中学物理奥赛辅导
ZHONGXUE WULI AOSAI FUDAO

物理竞赛真题解析

热学·光学·近代物理学

WULI JINGSAI ZHENTI JIEXI
REXUE GUANGXUE JINDAI WULIXUE

崔宏滨　编著

中国科学技术大学出版社

中学物理奥赛辅导

物理竞赛真题解析

热学 · 光学 · 近代物理学

崔宏滨 编著

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书收集了第1～30届物理竞赛中的热学、光学、相对论、原子物理、核物理与粒子物理方面的考题，对每道考题均给出了详细的分析与解答。为了便于读者学习，本书将考题分类编辑，对同类考题的基础知识、物理背景以及实际应用作了概括。

本书可供参加物理竞赛和自主招生考试的高中生阅读，也可供开展相关教学工作的中学物理教师参考，对于物理爱好者理解和拓展物理知识也能够提供有益的帮助。

图书在版编目(CIP)数据

物理竞赛真题解析：热学·光学·近代物理学/崔宏滨编著. —合肥：中国科学技术大学出版社，2014.6(2015.7重印)

(中学物理奥赛辅导)

ISBN 978-7-312-03351-3

Ⅰ.物… Ⅱ.崔… Ⅲ.中学物理课—题解 Ⅳ.G634.75

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第035854号

出版 中国科学技术大学出版社

安徽省合肥市金寨路96号，230026

http://press.ustc.edu.cn

http://shop109383220.taobao.com

印刷 合肥华星印务有限责任公司

发行 中国科学技术大学出版社

经销 全国新华书店

开本 787 mm×1092 mm 1/16

印张 16.5

字数 412千

版次 2014年6月第1版

印次 2015年7月第2次印刷

印数 3001—6000册

定价 35.00元

前　言

“全国中学生物理竞赛”是由中国物理学会主办的、面向中学生(主要是高中生)的课外学科竞赛活动，在国际上亦称“中国物理奥林匹克”(Chinese Physics Olympiad，即 CPhO)。竞赛内容结合中国高中生的实际情况，但不受中学教学大纲和教材的限制，与高考有着显著的区别。该竞赛每年举办一次，每次赛程包括预赛、复赛和决赛，全国统一试卷。每一阶段的优胜者可进入下一阶段的竞赛。预赛只包括理论部分，复赛和决赛既包括理论，也包括实验。

该项竞赛的内容涵盖普通物理学的各个分支，竞赛的各类题目，既涉及物理学的基础理论，也经常能够反映物理学的最新进展和最新应用。因而要求参赛者对物理概念、物理模型、物理方法有准确而深刻的理解，对物理问题能够作出正确的判断、推导和计算，掌握物理实验的操作技能并以正确的方式处理实验数据。客观上来说，对参赛者的数学基础和能力要求较高。

可见，这样的竞赛能够全面考察学生的物理知识，竞赛的目的也是为了培养学生对物理的兴趣，促进学生全面拓展自己的物理素养。

事实上，国外也有类似的竞赛活动，许多国家每年都会面向中学生举办各种类型的物理竞赛，还有邀请各个国家参加的国际物理竞赛。中国物理学会每年都组织国内竞赛的优胜者参加国际上的相关竞赛。

物理学是一门结合实际的科学，物理学既能解决自然界物质运动的规律，解决人类认识客观世界过程中的各种疑惑，物理学的成果也能转化为生产力，为社会的进步做出巨大的贡献。对物理竞赛而言，其要求各类题目既要结合实际，又能反映物理学的进展和物理学的应用。值得欣慰的是，中国的物理竞赛做到了这一点，出现了很多非常好的考题。对这些题目进行全面而深入的分析，对提高中学生的物理水平一定会有所帮助，这正是编写本书的目的。

现在，读者可以方便地获得竞赛考题的“标准答案”，那么编写本书还有什么意义呢？

事实上，所谓“标准答案”只是批改竞赛试卷的一个参考，答案只针对题目列出解题步骤，就事论事，而不涉及其他；本书则是将相关的题目分类编排，解题过程中，既介绍这类问题的物理背景，也指出解决这类问题的重点和难点，并给出解决这类问题所涉及的物理方法和数学知识。编著者不是为解题而解题，而是希望为读者提供更多的知识，使读者已有的知识得到进一步的巩固，并修正对一些物理概念不正确、不准确的理解。正是基于这样的动机，编著者在解题中并没有参看“标准答案”，所以大多数题目的解法和步骤都与“标准答案”有所不同。也正是因为如此，编著者发现了一些考题和答案的瑕疵。当然，绝大多数考题都是非常好的，有瑕疵的考题和答案是极少的，这也是难免的。从另一方面看，因为编著者独立解题，缺乏他人审查，更容易出现错误。

牛顿将其物理学著作命名为“自然哲学的数学原理”，这说明，牛顿认为物理学就是将自然的规律和物理的实验定律用数学逻辑加以阐述和分析的理论体系。物理学的发展离不开数学，有很多数学理论就是为了解决物理问题而建立和发展起来的。物理竞赛的很多题目，都涉及一

些数学方法的应用，编著者在解题过程中对此都有所强调。

本书是第1～30届物理竞赛理论部分的热学、光学和近代物理学题目的解析。这些内容是物理学理论的重要组成部分，也是中学教学阶段涉及较少、中学生基础比较薄弱、比较不熟悉的部分。因而编著者在解析这些题目的过程中，对相应的基础知识做了尽可能详细的说明。

编著者希望本书能够对热爱物理的读者有所裨益，也真诚地希望读者对书中的讹误加以指正。

崔宏滨

2014年5月8日于中国科学技术大学

目　　次

第1部分　热　　学

热学1　气体的性质

1.（1届预赛）一根粗细均匀的U形玻璃管在竖直平面内放置，如图1.1所示，U形管左端封闭，右端通大气，大气压强为 p_0，管内装入水银，两边水银面的高度差为 h，左管内空气柱的长度为 L。如果让该管在原来竖直平面内自由下落，求两边水银面的高度差。

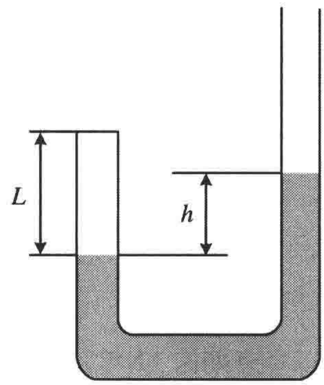


图1.1　装有水银的U形管

【解】　设水银的密度为 ρ。静止时，左管中气体的压强为

$$p = p_0 + \rho g h$$

整个装置在竖直平面内自由下落的过程中，水银柱由于受重力而产生的压强消失，左管中气体的压强等于大气压，即 $p' = p_0$。由于是等温过程，管的横截面不变，所以 $p'L' = pL$，即

$$L' = \frac{p}{p'}L = \frac{p_0 + \rho g h}{p_0}L = \left(1 + \frac{\rho g h}{p_0}\right)L$$

空气柱长度的增量 $\Delta L = L' - L = \frac{\rho g h}{p_0}L$，此时两管中水银面的高度差变为

$$\Delta h = h + 2(L' - L) = h + \frac{2\rho g h}{p_0}L$$

2.（3届预赛）设一氢气球可自由膨胀以保持球内外的压强相等，则随着气球的不断升高，因大气压强随高度而减小，气球将不断膨胀。如果氢气与大气皆可视为理想气体，大气的温度、平均摩尔质量以及重力加速度随高度的变化皆可忽略，则气球在上升过程中所受的浮力将________。

【解】　按题设，球内氢气的压强与外部大气的压强相等。气体经历的是等温过程，则球内氢气满足条件 $pV = C$，大气的压强与密度成正比，即 $\rho = pC'$。气球所受浮力为

$$F = \rho g V = gpC'V = gCC'$$

即气球所受浮力保持不变。

或者可按这样的方式详解：理想气体的状态方程可以用体积、质量和密度表示为 $p\frac{m}{\rho} =$

νRT，即 $\rho=\dfrac{m}{\nu}\dfrac{p}{RT}$；而$\dfrac{m}{\nu}$即为气体的摩尔质量$\mu$，即 $\rho=\mu\dfrac{p}{RT}$。气球所受浮力等于其所排开的空气的重量，即

$$F=\rho_a Vg=\mu_a\frac{p_a}{RT_a}Vg=\mu_a\frac{m_{H_2}}{\mu_{H_2}\dfrac{p_{H_2}}{RT_{H_2}}}\frac{p_a}{RT_a}g=\frac{\mu_a}{\mu_{H_2}}\frac{p_a}{p_{H_2}}\frac{T_{H_2}}{T_a}m_{H_2}g$$

按题中所设，为等温过程，气球内外气体的温度和压强始终相等，则

$$F=\frac{\mu_a}{\mu_{H_2}}m_{H_2}g$$

可见，在这种假设下，气球所受到的浮力为常量。

3.（4 届预赛）在一密闭的容器中装有放射性同位素氪（$^{85}_{36}\mathrm{Kr}$）气，在温度为 20 ℃时，其压强为 1 atm。将容器埋入地下深处，经过 22 年后取出，在此期间有些氪经 β 衰变成铷（$^{85}_{37}\mathrm{Rb}$），铷最后是固体状态。现在，在温度仍为 20 ℃时，测得容器中压强为 0.25 atm，并测得容器中有固体铷 0.75×10^{-3} mol，铷的体积与容器体积比较可忽略不计。试计算埋入时氪的质量以及氪的半衰期。

【解】 原子核放射性衰变的规律为

$$N(t)=N_0\mathrm{e}^{-\lambda t}$$

由于 22 年后，容器内压强变为原来的 1/4，则气体原子数亦变为原来的 1/4，即

$$\mathrm{e}^{-22\lambda}=(\mathrm{e}^{-11\lambda})^2=\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

所以半衰期为 11 年。

埋入时，$^{85}_{36}\mathrm{Kr}$ 的总物质的量为$\dfrac{3}{4}\times0.75\times10^{-3}$ mol $=1.0\times10^{-3}$ mol，质量为 $1.0\times10^{-3}\times85$ g $=85$ mg。

4.（6 届预赛）有一两端封闭的、横截面积均匀的 U 形玻璃管，两臂管内分别有适量的氢气和氦气，一段水银柱把两种气体隔开，如图 1.2 所示，将此 U 形管两端朝上竖直立起，两臂中气柱的长度分别为 $L_{A1}=12$ cm，$L_{B1}=18$ cm；两端朝下竖直立起时，气柱的长度分别为 $L_{A2}=6$ cm，$L_{B2}=24$ cm。问将此 U 形管平放在水平桌面上时，两臂中气柱的长度 L_{A3} 和 L_{B3} 各是多少？设 U 形管两臂的长度相等，水银柱不断裂，没有发生气体从一臂通过水银逸入另一臂中的情况。

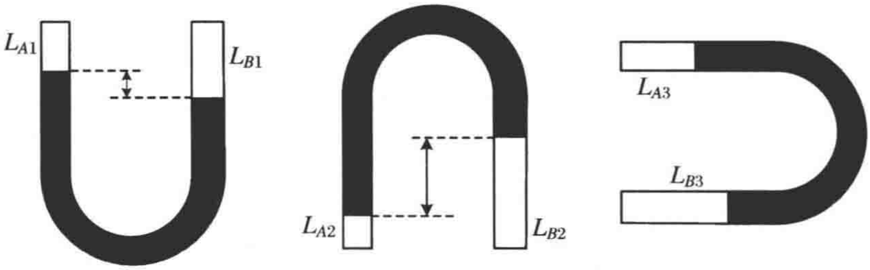


图 1.2　U 形管处于不同位置时水银柱的变化

【解】 气体的温度始终与环境相等,没有发生变化。

设两管中封闭气体的物质的量分别为 ν_A 和 ν_B,U 形管的截面积为 S,则三种情况下两部分气体的状态方程分别为

两臂直立向上时,有

$$\begin{cases}12Sp_{A1} = \nu_A RT \\ 18Sp_{B1} = \nu_B RT \\ p_{B1} - p_{A1} = 6\rho g\end{cases} \tag{1}$$

两臂直立向下时,有

$$\begin{cases}6Sp_{A2} = \nu_A RT \\ 24Sp_{B2} = \nu_B RT \\ p_{B2} - p_{A2} = 18\rho g\end{cases} \tag{2}$$

水平放置时,有

$$\begin{cases}p_{A3}SL_A = \nu_A RT \\ p_{B3}SL_B = \nu_B RT \\ p_{B3} - p_{A3} = 0\end{cases} \tag{3}$$

在方程组(1)中,消去 p_{A1} 和 p_{B1},可得到

$$2\nu_B RT = 3\nu_A RT + 216\rho gS \tag{4}$$

在方程组(2)中,消去 p_{A2} 和 p_{B2},可得到

$$\nu_B RT = 4\nu_A RT - 432\rho gS \tag{5}$$

联立式(4)、式(5),可得到

$$\begin{cases}\nu_A RT = 216\rho gS \\ \nu_B RT = 432\rho gS\end{cases} \tag{6}$$

将式(6)代入方程组(3),可得到

$$\begin{cases}\dfrac{L_A}{L_B} = \dfrac{1}{2} \\ L_A + L_B = 30\end{cases} \tag{7}$$

解得

$$\begin{cases}L_A = 10\ \text{cm} \\ L_B = 20\ \text{cm}\end{cases}$$

5. (8 届预赛) 有人曾用图 1.3 所示的装置测量液体的体膨胀系数。A、B 为粗细均匀的 U 形细玻璃管,竖直放置,两臂分别插在恒温容器 C(较热的)和 D(较冷的)内,U 形管内盛有适量的待测液体,通过测量 C、D 内的温度和 U 形管两臂内液面的高度,就可计算出待测液体的体膨胀系数,试导出计算公式。不计玻璃管的热膨胀。

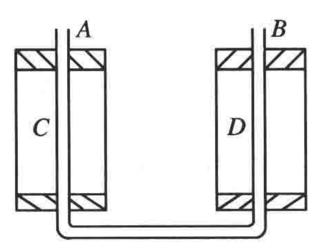


图 1.3 U 形管两臂温度不同

【解】 设恒温器 C、D 的温度分别为 T_1、T_2,管中液柱的高度分别为 h_1、h_2。水平部分管中液体的密度为 ρ,温度为 T。由于温度改变,一定量物质的体积膨胀,密度下降。

由于 $V=V_0[1+\beta(T-T_0)]$，所以 $\rho=\dfrac{m}{V}=\dfrac{m}{V_0[1+\beta(T-T_0)]}=\dfrac{\rho_0}{1+\beta(T-T_0)}$。

平衡时，两段直管中的液柱所产生的压强相等，$\rho_1 gh_1=\rho_2 gh_2$，即

$$\frac{h_1}{1+\beta(T_1-T_0)}=\frac{h_2}{1+\beta(T_2-T_0)}$$

上式对任意的温度 T_0 都成立，所以不妨取 $T_0=0$ ℃。于是

$$\frac{h_1}{1+\beta T_1}=\frac{h_2}{1+\beta T_2}$$

解得

$$\beta=\frac{h_1-h_2}{h_2 T_1-h_1 T_2}$$

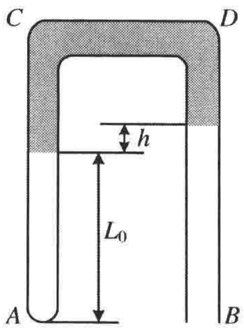


图 1.4　晃动 U 形管

6.（8 届预赛）有一内径均匀、两支管等长且大于 78 cm 的、一端开口的 U 形管 $ACDB$。用水银将一定质量的理想气体封闭在 A 端后，将管竖直倒立。平衡时两支管中液面高度差为 2 cm，此时闭端气柱的长度 $L_0=38$ cm，如图 1.4 所示。已知大气压强相当于 $h_0=76$ cmHg。若保持温度不变，不考虑水银与管壁的摩擦，当轻轻晃动一下 U 形管，使左端液面上升 Δh（Δh 小于 2 cm）时，将出现什么现象，试加以讨论并说明理由。

【解】 设温度不变，左端液面升高，其中气体体积增大，压强减小。记 $h=2$ cmHg，当左端液面上升 Δh，气体的压强增加 Δp，则

$$(h_0+h+\Delta p)(L_0+\Delta h)=(h_0+h)L_0$$

$$\Delta p=\frac{(h_0+h)L_0}{L_0+\Delta h}-(h_0+h)=\frac{(h_0+h)L_0-(h_0+h)(L_0+\Delta h)}{L_0+\Delta h}=-\frac{(h_0+h)\Delta h}{L_0+\Delta h}$$

此时两管中水银液面的高度差为 $h-2\Delta h$，管中水平段水银所受到的向右侧压强的增量为

$$\Delta p+2\Delta h=2\Delta h-\frac{(h_0+h)\Delta h}{L_0+\Delta h}=2\Delta h\,\frac{\Delta h-1}{38+\Delta h}$$

所以，当 $\Delta h>1$ cm 时，水银将从 B 端流出；当 $\Delta h<1$ cm 时，水银将向 A 端回流，并在平衡位置附近振动；当 $\Delta h=1$ cm 时，水银处在不稳定平衡状态，稍受扰动，即会出现上述两种情况之一。

7.（9 届预赛）如图 1.5 所示，在一内径均匀的绝热的环形管内，有三个薄金属片制成的活塞将管隔成三部分，活塞的导热性和封闭性良好，且可无摩擦地在圆环内运动。三部分中盛有同一种理想气体。容器平放在水平桌面上，起始时，Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三部分气体的压强都是 p_0，温度分别是 $t_1=-3$ ℃，$t_2=47$ ℃，$t_3=27$ ℃。三个活塞到圆环中心连线之间的夹角分别是 $\alpha_1=90^\circ$，$\alpha_2=120^\circ$，$\alpha_3=150^\circ$。

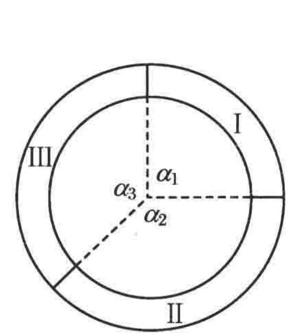


图 1.5　环形管中的气体

(1) 试求最后达到平衡时，三个活塞到圆环中心的连线之间的夹角各是多少？

(2) 已知一定质量的理想气体的内能的变化量与其温度的变化

量成正比(与压强、体积的变化无关),试求达到平衡时气体的温度和压强。

【解】 由于系统与外界没有热量交换,且与外界之间没有做功发生,所以达到平衡时,三部分气体之间放出的总热量与吸收的总热量相等。设三部分气体的物质的量分别为 ν_1、ν_2、ν_3,达到平衡过程中放出的热量分别为 Q_1、Q_2、Q_3,设平衡时温度为 T,由于比热容相等,热平衡方程为

$$\nu_1(T-T_1)+\nu_2(T-T_2)+\nu_3(T-T_3)=0$$

经过整理,上述方程可化为

$$(\nu_1+\nu_2+\nu_3)T=\nu_1T_1+\nu_2T_2+\nu_3T_3$$

各部分气体的状态方程为 $p_0\alpha_{i0}=k\nu_iRT_i$ 和 $p\alpha_i=k\nu_iRT$,代入上述方程,可得到

$$p(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)=p_0(\alpha_{10}+\alpha_{20}+\alpha_{30})$$

于是有 $p=p_0$。

而对每一部分气体,有 $\dfrac{p_0\alpha_{i0}}{T_i}=\dfrac{p\alpha_i}{T}$,于是有

$$\frac{\alpha_{10}}{T_1}+\frac{\alpha_{20}}{T_2}+\frac{\alpha_{30}}{T_3}=\frac{\alpha_1}{T}+\frac{\alpha_2}{T}+\frac{\alpha_3}{T}$$

算得

$$T=297.9\ \mathrm{K},\quad \alpha_i=\alpha_{i0}\frac{T}{T_i}=99.3^\circ,111.7^\circ,149^\circ$$

8. (11 届预赛) 有一个两端开口、粗细均匀的 U 形玻璃细管,放置在竖直平面内,处在压强为 p_0 的大气中,两个竖直支管的高度均为 h,水平管的长度为 $2h$,玻璃细管的半径为 r,$r\ll h$。今将水平管内灌满密度为 ρ 的水银,如图 1.6 所示。如将 U 形管两个竖直支管的开口分别密封起来,使其管内空气压强均等于大气压强。问当 U 形管向右做匀加速移动时,加速度应为多大时才能使水平管内水银长度稳定为 $5h/3$? 如将其中一个竖直支管的开口密封起来,使其管内气体压强为 1 atm。问当 U 形管绕以另一个竖直支管(开口的)为轴做匀速转动时,转数 n 应为多大才能使水平管内水银长度稳定为 $5h/3$?(U 形管做以上运动时,均不考虑管内水银液面的倾斜。)

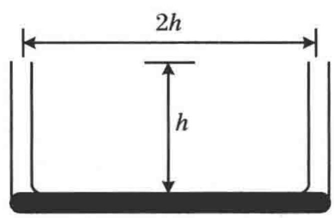


图 1.6 转动的 U 形管

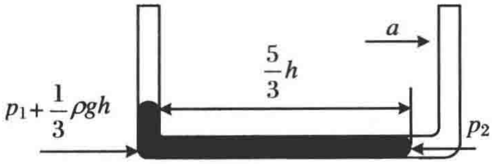


图 1.7 管向右做加速运动

【解】 管中气体的温度始终保持恒定。选取水平管中的水银柱为研究对象,这一部分水银柱的长度为 $5h/3$,在两端压力差的作用下,具有一定的加速度。设细管的横截面积为 S。

(1) 设管向右的加速度为 a,由于管口密封,其中的气体体积变化导致压强变化,如图 1.7 所示。根据玻意耳定律,左管中气体的压强 $p_1=\dfrac{3}{2}p_0$,水银柱的压强为$\dfrac{1}{3}\rho gh$,右管中气体的压强 $p_2=\dfrac{3}{4}p_0$。

于是水平管中的水银所受到的向右的压力 $F=\left(\frac{3}{2}p_0+\frac{1}{3}\rho gh-\frac{3}{4}p_0\right)S$。而其中水银的质量 $m=\frac{5}{3}hS\rho$，于是

$$\left(\frac{3}{2}p_0+\frac{1}{3}\rho gh-\frac{3}{4}p_0\right)S=\frac{5}{3}hS\rho a$$

解得 $a=\frac{9p_0+4\rho gh}{20h\rho}=\frac{9p_0}{20h\rho}+\frac{1}{5}g$。

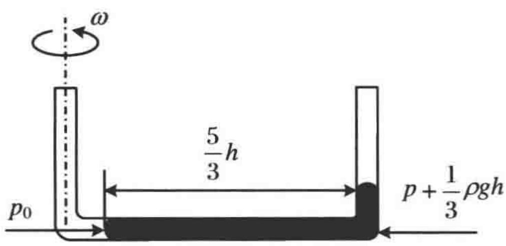


图 1.8　管绕一臂旋转

(2) 如图 1.8 所示，水平管中的水银左端压强为大气压强 p_0，右端压强为 $\frac{3}{2}p_0+\frac{1}{3}\rho gh$。两端压力差为向心力，水银柱的质心至转轴的距离为 $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\frac{5}{3}\right)h=\frac{7}{6}h$，于是有

$$\left(\frac{3}{2}p_0+\frac{1}{3}\rho gh-p_0\right)S=\frac{5}{3}hS\rho\times\frac{7}{6}h\times\omega^2$$

解得角速度

$$\omega=\sqrt{\frac{3(3p_0+2\rho gh)}{35h^2\rho}}$$

每秒转动周数为

$$n=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi h}\sqrt{\frac{3(3p_0+2\rho gh)}{35\rho}}$$

9.（11 届预赛）两端封闭的均匀玻璃管内，有一段水银柱将管内气体分为两部分，如图1.9所示。玻璃管与水平面成 α 角不变，将玻璃管整体浸入较热的水中，重新达到平衡。试论证水银柱的位置是否变化，如果变化，如何变？

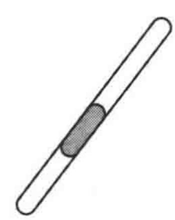


图 1.9　封闭玻璃管中的水银柱

【解】　设初始上下两段气体的压强分别为 p_1 和 p_2，浸入热水后压强分别为 p'_1 和 p'_2，水银柱的长度为 l，则上下两段的压强差

$$\Delta p=l\sin\alpha=p_2-p_1$$

设开始时的温度为 T，浸入热水后的温度为 T'，假设气体的体积都不变，则有 $\frac{p_1}{p'_1}=\frac{T}{T'}$，$\frac{p_2}{p'_2}=\frac{T}{T'}$，即

$$\frac{T}{T'}=\frac{p_1}{p'_1}=\frac{p_2}{p'_2}=\frac{p_2-p_1}{p'_2-p'_1}=\frac{\Delta p}{\Delta p'}$$

该系统中，由于玻璃管和水银的热胀冷缩可忽略，所以上下两部分气体的压强差保持不变，即 $\Delta p'=\Delta p$，而 $T'>T$，所以上述假设不成立。或者说，在假设体积不变的前提下，会有 $\Delta p'>\Delta p$，水银柱将向上移动。

10.（15 届预赛）一个质量为 m、管口截面为 S 的薄壁长玻璃管内灌满密度为 ρ 的水银，现把它竖直倒插在水银槽中，再慢慢向上提起，直到玻璃管口刚与槽中的水银面接触。这时，玻璃管内水银高度为 h。现将管的封闭端挂在天平另一个盘的挂钩上，而在天平另一个盘中放砝

码，如图 1.10 所示。要使天平平衡，则所加砝码的质量等于________。

【解】 这时，管中上部为真空，其中的水银由于黏滞作用而与玻璃管结合，因而天平此端的重量为 $mg+\rho ghS$，所以另一端砝码的质量为 $m+\rho hS$。

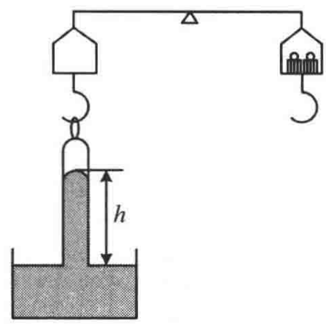


图 1.10 挂在天平一端的装有水银的玻璃管

11. 如图 1.11 所示，C 为圆筒形容器，P 为活塞，P 的两边充有理想气体，P 与圆筒间无摩擦、不漏气。L 为固定在活塞上的细长直杆，细杆与圆筒间无摩擦且密封很好，不漏气。a 为跨过无摩擦的定滑轮并与悬盘相连的轻绳，两悬盘的质量相等。整个装置放在恒温室中。

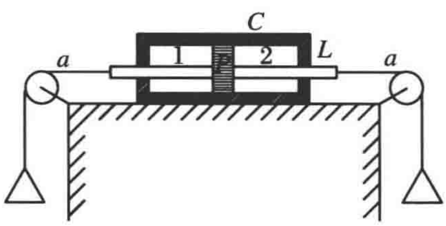


图 1.11 活塞两侧可挂砝码

当温度 $T_1=300\ \mathrm{K}$，左盘上放置砝码 $m_1=1.2\ \mathrm{kg}$ 且活塞平衡时，两部分的气体体积相等，即 $V_1:V_2=1:1$。

当温度 $T_2=400\ \mathrm{K}$，右盘上放置砝码 $m_2=0.5\ \mathrm{kg}$ 且活塞平衡时，两部分气体体积之比 $V_1':V_2'=4:1$。

现欲使活塞不因温度的变化而左右移动，问：

(1) 应如何在盘内放置砝码？

(2) 此时左右两部分气体的体积比是多少？

【解】 设两室中气体的物质的量分别为 ν_1、ν_2，活塞截面积为 S，则状态方程分别为

$$p_1V_1=\nu_1RT \quad 和 \quad p_2V_2=\nu_2RT$$

第一种情形中，$(p_1-p_2)S=m_1g$，即

$$\left(\frac{\nu_1}{V_1}-\frac{\nu_2}{V_2}\right)RT_1S=m_1g \tag{1}$$

第二种情形中，$(p'_2-p'_1)S=m_2g$，即

$$\left(\frac{\nu_2}{V'_2}-\frac{\nu_1}{V'_1}\right)RT_2S=m_2g \tag{2}$$

设左盘砝码比右盘多 Δm 时，活塞不因温度变化而移动，则要求

$$\left(\frac{\nu_1}{V''_1}-\frac{\nu_2}{V''_2}\right)RTS=\Delta mg \tag{3}$$

只有 $\frac{\nu_1}{V''_1}=\frac{\nu_2}{V''_2}$ 时，式(3)才能成立，同时 $\Delta m=0$。

设容器的总容积为 V，则 $V_1=V_2=\frac{1}{2}V$，$V'_1=\frac{4}{5}V$，$V'_2=\frac{1}{5}V$。式(1)和式(2)可分别化为 $\nu_1-\nu_2=\frac{m_1}{2T_1}\frac{gV}{RS}$、$4\nu_2-\nu_1=\frac{4m_2}{5T_2}\frac{gV}{RS}$，所以有 $\frac{\nu_1-\nu_2}{4\nu_2-\nu_1}=\frac{5}{8}\frac{m_1}{m_2}\frac{T_2}{T_1}=\frac{5}{8}\cdot\frac{1.2}{0.5}\cdot\frac{400}{300}=2$，即 $\frac{\nu_1}{\nu_2}=3$，所以

$$\frac{V''_1}{V''_2}=\frac{\nu_1}{\nu_2}=3$$

12.（25 届预赛）如图 1.12 所示，放置在升降机地板上的盛有水的容器中，插有两根相对容器的位置是固定的玻璃管 a 和 b，管的上端都是封闭的，下端都是开口的，管内被水各封有一定质量的气体。平衡时，a 管内的水面比管外低，b 管内的水面比管外高。现令升降机从静止开始加速下降，已知在此过程中管内气体仍被封闭在管内，且经历的过程可视为绝热过程，则在此过程中，(　　)。

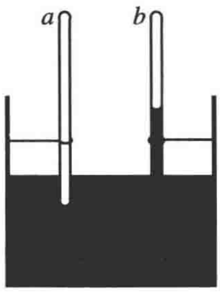


图 1.12　水银容器

A. a 中气体内能将增加，b 中气体内能将减少

B. a 中气体内能将减少，b 中气体内能将增加

C. a、b 中气体内能都将增加

D. a、b 中气体内能都将减少

【解】　升降机加速下降的过程中，气体的压强不变，水柱的压强减小，因而为了维持内外气体的压强差，a 管中液面降低，管中气体对外做功；b 管中液面升高，大气压对管中气体做功。所以，a 中气体内能将减少，b 中气体内能将增加，答案是 B。

13.（25 届预赛）图 1.13 所示为由粗细均匀的细玻璃管弯曲成的“双 U 形管”，a、b、c、d 为其四段竖直的部分，其中 a、d 上端是开口的，处在大气中。管中的水银把一段气体柱密封在 b、c 内，达到平衡时，管内水银面的位置如图 1.13 所示。现缓慢地降低气柱中气体的温度，若 c 中的水银面上升了一小段高度 Δh，则(　　)。

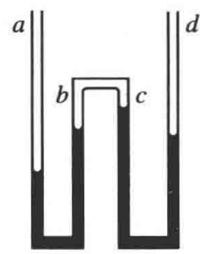


图 1.13　双 U 形管

A. b 中的水银面也上升 Δh

B. b 中的水银面也上升，但上升的高度小于 Δh

C. 气柱中气体压强的减少量等于高为 Δh 的水银柱所产生的压强

D. 气柱中气体压强的减少量等于高为 $2\Delta h$ 的水银柱所产生的压强

【解】　降低温度，气柱的压强也将降低，c 段水银液面上升 Δh，d 段水银液面下降 Δh，高度差变为 $2\Delta h$，a、b 段水银液面的高度差也将增加为 $2\Delta h$。所以答案为 A、D。

14.（28 届预赛）在大气中，将一容积为 0.5 m^3 的一端封闭、一端开口的圆筒筒底朝上竖直插入水中，然后放手。平衡时，筒内空气的体积为 0.4 m^3。设大气压强与 10.0 m 高的水柱产生的压强相同，则筒内外水面的高度差为________。

【解】　若不考虑浮力以及表面张力，重新平衡时，大气压强与其重力的压强等于筒内气体的压强。筒中气体初末态温度相同，则末态气体的压强为大气压强的 1.25 倍，所以筒内外水面的高度差为 2.5 m。

15.（28 届预赛）由双原子分子构成的气体，当温度升高时，一部分双原子分子会分解成两个单原子分子，温度越高，被分解的双原子分子的比例越大，于是整个气体可视为由单原子分子构成的气体与由双原子分子构成的气体的混合气体。这种混合气体的每一种成分气体都可视作理想气体。在体积 $V=0.045$ m^3 的坚固的容器中，盛有一定质量的碘蒸气，现于不同温度下测得容器中蒸气的压强如下：

T/K	1 073	1 473
p/Pa	2.099×10^5	4.120×10^5

试求温度分别为 1 073 K 和 1 473 K 时，该碘蒸气中单原子分子碘蒸气的质量与碘的总质量的比值。已知碘蒸气的总质量与 1 mol 的双原子碘分子的质量相同，普适气体常量 $R=8.31\ \mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$。

【解】 设不同温度 T、T'下两种分子的物质的量分别为ν_1、ν_2 和 ν_1'、ν_2'，分压分别为 p_1、p_2 和 p_1'、p_2'，总压强分别为 p、p'。则根据题中数据和状态方程，可得

$$\nu_1+\nu_2=\frac{pV}{RT}=\frac{2.099\times10^5\times0.045}{8.31\times1\,073}=1.059$$

$$\nu_1'+\nu_2'=\frac{p'V}{RT'}=\frac{4.120\times10^5\times0.045}{8.31\times1\,473}=1.515$$

而$\frac{1}{2}\nu_1+\nu_2=1$，$\frac{1}{2}\nu_1'+\nu_2'=1$，可解得$\begin{cases}\nu_1=0.118\\ \nu_2=0.941\end{cases}$，$\begin{cases}\nu_1'=1.03\\ \nu_2'=0.485\end{cases}$。

所以单原子碘质量与总质量之比为

$$\frac{\nu_1}{2}=\frac{0.118}{2}=0.059,\quad \frac{\nu_1'}{2}=\frac{1.03}{2}=0.515$$

16.（13 届复赛）有一个用伸缩性极小且不漏气的布料制作的气球（布的质量可忽略不计），直径 $d=2.0$ m。球内充有压强 $p_0=1.005\times10^5$ Pa 的气体。该布料所能承受的最大不被撕破力 $F_m=8.5\times10^3\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$（即对于一块展平的 1 m 宽的布料，沿布面且垂直于布料宽度方向所施加的力超过 $8.5\times10^3\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$时，布料将被撕破）。开始时，气球被置于地面上，该处的大气压强 $p_{a0}=1.000\times10^5$ Pa，温度 $T_0=293$ K。假设空气的压强和温度均随高度而线性地变化，压强的变化 $\alpha_p=-9.0\ \mathrm{Pa\cdot m^{-1}}$，温度的变化 $\alpha_T=-3.0\times10^{-3}\ \mathrm{K\cdot m^{-1}}$，问该气球上升到多高时将破裂？

假设气球上升很缓慢，可认为球内温度随时与周围空气的温度保持一致。在考虑气球破裂时，可忽略气球周围各处和底部之间空气压强的差别。

【解】 气球上内外气体的压强差为 $p-p_a$。如果将气球等分为两半，则大圆每一侧所受的气体的张力 $F=\frac{\pi d^2}{4}(p-p_a)$，该大圆上单位长度的张力为

$$f=\frac{F}{\pi d}=\frac{d}{4}(p-p_a)$$

而该大圆所能承受的最大张力为每个半球所受到的气体的张力 F_m。

依题意，大气压强和温度随高度 y 处的变化可分别表示为$p_a=p_{a0}+\alpha_p y$ 和 $T=T_0+\alpha_T y$。

忽略气球体积的变化，则球内压强 $p=\frac{p_0T}{T_0}=p_0\left(1+\alpha_T\frac{y}{T_0}\right)$。

$$f=\frac{d}{4}(p-p_a)=\frac{d}{4}\left(p_0-p_{a0}-\alpha_p y+\alpha_T\frac{p_0 y}{T_0}\right)$$

气球破裂时，有以下关系式：

$$\frac{d}{4}\left(p_0 - p_{a0} - \alpha_p y + \alpha_T \frac{p_0 y}{T_0}\right) = F_m$$

解得

$$y = \frac{\frac{4F_m}{d} - p_0 + p_{a0}}{\alpha_T \frac{p_0}{T_0} - \alpha_p} = 2.1 \times 10^3 \text{ m}$$

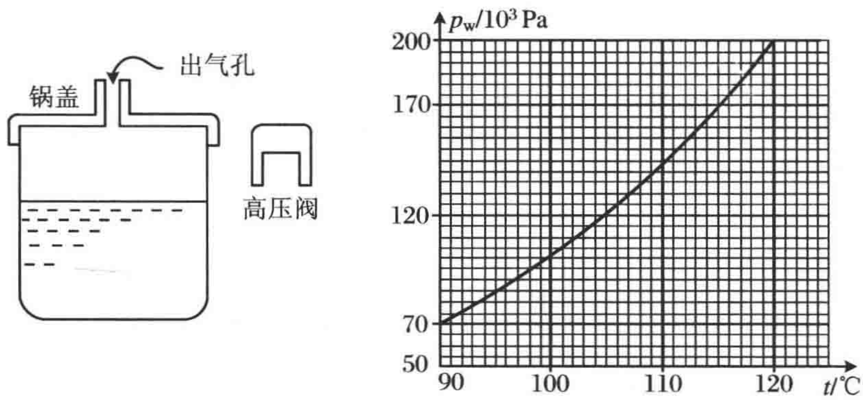
17.（14 届复赛）如图 1.14(a)所示，正确使用高压锅的办法是：将已加上密封锅盖的高压锅加热，当锅内水沸腾时，加上一定重量的高压阀，此时可以认为锅内空气已全部排除，只有饱和水蒸气。继续加热，水温将继续升高，到高压阀被蒸气顶起时，锅内温度即达到预期温度。

某一高压锅的预期温度为 120 ℃，如果某人在使用此锅时，未按上述程序，而在水温被加热至 90 ℃时就加上高压阀(可以认为此时锅内水汽为饱和水汽)，问当继续加热到高压阀开始被顶起而冒汽时，锅内温度为多少?

已知：大气压强 $p_0 = 1.013 \times 10^5$ Pa；90 ℃时水的饱和气压 $p_w(90) = 7.010 \times 10^4$ Pa；120 ℃时水的饱和气压 $p_w(120) = 1.985 \times 10^5$ Pa；在 90 ℃ 到 120 ℃ 之间水的饱和气压 p_w 和温度 t(℃)的函数关系 $p_w(t)$ 如图 1.14(b)所示。

【解】 在水温被加热至 90 ℃时，锅中干空气的压强为 $p_0 - p_w(90) = 3.12 \times 10^4$ Pa。加上阀后，由于是等容过程，故温度改变时，干空气的分压为

$$p(t) = \frac{T}{T_0} p_0 = \frac{t + 273}{90 + 273} \times 3.12 \times 10^4 \text{ Pa} = (0.086t + 23.5) \times 10^3 \text{ Pa}$$



(a) 高压锅　　(b) 水的饱和蒸气压与温度的关系

图 1.14　高压锅及水的饱和蒸气压

当阀被顶起时，饱和水蒸气的分压与干空气的分压之和等于 120 ℃时水的饱和蒸气压，即

$$p(t) + p_w(t) = p_w(120)$$

代入参数，可得

$$(0.086t + 23.5) \times 10^3 + p_w(t) = 198.5 \times 10^3$$

当阀被顶起时，锅内饱和蒸气压为

$$p_w(t) = [198.5 \times 10^3 - (0.086t + 23.5) \times 10^3] \text{ Pa} = (175.0 - 0.086t) \times 10^3 \text{ Pa}$$

这是一条直线。在图 1.14(b)上画出此直线，该直线与饱和蒸气压的曲线的交点即是所求。温度为 114.5 ℃。

18.（18 届复赛）正确使用压力锅的方法是：将已盖好密封锅盖的压力锅，如图 1.15 所示加热，当锅内水沸腾时再加盖压力阀 S，此时可以认为锅内只有水的饱和蒸气，空气已全部排除。然后继续加热，直到压力阀被锅内的水蒸气顶起时，锅内即已达到预期温度(即设计时希望达到的温度)。现有一压力锅，在海平面处加热能达到的预期温度为 120 ℃，某人在海拔 5 000 m的高山上使用此压力锅，锅内有足量的水。

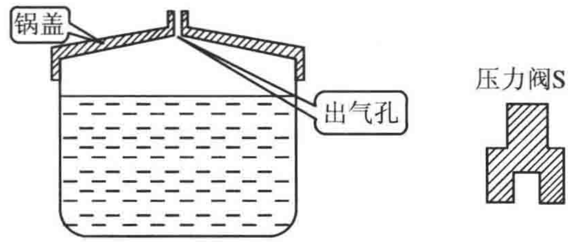


图 1.15　高压锅

(1) 若不加盖压力阀，锅内水的温度最高可达多少？

(2) 若按正确方法使用压力锅，锅内水的温度最高可达多少？

(3) 若未按正确方法使用压力锅，即盖好密封锅盖一段时间后，在点火前就加上压力阀，此时水温为 27 ℃，那么加热到压力阀刚被顶起时，锅内水的温度是多少？若继续加热，锅内水的温度最高可达多少？假设空气不溶于水。

已知：水的饱和蒸气压 $p_w(t)$ 与温度 t 的关系图线如图 1.16(a)所示。大气压强 $p(z)$ 与高度 z 的关系的简化图线如图 1.16(b)所示。当 $t=27$ ℃时，$p_w(27)=3.6\times10^3$ Pa；$z=0$ 处，$p(0)=1.013\times10^5$ Pa。

【解】 (1) 由图 1.16(b)可以看出，在海拔 5 000 m 处，大气压强为 $p(5\,000)=53.0\times10^3$ Pa。若不加阀，锅内的压强最高可达 53.0×10^3 Pa，这就是水的饱和蒸气压，根据图 1.16(a)，对应的温度约为 81 ℃。

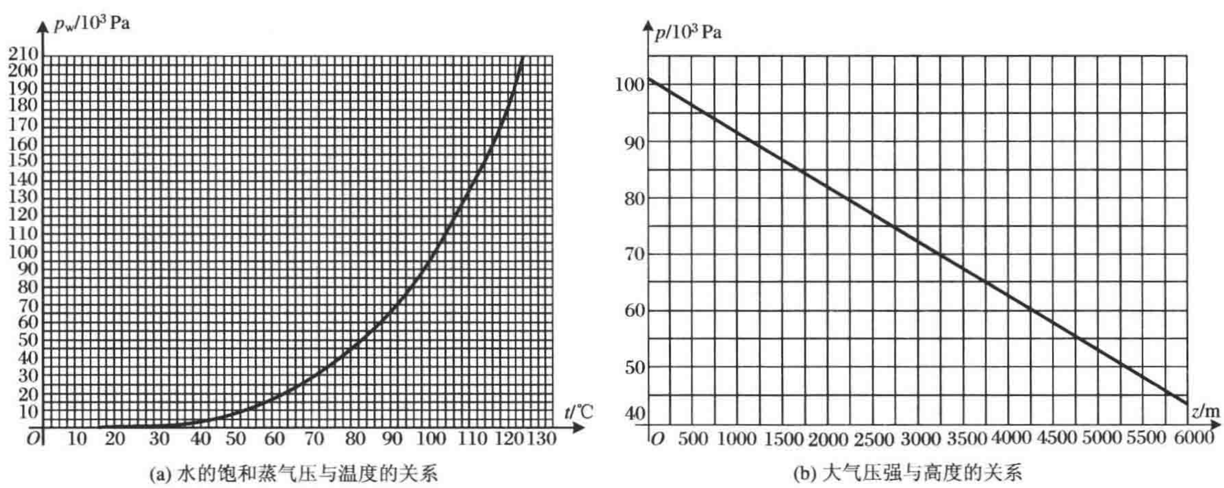


图 1.16　饱和蒸气压、大气压数据

(2) 温度为 120 ℃时，水的饱和蒸气压为 195.0×10^3 Pa，这是海平面处大气压与阀产生的总压强。而在海拔 5 000 m 处，大气压强为 53.0×10^3 Pa，比海平面减小了 48.0×10^3 Pa。因而此时锅内的最高压强为 147.0×10^3 Pa。按正确方法使用，待锅内干空气全部排出后再加阀，锅