

胡金德 谭泽光 梁 恒 考研数学系列

命题人与阅卷人 联袂打造

2018 考研数学

历年真题 名师点评

(数学三)

清华大学 胡金德

清华大学 谭泽光 主 编

清华大学 梁 恒

- 专题解读——条分缕析历年真题
- 题型丰富——科学归纳海量题目
- 名师点拨——深度揭秘真题本质
- 解读多维——全面掌握解题技巧



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

2018 考研数学

历年真题
名师点评

(数学三)

清华大学 胡金德

清华大学 谭泽光 主 编

清华大学 梁 恒



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书精心编排了2001—2017年共17年的数学三考研真题,依照考试大纲的要求,按知识点对所有题目进行讲解,体系清晰、分析细致、讲解详尽,便于考生系统复习。本书可作为广大考生复习阶段模拟练习的重要题库,起到查漏补缺、指导复习方向的作用。

本书可供将参加2018年研究生入学考试数学三的考生备考使用。

图书在版编目(CIP)数据

2018 考研数学历年真题名师点评. 数学三 / 胡金德, 谭泽光, 梁恒主编. -- 北京: 北京航空航天大学出版社, 2017.2

ISBN 978-7-5124-2344-2

I. ①2… II. ①胡… ②谭… ③梁… III. ①高等数学—研究生—入学考试—题解 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 031625 号

版权所有,侵权必究。

2018 考研数学历年真题名师点评(数学三)

胡金德 谭泽光 梁 恒 主编

责任编辑 宋淑娟

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:bhwaiyu@163.com 邮购电话:(010)82316936

北京兴华昌盛印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:25.25 字数:646千字

2017年3月第1版 2017年3月第1次印刷

ISBN 978-7-5124-2344-2 定价:45.80元

若本书有倒页、脱页、缺页等印装质量问题,请与本社发行部联系调换。联系电话:(010)82317024

前言

全国工学、经济学硕士研究生入学统一考试(数学)实施多年以来,每年命题都是紧扣大纲,形成了相对稳定、完整的模式。对这种模式的深入了解,有助于考生把握命题规律,熟悉考试题型,争取优异成绩。因此,在每一套考研数学辅导丛中,真题解析类图书都是重要的组成部分之一。通过练习真题,可以有效地帮助考生把握数学考试大纲的命题指导思想、原则和趋势。真题是广大考生和教师了解试题信息、分析命题重点、总结命题规律和揣摩命题动态的重要依据。本书可作为考生复习阶段模拟练习的重要题库,起到查漏补缺、指导复习方向的作用。

因此,一本经典的历年考试真题解析教程应当是内容完整、分析细致、求解详尽、总结全面的辅导书,同时这也是广大考生所热切期待的。本丛书作者就是依据上述精神,精心编纂了本册《2018 考研数学历年真题名师点评(数学三)》。本书布局巧妙,内容精细,综合了众多相关教程和复习指导书的优点,具有如下几个特点:

1. 内容细致,题型丰富

本书共分三篇。第一篇为 2001—2016 年历年真题汇编。第二篇为历年真题分类解析,本部分依照考试大纲的要求,按知识点归纳对所有题目分专题进行讲解,体系清晰,便于考生系统复习。每一专题的题目按选择、填空、简答排序,内容由浅入深,方便考生循序渐进地领会各个知识点。第三篇将 2017 年最新真题及答案解析单列出来,方便读者熟悉最新考题,对真题的题量、题型和难度有初步的认识。同时本书也综合了其他几类考试试卷(如数学一、数学二)中的一些经典真题,以求对考研大纲知识点的全面覆盖。

2. 解析详尽,总结全面

对于每一道题目,编者为广大考生设计了两个重要板块:【解析】和【知识点归纳】。【解析】是依据考研名师提供的经典讲义教案,提供了最新的解题思路、方法和技巧,给出详细准确的求解过程,以帮助考生开拓思路,提高解题能力。【知识点归纳】则是对每一道题目所涉及的知识进行归纳总结,让考生对每一道题目所需的知识点有一个直接的认知,方便查漏补缺、完善知识体系。此外,【大纲导读】一栏为考生提供了过去一年的考试大纲,对考生细致了解考试内容、把握重点起到重要的作用。【本章小结】一栏则全面回顾了本章所涉及的知识点,有助于考生系统总结,温故知新。

3. 精心设计,完美自测

除上述经典部分之外,编者还在第一篇历年真题汇编中设计了“参考答案及自测表”,对所有真题进行题型归类,方便考生归纳总结复习中的不足,及时发现并弥补自身知识体系的缺漏。

考生在使用本书时,应该按章节先结合教材,温习“全书”中同步复习的相关知识点,同时选取 5 套左右的真题试卷作为阶段性模拟测验。在完成第一次系统复习之后,进行第二轮专项突破复习,再选取 5 套左右的真题试卷进行模拟演练,并仔细填写自测表,总结错误类型。在完成第二轮复习之后,做完剩下的考研真题试卷,再次检查自身的错误,进一步完善自己的知识结

构。在每次做模拟试卷时,都应严格按照考试时间进行,稳步提升对考试时间的掌控能力。另外,在每次做完一套考研真题试卷之后,都应当对自己所做的答卷进行详细的归纳总结,查清出错原因,总结自己在基本理论、基本概念和基本方法方面有何欠缺,在做题技巧、知识综合和灵活运用等方面有何不足。总之,这样的归纳总结过程对于考生的复习来说是十分必要的,其重要程度与做题无异,考生应当认真对待这一复习环节。

编者力求编写一套更为优秀的辅导丛书,但因水平有限,难免有不足之处,恳请广大考生读者批评指正。

最后,真诚地祝愿广大考生通过辛勤的努力,取得良好的成绩,考入理想的学府。

编 者
2017 年 1 月

目 录

第一篇 历年真题汇编(2001—2016)

2016 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	3
2016 年数学三真题参考答案及自测表	5
2015 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	7
2015 年数学三真题参考答案及自测表	9
2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	12
2014 年数学三真题参考答案及自测表	14
2013 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	17
2013 年数学三真题参考答案及自测表	19
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	22
2012 年数学三真题参考答案及自测表	24
2011 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	27
2011 年数学三真题参考答案及自测表	29
2010 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	32
2010 年数学三真题参考答案及自测表	34
2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	36
2009 年数学三真题参考答案及自测表	39
2008 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	41
2008 年数学三真题参考答案及自测表	43
2007 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	45
2007 年数学三真题参考答案及自测表	48
2006 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	50
2006 年数学三真题参考答案及自测表	53
2005 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	55
2005 年数学三真题参考答案及自测表	57
2004 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	59
2004 年数学三真题参考答案及自测表	62
2003 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	64
2003 年数学三真题参考答案及自测表	66
2002 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	69
2002 年数学三真题参考答案及自测表	71
2001 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	73
2001 年数学三真题参考答案及自测表	75

第二篇 真题分类解析(2001—2016)

第一部分 微积分	79
第一章 函数、极限、连续	79
§1 函数的性质	79
§2 极限的概念与性质	80
§3 求解数列极限	81
§4 单调有界准则和夹逼准则	82
§5 等价无穷小	83
§6 求解函数极限	85
§7 无穷小及其阶的比较	91
§8 极限中参数的求解	96
§9 函数连续性及其间断点类型	96
§10 分段函数的连续性	99
§11 函数的渐近线问题	99
第二章 一元函数微分学	103
§1 导数与微分的定义	103
§2 导数的几何意义	106
§3 连续与导数的关系	106
§4 导数与微分的计算	109
§5 函数单调性、极值和最值	111
§6 拐点与凹凸性	113
§7 函数零点与方程根的讨论	116
§8 微分中值定理	118
§9 函数不等式	122
§10 微分学的经济应用	124
第三章 一元函数积分学	131
§1 求解不定积分	131
§2 定积分的概念和性质	134
§3 求解定积分	137
§4 变限积分函数的求解	141
§5 反常积分的性质和计算	145
§6 定积分的几何、经济学应用	146
第四章 多元函数微积分学	152
§1 偏导数与全微分的基本概念	152
§2 偏导数与全微分的计算	154
§3 多元复合函数求导	156
§4 隐函数求导	161
§5 多元函数的极值和最值	164

§ 6	二重积分的概念与性质	168
§ 7	计算二重积分	169
§ 8	二重积分的极坐标变换	174
§ 9	利用区域对称性和函数的奇偶性求解二重积分	178
§ 10	交换积分次序	187
第五章	无穷级数	191
§ 1	级数的敛散性判定	191
§ 2	正项级数与交错级数	195
§ 3	幂级数的收敛区间与收敛域	198
§ 4	幂级数的和函数	199
§ 5	求级数的和	206
§ 6	函数的幂级数展开	206
第六章	常微分方程与差分方程	210
§ 1	可分离变量的微分方程	210
§ 2	齐次方程	211
§ 3	一阶线性微分方程	211
§ 4	二阶常系数线性微分方程的特解和通解	214
§ 5	微分方程的应用	215
§ 6	一阶常系数线性差分方程	217
第二部分	线性代数	219
第一章	行列式	219
§ 1	数字型行列式的计算	219
§ 2	三对角线行列式的计算	220
§ 3	抽象型行列式的计算	223
第二章	矩 阵	226
§ 1	矩阵的基本运算	226
§ 2	伴随矩阵	228
§ 3	矩阵求逆	228
§ 4	分块矩阵	230
§ 5	初等变换	231
§ 6	矩阵的秩	235
§ 7	求解矩阵方程	238
第三章	向 量	241
§ 1	线性相关性与线性表示	241
§ 2	特征向量与向量组的线性相关性	245
§ 3	向量组的秩与线性相关性	246
§ 4	极大线性无关组	250
§ 5	向量组的等价问题	252
第四章	线性方程组	255
§ 1	线性方程组解的判定、性质与结构	255

§ 2 齐次线性方程组的基础解系与通解	258
§ 3 非齐次线性方程组的通解	260
§ 4 两方程组的公共解与同解问题	266
第五章 矩阵的特征值与特征向量	270
§ 1 矩阵特征值与特征向量的求解	270
§ 2 相似矩阵的性质及其判定	271
§ 3 方阵的对角化	273
§ 4 实对称矩阵及其对角化	279
第六章 二次型	289
§ 1 二次型的基本概念	289
§ 2 正交变换化二次型为标准形	295
§ 3 合同矩阵的判定	298
§ 4 正定矩阵与正定二次型	299
第三部分 概率论与数理统计	302
第一章 随机事件和概率	302
§ 1 随机事件及其概率	302
§ 2 几何概型与古典概型	303
§ 3 条件概率与全概率公式	304
§ 4 独立事件与伯努利概型	306
第二章 随机变量及其分布	310
§ 1 随机变量的分布函数	310
§ 2 离散型随机变量的概率分布	311
§ 3 连续型随机变量及其概率密度	312
§ 4 随机变量的常见分布	313
§ 5 随机变量函数的分布	316
第三章 多维随机变量的分布	319
§ 1 二维离散型随机变量的概率分布、边缘分布与条件分布	319
§ 2 二维连续型随机变量的概率密度、边缘概率密度与条件概率密度	324
§ 3 随机变量的独立性与相关系数	326
§ 4 正态分布、指数分布与均匀分布	329
§ 5 二维随机变量函数的分布	335
第四章 随机变量的数字特征	349
§ 1 数学期望与方差的概念与性质	349
§ 2 几种重要分布的期望与方差	351
§ 3 协方差与相关系数	353
第五章 大数定律和中心极限定理	358
§ 1 切比雪夫不等式	358
§ 2 辛钦大数定理	358
§ 3 列维-林德伯格中心极限定理	359

第六章 数理统计的基本概念	362
§ 1 统计量的数字特征	362
§ 2 χ^2 分布、 t 分布与 F 分布	366
第七章 参数估计	369
§ 1 矩估计与最大似然估计	369
§ 2 区间估计	373
§ 3 估计量的评价标准	374

第三篇 最新考研真题及答案解析

2017 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题	379
2017 年全国硕士研究生入学统一考试数学三答案解析	382

后 记	394
-----------	-----

2016年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题

第一篇

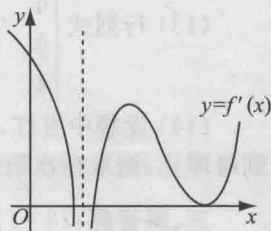
历年真题汇编 (2001—2016)



2016 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题

一、选择题:1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求,请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

(1) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续,其导函数的图形如图所示,则



- (A) 函数 $f(x)$ 有 2 个极值点,曲线 $y = f(x)$ 有 2 个拐点.
 (B) 函数 $f(x)$ 有 2 个极值点,曲线 $y = f(x)$ 有 3 个拐点.
 (C) 函数 $f(x)$ 有 3 个极值点,曲线 $y = f(x)$ 有 1 个拐点.
 (D) 函数 $f(x)$ 有 3 个极值点,曲线 $y = f(x)$ 有 2 个拐点.

(2) 已知函数 $f(x, y) = \frac{e^x}{x - y}$, 则

- (A) $f'_x - f'_y = 0$. (B) $f'_x + f'_y = 0$.
 (C) $f'_x - f'_y = f$. (D) $f'_x + f'_y = f$.

(3) 设 $J_i = \iint_{D_i} \sqrt[3]{x - y} dx dy (i = 1, 2, 3)$, 其中 $D_1 = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$, $D_2 =$

$\{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$, $D_3 = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1\}$, 则

- (A) $J_1 < J_2 < J_3$. (B) $J_3 < J_1 < J_2$.
 (C) $J_2 < J_3 < J_1$. (D) $J_2 < J_1 < J_3$.

(4) 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) \sin(n+k)$ (k 为常数)

- (A) 绝对收敛. (B) 条件收敛.
 (C) 发散. (D) 收敛性与 k 有关.

(5) 设 A, B 是可逆矩阵,且 A 与 B 相似,则下列结论错误的是

- (A) A^T 与 B^T 相似. (B) A^{-1} 与 B^{-1} 相似.
 (C) $A + A^T$ 与 $B + B^T$ 相似. (D) $A + A^{-1}$ 与 $B + B^{-1}$ 相似.

(6) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = a(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$ 的正负惯性指数分别为 1, 2, 则

- (A) $a > 1$. (B) $a < -2$. (C) $-2 < a < 1$. (D) $a = 1$ 或 $a = -2$.

(7) 设 A, B 为两个随机事件,且 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$, 如果 $P(A | B) = 1$, 则

- (A) $P(\bar{B} | \bar{A}) = 1$. (B) $P(A | \bar{B}) = 0$.
 (C) $P(A \cup B) = 1$. (D) $P(B | A) = 1$.

(8) 设随机变量 X 与 Y 相互独立,且 $X \sim N(1, 2), Y \sim N(1, 4)$, 则 $D(XY) =$

- (A) 6. (B) 8. (C) 14. (D) 15.

二、填空题:9~14 小题,每小题 4 分,共 24 分.请将答案写在答题纸指定位置上.

(9) 已知函数 $f(x)$ 满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+f(x)\sin 2x} - 1}{e^{3x} - 1} = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ _____.

(10) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left(\sin \frac{1}{n} + 2\sin \frac{2}{n} + \cdots + n\sin \frac{n}{n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

(11) 设函数 $f(u, v)$ 可微, $z = z(x, y)$ 由方程 $(x+1)z - y^2 = x^2 f(x-z, y)$ 确定, 则 $\left. \frac{dz}{dy} \right|_{(0,1)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(12) 设 $D = \{(x, y) \mid |x| \leq y \leq 1, -1 \leq x \leq 1\}$, 则 $\iint_D x^2 e^{-y^2} dx dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

(13) 行列式 $\begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & -1 \\ 4 & 3 & 2 & \lambda+1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(14) 设袋中有红、白、黑球各 1 个, 从中有放回地取球, 每次取 1 个, 直到三种颜色的球都取到时停止, 则取球次数恰好为 4 的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

三、解答题: 15 ~ 23 小题, 共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15) (本题满分 10 分)

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x + 2x \sin x)^{\frac{1}{x^2}}.$

(16) (本题满分 10 分)

设某商品的最大需求量为 1 200 件, 该商品的需求函数 $Q = Q(p)$, 需求弹性 $\eta = \frac{p}{120 - p}$ ($\eta > 0$), p 为单价(万元).

(I) 求需求函数的表达式;

(II) 求 $p = 100$ 万元时的边际效益, 并说明其经济意义.

(17) (本题满分 10 分)

设函数 $f(x) = \int_0^1 |t^2 - x^2| dt$ ($x > 0$), 求 $f'(x)$ 并求 $f(x)$ 的最小值.

(18) (本题满分 10 分)

设函数 $f(x)$ 连续, 且满足 $\int_0^x f(x-t) dt = \int_0^x (x-t) f(t) dt + e^{-x} - 1$, 求 $f(x)$.

(19) (本题满分 10 分)

求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+2}}{(n+1)(2n+1)}$ 的收敛域及和函数.

(20) (本题满分 11 分)

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1-a \\ 1 & 0 & a \\ a+1 & 1 & a+1 \end{bmatrix}$, $\beta = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2a-2 \end{bmatrix}$, 且方程组 $Ax = \beta$ 无解.

(I) 求 a 的值;

(II) 求方程组 $A^T Ax = A^T \beta$ 的通解.

(21) (本题满分 11 分)

已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$

(I) 求 A^{99} ;

(II) 设 3 阶矩阵 $B = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 满足 $B^2 = BA$. 记 $B^{100} = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, 将 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 分别表示为 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的线性组合.

(22)(本题满分 11 分)

设二维随机变量 (X, Y) 在区域 $D = \{(x, y) | 0 < x < 1, x^2 < y < \sqrt{x}\}$ 上服从均匀分布,

$$\text{令 } U = \begin{cases} 1, & X \leq Y, \\ 0, & X > Y. \end{cases}$$

(I) 写出 (X, Y) 的概率密度;

(II) 问 U 与 X 是否相互独立? 并说明理由;

(III) 求 $Z = U + X$ 的分布函数 $F(z)$.

(23)(本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度为 $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta^3}, & 0 < x < \theta, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 其中 $\theta \in (0, +\infty)$ 为未知参数,

X_1, X_2, X_3 为来自总体 X 的简单随机样本, 令 $T = \max(X_1, X_2, X_3)$.

(I) 求 T 的概率密度;

(II) 确定 a , 使得 $E(aT) = \theta$.

2016 年数学三真题参考答案及自测表

一、选择题

(1)B. (2)D. (3)B. (4)A. (5)C. (6)C. (7)A. (8)C.

二、填空题

(9)6. (10) $\sin 1 - \cos 1$. (11) $-dx + 2dy$.

(12) $\frac{1}{3}(1 - 2e^{-1})$. (13) $\lambda^4 + \lambda^3 + 2\lambda^2 + 3\lambda + 4$. (14) $\frac{2}{9}$.

三、解答题

(15) $e^{\frac{1}{3}}$.

(16)(I) $Q = 1200 - 10p$; (II) $R'(100) = -800$, 其经济学意义为: 当单价达到 100 万元后, 单价每提高一万元, 收益损失 800 万元.

(17) 最小值为 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$. (18) $f(x) = -\frac{e^x}{2} - \frac{e^{-x}}{2}$.

(19) $S(x) = (1+x)\ln(1+x) + (1-x)\ln(1-x)$, $x \in [-1, 1]$.

(20)(I) $a = 0$; (II) 通解为 $k \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$, 其中 k 为任意常数.

(21)(I) $A^{99} = \begin{bmatrix} -2 + 2^{99} & 1 - 2^{99} & 2 - 2^{98} \\ -2 + 2^{100} & 1 - 2^{100} & 2 - 2^{99} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

(II) $\begin{cases} \beta_1 = (-2 + 2^{99})\alpha_1 + (-2 + 2^{100})\alpha_2, \\ \beta_2 = (1 - 2^{99})\alpha_1 + (1 - 2^{100})\alpha_2, \\ \beta_3 = (2 - 2^{98})\alpha_1 + (2 - 2^{99})\alpha_2. \end{cases}$

(22)(I) $f(x,y)=\begin{cases} 3, & (x,y)\in D, \\ 0, & \text{其他;} \end{cases}$ (II) U 与 X 不独立;

(III) $F_Z(z)=\begin{cases} 0, & z<0, \\ \frac{3}{2}z^2-z^3, & 0\leq z<1, \\ \frac{1}{2}+2(z-1)^{\frac{3}{2}}-\frac{3}{2}(z-1)^2, & 1\leq z<2, \\ 1, & z\geq 2. \end{cases}$

(23)(I) $f_T(t)=\begin{cases} \frac{9t^8}{\theta^9}, & 0<t<\theta, \\ 0, & \text{其他;} \end{cases}$ (II) $a=\frac{10}{9}$.

题 号	题目类型	详解页码	分 值	得 分	错误分析
1	导数与函数性态	P113	4		
2	二元函数偏导数的计算	P154	4		
3	二重积分的性质及利用对称性求解二重积分	P178	4		
4	数项级数敛散性的判定	P195	4		
5	相似矩阵的定义	P271	4		
6	惯性指数的定义	P289	4		
7	随机事件概率的计算	P302	4		
8	随机变量的独立性及方差的计算	P351	4		
9	函数极限求解	P85	4		
10	利用定积分求解数列极限	P81	4		
11	隐函数求导及微分形式不变性	P161	4		
12	二重积分的计算	P170	4		
13	数字型行列式的计算	P219	4		
14	随机事件概率的计算	P303	4		
15	求解幂指型函数极限	P86	10		
16	一元函数微分学的经济应用	P125	10		
17	分段函数求导及一元函数的最值	P113	10		
18	变上限积分求导及微分方程的求解	P212	10		
19	求幂级数的收敛域及其和函数	P199	10		
20	非齐次线性方程组解的结构、性质及判定	P260	11		
21	矩阵对角化与向量的线性表示	P273	11		
22	二维均匀分布的性质、随机变量的独立性 及分布函数的概念	P331	11		
23	分布函数的概念及期望的计算	P365	11		

2015 年全国硕士研究生入学统一考试数学三真题

一、选择题:1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的,请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

(1) 设 $\{x_n\}$ 是数列,下列命题中不正确的是

【 B 】

(A) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n+1} = a$.

(B) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n+1} = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$.

(C) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n+1} = a$.

(D) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n+1} = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$.

(2) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续,其中二阶导数 $f''(x)$ 的图形如图所示,则曲线 $y = f(x)$ 的拐点的个数为

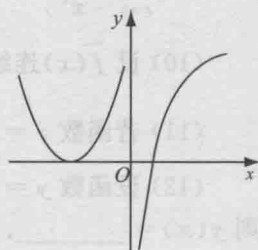
【 C 】

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.



(3) 设 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2x, x^2 + y^2 \leq 2y\}$, 函数 $f(x, y)$ 在 D 上连续, 则 $\iint_D f(x, y) dx dy =$

【 D 】

(A) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{2\cos\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\sin\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$.

(B) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{2\sin\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\cos\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$.

(C) $2 \int_0^1 dx \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^x f(x, y) dy$.

(D) $2 \int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.

(4) 下列级数中发散的是

【 D 】

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$.

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$.

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 1}{\ln n}$.

(D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$.

(5) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & 4 & a^2 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ d \\ d^2 \end{bmatrix}$. 若集合 $\Omega = \{1, 2\}$, 则线性方程组 $Ax = b$ 有无穷

多解的充分必要条件为

【 C 】

(A) $a \notin \Omega, d \notin \Omega$.

(B) $a \notin \Omega, d \in \Omega$.

(C) $a \in \Omega, d \notin \Omega$.

(D) $a \in \Omega, d \in \Omega$.

(6) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3)$ 在正交变换为 $x = Py$ 下的标准形为 $2y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$, 其中 $P = (e_1, e_2, e_3)$, 若 $Q = (e_1, -e_3, e_2)$, 则 $f(x_1, x_2, x_3)$ 在正交变换 $x = Qy$ 下的标准形为

【 A 】

(A) $2y_1^2 - y_2^2 + y_3^2$.

(B) $2y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$.