分布 …… 64
3.5.2 二维连续型随机变量函数的分布 …… 66
3.5.3 二维随机变量函数的应用实例 …… 70
习题 3 …… 71
第 4 章 随机变量的数字特征 …… 74
4.1 数学期望 …… 74
4.1.1 数学期望的概念 …… 74

4.1.2 随机变量的函数的数学期望 …… 76
4.1.3 数学期望的性质 …… 78
4.2 方差 …… 79
4.2.1 方差的概念 …… 79
4.2.2 方差的性质 …… 81
4.2.3 几种常见分布的数学期望与方差 …… 82
4.2.4 矩 …… 85
4.3 协方差与相关系数 …… 85
4.4 应用实例 …… 89
习题 4 …… 91
第 5 章 大数定律及中心极限定理 …… 94
5.1 切比雪夫不等式 …… 94
5.2 大数定律 …… 95
5.3 中心极限定理 …… 98
习题 5 …… 102
第 6 章 数理统计 …… 104
6.1 数理统计基本概念 …… 104
6.1.1 总体和样本 …… 104
6.1.2 统计量 …… 106
6.2 几种常见的统计量分布 …… 108
6.2.1 常见抽样分布 …… 109
6.2.2 抽样分布定理 …… 112
6.3 应用实例 …… 115
习题 6 …… 116
第 7 章 参数估计 …… 117
7.1 参数的点估计 …… 117
7.1.1 矩估计 …… 117
7.1.2 极大似然估计 …… 120
7.2 估计量的优良准则 …… 123
7.2.1 无偏性 …… 123
7.2.2 有效性 …… 125
7.2.3 相合性 …… 125
7.3 参数的区间估计 …… 126
7.3.1 基本概念 …… 126

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

7.3.2　单侧置信区间 …… 130
7.4　参数估计应用实例 …… 132
习题 7 …… 134

第 8 章　假设检验 …… 136
8.1　假设检验的基本概念 …… 136
8.1.1　引例 …… 136
8.1.2　假设检验的基本概念 …… 137
8.1.3　假设检验的基本步骤 …… 139
8.2　参数的假设检验 …… 139
8.2.1　均值的检验 …… 139
8.2.2　方差的检验 …… 144
8.3　分布的假设检验 …… 147
8.3.1　χ^2 检验法 …… 148
8.3.2　总体分布为连续型的分布拟合检验 …… 150
习题 8 …… 152

第 9 章　回归分析 …… 154
9.1　回归分析的基本概念 …… 154
9.1.1　一元线性回归模型 …… 154
9.1.2　参数估计:最小二乘法 …… 157
9.1.3　显著性检验 …… 158
9.2　一元线性回归分析实例 …… 160
9.3　多元线性回归分析实例 …… 161
9.4　非线性回归问题的线性化处理 …… 164
9.4.1　几种常见的可线性化的曲线类型 …… 164
9.4.2　非线性回归分析实例 …… 166
习题 9 …… 167

部分习题参考答案 …… 170

参考文献 …… 179

附表 …… 180

第 1 章　随机事件与概率

1.1　随机现象与随机试验

1.1.1　随机现象

在自然界和人类社会生活中，存在各种各样的现象. 有一些是在一定条件下必然会发生的现象. 例如，标准大气压下，水加热到 100℃时必然会沸腾，在 0℃时必然会结冰；同性的电荷必然互相排斥，异性的电荷必然互相吸引，这些现象称为**确定性现象**.

另一些是事前不能预测其结果的现象. 例如，抛一枚均匀硬币，可能出现正面向上，也可能出现反面向上；某厂生产的同一类灯泡的寿命会有所差异；用同一门炮向同一目标射击，各次弹着点不尽相同，在一次射击之前无法预测弹着点的确切位置，等等. 这些现象称为**随机现象**.

随机现象的结果事前不能预测，但在相同条件下，大量重复试验和观测时，会发现它们呈现某种规律性. 并且在试验和观测之前知道所有可能发生的结果，只是在每次试验之前并不知道这些结果中哪一个会发生. 例如，抛一枚均匀硬币，抛掷前是知道所有可能出现的结果，即正面向上或反面向上，但具体每次是哪一个结果出现并不清楚. 大量重复试验后会发现出现正面和出现反面的次数大约是 1∶1. 随着试验次数的增加，随机现象的这种规律性称为随机现象的**统计规律性**. 概率论与数理统计正是研究随机现象及其统计规律性的一门数学学科.

1.1.2　随机试验

在概率论中，为叙述方便，对随机现象进行的观察或科学试验统称为试验. 用字母 E 表示.

例 1.1.1　观察下列几个试验.

$E\,1$：投掷一枚均匀骰子，观察出现的点数（即朝上那一面的点数）.

$E\,2$：在一批产品中，任取一件，检测它是正品，还是次品.

$E\,3$：投掷一枚质地均匀的硬币两次，观察它出现正面和反面的次数.

$E\,4$：记录某网站一天的点击量.

$E\,5$：从一批灯泡中，任取一只，测试其寿命.

以上试验的结果都是可以观测的，并且具有下列三个共同特点.

(1)试验可以在相同的条件下重复进行，即**可重复性**.

(2)试验的结果不唯一,但在试验前就知道所有可能出现的结果,即结果的**明确性**.

(3)在一次试验中,某种结果出现与否是不确定的,在试验之前不能准确地预测该次试验将会出现哪一种结果,即结果的**随机性**.

所有具有以上三个特点的试验称为**随机试验**,简称为**试验**.

1.2 随机事件

1.2.1 样本空间

在随机试验中,人们感兴趣的是试验的结果,将试验 E 的每一种可能结果称为**样本点**,记为 ω. 所有样本点组成的集合称为试验 E 的**样本空间**,记为 Ω 或 S .

例如,在抛掷一枚均匀硬币的试验中,有两个可能结果,即出现正面或出现反面,分别用"正面"和"反面"表示,因此这个随机试验有两个样本点,样本空间 $\Omega=\{$正面,反面$\}$.

例 1.2.1 写出以下随机试验的样本空间.

$E\,1$:投掷一枚均匀骰子,出现的点数可能是 1,2,3,4,5,6 中的任何一种,因此样本空间记为:$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$.

$E\,2$:在一批产品中,任取一件,其结果可能是正品,也可能是次品,因此样本空间记为:$\Omega=\{$正品,次品$\}$.

$E\,3$:投掷一枚均匀硬币两次,它可能出现的结果为:两次都为正面;第一次出现正面且第二次出现反面;第一次出现反面且第二次出现正面;两次都为反面. 因此样本空间记为:

$\Omega=\{$(正面、正面),(正面,反面),(反面,正面),(反面,反面)$\}$,

以上三个样本空间中的样本点为有限个.

$E\,4$:记录某城市 120 急救电话台一昼夜接到的呼唤次数,样本空间 $\Omega=\{0,1,2,\cdots\}$.

这个样本空间有无穷多个样本点,但这些样本点可以与整数集一一对应,称其样本点数为可列无穷多个.

$E\,5$:从一批灯泡中,任取一只,灯泡的寿命 t 为非负实数,样本空间记为:$\Omega=\{t\mid 0\leqslant t\leqslant T\}$.

这个样本空间包含无穷多个样本点,它们充满一个区间,称其样本点数是不可列的.

1.2.2 随机事件

在随机试验中,所有可能发生的结果称为**随机事件**,简称为**事件**,常用大写字

母 $A,B,C,\cdots$ 表示. 若 A 表示投掷一枚均匀硬币出现正面这一事件,则记 $A=\{$正面$\}$,单个样本点组成的集合 $\{\omega\}$ 称为**基本事件**,多个样本点组成的集合 $\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$ 称为**复合事件**.

随机事件是样本空间的子集. 其中,在每次试验中,一定出现的事件称为**必然事件**,记为 Ω; 一定不可能出现的事件称为**不可能事件**,记为 $\varnothing$. 如测量某地区 6 岁男童身高的试验,{身高小于 0}是不可能事件,{身高大于 0}是必然事件.

例 1.2.2　投掷一枚质地均匀的骰子,若记事件 $A=\{$出现的点数为偶数$\}$, $B=\{$出现的点数小于 5$\}$, $C=\{$出现的点数为小于 5 的奇数$\}$, $D=\{$出现的点数大于 6$\}$,则 A,B,C,D 都是随机事件,也可表示为: $A=\{2,4,6\}$, $B=\{1,2,3,4\}$, $C=\{1,3\}$, D 为不可能事件,即 $D=\varnothing$. 记事件 $A_n=\{$出现 n 点$\}$, $n=1,2,3,4,5,6$. 显然, $A_1,A_2,\cdots,A_6$ 都是基本事件, A,B,C 是复合事件.

1.2.3　事件的关系及运算

在一个样本空间中可以定义多个随机事件,事件与事件之间往往有一定的关系. 事件是样本点的集合,因此事件间的关系与运算可以按照集合与集合之间的关系与运算来处理.

下面假设试验 E 的样本空间为 Ω, $A,B,C,A_1,A_2,\cdots,A_n$ 分别是 E 的事件.

1. 事件的包含关系

如果事件 A 发生必然导致事件 B 的发生,则称**事件 B 包含事件 A**,**事件 A 是事件 B 的子事件**,记为 $A\subset B$.

如例 1.2.2 中 $\{1,3\}\subset\{1,2,3,4\}$,即事件 $C\subset B$,所以 C 是 B 的子事件,事件 B 包含事件 C.

如果事件 A 包含事件 B,同时事件 B 也包含事件 A,即 $B\subset A$ 且 $A\subset B$,则称**事件 A 与事件 B 相等**,记为 $A=B$.

对任一事件 A,总有 $\varnothing\subset A\subset\Omega$.

2. 和事件

事件 A 与事件 B 中至少有一个发生的事件,称为**事件 A 与事件 B 的和事件**,记作 $A\cup B$,即

$$A\cup B=\{A\text{ 发生或 }B\text{ 发生}\}=\{A,B\text{ 中至少有一个发生}\}$$

事件 A,B 的和事件是由 A 与 B 的样本点合并而成的事件.

如例 1.2.2 中 $A=\{2,4,6\}$, $B=\{1,2,3,4\}$,则 $A\cup B=\{1,2,3,4,6\}$.

类似地, n 个事件的和事件为 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$,或记作 $\bigcup\limits_{k=1}^{n}A_k$.

3. 积事件

事件 A 与事件 B 同时发生的事件,称为**事件 A 与事件 B 的积事件**,记作 $A \cap B$ 或 AB,即

$$A \cap B = \{A \text{ 发生且 } B \text{ 发生}\} = \{A,B \text{ 同时发生}\}.$$

事件 A,B 的积事件是由 A 与 B 的公共样本点所构成的事件.

如例 1.2.2 中 $A = \{2,4,6\}, B = \{1,2,3,4\}$,则 $AB = \{2,4\}$.

类似地,n 个事件的积事件为 $A_1A_2\cdots A_n$,或记为 $\bigcap\limits_{k=1}^{n} A_k$.

4. 差事件

事件 A 发生而事件 B 不发生的事件,称为**事件 A 关于事件 B 的差事件**,记作 $A-B$,表示 A 发生而 B 不发生,即 $A-B=A\bar{B}$.

事件 A 关于 B 的差事件是由属于 A 且不属于 B 的样本点所构成的事件.

如例 1.2.2 中 $A = \{2,4,6\}, B = \{1,2,3,4\}$,则 $A-B = \{6\}, B-A = \{1,3\}$.

5. 互不相容事件

如果事件 A 与事件 B 不能同时发生,即 $AB = \varnothing$,则称**事件 A 与事件 B 互不相容**,或称**事件 A 与事件 B 互斥**.

如例 1.2.2 中 $A = \{2,4,6\}, C = \{1,3\}$,则 A,C 是互不相容的.

同一随机试验的基本事件都是互不相容的.

6. 对立事件

试验中"A 不发生"这一事件称为 A 的**对立事件**或 A 的**逆事件**,记为 $\bar{A}$.

一次试验中,A 发生则 $\bar{A}$ 必不发生,而 $\bar{A}$ 发生则 A 必不发生,因此 A 与 $\bar{A}$ 满足关系

$$A \cup \bar{A} = \Omega, \quad A\bar{A} = \varnothing.$$

如例 1.2.2 中 $A = \{2,4,6\}, B = \{1,2,3,4\}$,则 $\bar{A} = \{1,3,5\}, \bar{B} = \{5,6\}$.

事件间的关系与运算可用维恩(Venn)图(图 1.1)直观地加以表示. 图中方框表示样本空间 Ω,圆 A 和圆 B 分别表示事件 A 和事件 B.

事件的运算满足如下运算律:

(1)交换律

$$A \cup B = B \cup A;$$

(2)结合律

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),$$
$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C);$$

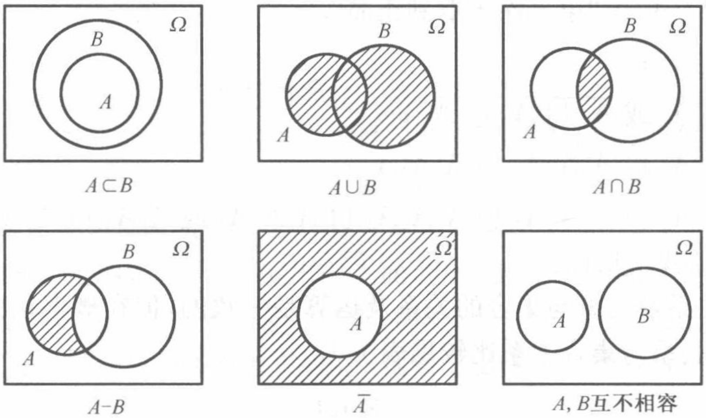


图 1.1

(3)分配律

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C),$$
$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C);$$

(4)对偶律(De Morgan 定理)

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B},$$
$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B},$$

对偶律还可以推广到多个事件的情况.一般地,对 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 有

$$\overline{A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n} = \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \cdots \cap \bar{A}_n,$$
$$\overline{A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n} = \bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \cdots \cup \bar{A}_n;$$

对偶律表明,"至少有一个事件发生"的对立事件是"所有事件都不发生","所有事件都发生"的对立事件是"至少有一个事件不发生".

(5)吸收律

$$若 A \subset B, 则 A \cup B = B, AB = A.$$

例 1.2.3　对某产品的质量进行抽样检验,产品分为正品和次品两种,进行三次抽样,每次抽取一件产品,记事件 A_n ="第 n 次取到正品",$n=1,2,3$. 试用事件运算的关系表示下列事件:

(1)前两次都取到正品,第三次未取到正品;

(2)三次都未取到正品;

(3)三次中只有一次取到正品;

(4)三次中至多有一次取到正品;

(5)三次中至少有一次取到正品.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com