乏信息理论与滚动轴承性能评估系列图书

夏新涛 著

乏信息可靠性分析

科学出版社

乏信息理论与滚动轴承性能评估系列图书

乏信息可靠性分析

夏新涛 著

本书相关内容得到河南省自然科学基金（162300410065）和
国家自然科学基金（51475144）资助

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书主要论述乏信息可靠性评估与预测方法，主要内容包括：乏信息可靠性分析的基本概念、二参数 Weibull 分布可靠性评估、三参数 Weibull 分布可靠性评估与假设检验、失效数据的可靠性模型评估、无失效数据的可靠性预测、制造过程的可靠性评估、机械产品的品质实现可靠性评估、性能数据驱动的可靠性演变过程预测等。

本书可供高等院校相关专业教师、研究生以及从事可靠性与信息分析等工作的研究、实验与测量人员使用。

图书在版编目（CIP）数据

乏信息可靠性分析 / 夏新涛著. —北京：科学出版社，2017.10

（乏信息理论与滚动轴承性能评估系列图书）

ISBN 978-7-03-054996-9

Ⅰ. ①乏… Ⅱ. ①夏… Ⅲ. ①滚动轴承-可靠性-分析 Ⅳ. ①TH133.33

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 262197 号

责任编辑：裴 育 纪四稳 / 责任校对：郭瑞芝

责任印制：张 伟 / 封面设计：蓝 正

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

北京中石油彩色印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 10 月第 一 版 开本：720×1000 B5

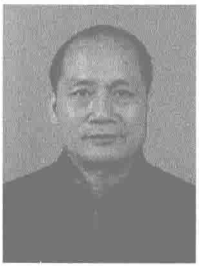
2017 年 10 月第一次印刷 印张：21 1/4

字数：412 000

定价：120.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

作 者 简 介



夏新涛，男，1957 年 1 月出生于河南省新乡县。1981 年 12 月于洛阳农机学院（即洛阳工学院，现为河南科技大学）本科毕业后留校；1985 年 9 月至 1987 年 1 月于哈尔滨工程大学学习硕士研究生主要课程；2007 年 12 月于上海大学博士毕业。现任河南科技大学教授，教学名师，博士生导师（河南科技大学和西北工业大学），中国轴承工业科技专家，河南省师德先进个人，洛阳市轴承及机械基础件专家技术委员会委员，洛阳市优秀教师和劳动模范。主要从事滚动轴承设计与制造理论、精密制造中的测量理论以及乏信息系统理论等教学与研究工作。主持和参与完成国家与省部级科研项目 22 项，获得省部级教育教学、自然科学与科学技术奖 7 项，著书 15 部，授权发明专利 9 项，发表学术论文 200 余篇。

E-mail: xiaxt1957@163.com; xiaxt@haust.edu.cn。

前　言

本书的研究内容属于乏信息系统理论范畴。乏信息是指信息缺乏或严重缺乏。在许多信息科学与系统科学研究的理论中，乏信息系统被描述为信息不完备的不确定性系统，有时还有数据残缺等。例如，小样本数据、未知概率分布和未知趋势等信息分析问题，均是乏信息的表现形式。

在乏信息条件下，如何进行可靠性分析是信息理论与可靠性理论研究中的一个难题。

对于乏信息失效数据可靠性的静态评估，在小样本失效数据条件下，若寿命概率分布已知，则难点在于如何获取可靠性函数中参数的概率分布，以实施可靠性函数的置信区间估计；若寿命概率分布未知，则难点在于如何获取可靠性函数，以实施可靠性函数的真值估计与可靠性函数的置信区间估计。同时，在小样本失效数据条件下，无论寿命概率分布是否已知，问题的焦点均在于如何保证可靠性评估结果的准确性。上述问题目前尚缺乏有效的理论支持，这成为可靠性理论认知上的第一个困境。

对于乏信息无失效数据可靠性的静态预测，无失效数据问题不同于失效数据问题。根据统计学，作为一个事先的假设，失效数据通常被看作一个服从某种概率分布的随机变量。然而，无失效数据通常属于一个未知的和不确定的概率分布，即基于这样的事实：无失效数据不是来自任何随机变量，而是来自人为地主观拟定的一个实验方案与程序。在寿命概率分布未知的条件下，仅凭少量无失效数据实施可靠性预测，尤其是实施可靠性置信区间预测，目前尚缺乏有效的理论支持，这成为可靠性理论认知上的第二个困境。

对于乏信息时间序列可靠性的动态预测，一个呈现出前沿性的、具有重大理论意义与实用价值的研究主题是，在时间序列正常运行期间，即单元正常服役期间，在缺乏概率分布、缺乏趋势与随机过程函数的条件下，仅凭当前获取的单元性能时间序列的无失效数据，实施未来时间序列的失效数据和无失效数据的可靠性预测，目前尚缺乏有效的理论支持，这成为可靠性理论认知上的第三个困境。

本书围绕以上三个关键问题进行乏信息可靠性分析，探讨乏信息条件下失效数据、无失效数据与时间序列的可靠性的静态评估、静态预测与动态预测方法，并提出三个关于可靠性的新概念——品质实现可靠性、性能数据驱动可靠性以及性能/精度保持可靠性，以致力于提升机械产品与基础零部件制造过程中的品质控

制水平以及服役过程中的最佳性能/精度保持水平，为可靠性理论研究与发展探索一些新思路。

在本书研究中，将涉及机械产品、材料、制造过程、服役过程等，其中以滚动轴承性能可靠性分析为主要研究案例。

本书内容是作者及其指导的研究生近年来在乏信息可靠性评估与预测方面的部分成果总结，主要内容及其研究思路与方法已经申请公示和获得授权中国发明专利，并在《机械工程学报》、《中国机械工程》、《兵工学报》、《振动与冲击》、*Measurement Science and Technology*、*Measurement*、*Quality and Reliability Engineering International*、*Mathematical Problems in Engineering*、*Journal of Testing and Evaluation*、*Journal of Zhejiang University—Science C* (*Computers & Electronics*) 以及 *Journal of Failure Analysis and Prevention* 等国内外学术期刊与国际学术会议上发表。

本书的研究工作得到了河南省自然科学基金（162300410065）和国家自然科学基金（51475144）的资助。

本书由河南科技大学夏新涛撰写。作者指导的硕士研究生尚艳涛、金银平、孟艳艳、秦园园、白阳、陈士忠、董淑静、朱文换、叶亮、常振、李云飞、刘斌、陈向峰、程立、时保吉、栗永非、徐相东等，以及博士研究生陈龙、南翔、徐永智、李燕等参与了本书出版过程中的辅助工作。

作 者

2017 年夏

目　　录

第二篇 品质实现可靠性评估

第三篇 性能可靠性演变过程的动态预测

第一篇　失效数据与无失效数据的可靠性分析

第 1 章　乏信息可靠性分析的基本概念

本章在介绍可靠性的含义与表征、寿命测度、数据类型、可靠性估计方法等基本概念后，提出可靠性分析中的具体问题，然后介绍乏信息及其特征与乏信息融合原理等基本概念，为后续章节的乏信息可靠性分析奠定基础。

1.1　可靠性的基本概念

1.1.1　可靠性的含义与表征

可靠性是指单元在给定的环境、条件与时间内完成规定功能的能力。这种能力可以用一个可靠性函数量化表征，可靠性函数的具体取值称为可靠度或无失效概率，属于概率论范畴。

单元是一个广义概念，泛指观察的对象，如元件、产品、系统、过程、活动等，都可以作为单元的具体表征。时间也可以从广义上理解，如活动的长度和次数等。单元运行到失效的时间称为寿命。

设单元的运行时间为 $t\in[0,\infty)$，若单元运行到失效的时间为 T，则可靠性函数为

$$R(t)=P(T>t) \tag{1-1}$$

式中，$P(T>t)$为单元在时间 t 时的无失效概率，T 为单元的失效时间。

积累分布函数即失效概率函数为

$$F(t)=1-R(t) \tag{1-2}$$

概率密度函数为

$$f(t)=\frac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-3}$$

失效率即风险率为

$$h(t)=\frac{f(t)}{R(t)} \tag{1-4}$$

在概率论中，失效时间 T 被看作一个随机变量。若已知单元失效时间 T 的概率密度函数为 $f(t)$，则有

$$F(t)=\int_0^t f(t)\mathrm{d}t \tag{1-5}$$

$$R(t)=\int_t^{\infty} f(t)\mathrm{d}t \tag{1-6}$$

$$h(t)=\frac{f(t)}{\int_t^{\infty} f(t)\mathrm{d}t} \tag{1-7}$$

1.1.2　寿命测度

单元寿命测度可以用寿命均值、寿命方差（或标准差）与剩余寿命评估[1]。

寿命均值即数学期望为

$$L_{\mathrm{m}}=\int_0^{\infty} tf(t)\mathrm{d}t \tag{1-8}$$

寿命方差为

$$V=\int_0^{\infty}(t-L_{\mathrm{m}})^2 f(t)\mathrm{d}t \tag{1-9}$$

寿命标准差为

$$\sigma=\sqrt{V} \tag{1-10}$$

若单元运行到时间 t 时尚未失效，则其剩余寿命为

$$L_{\mathrm{r}}(t)=T-t \tag{1-11}$$

剩余寿命被看作一个随机变量，其数学期望即平均剩余寿命为

$$L_{\mathrm{r0}}(t)=\frac{1}{R(t)}\int_t^{\infty} tf(t)\mathrm{d}t-t \tag{1-12}$$

1.1.3　数据类型

涉及可靠性分析的数据主要有失效数据、无失效数据和混合数据三种类型。失效数据是指观测单元一直运行到失效时所记录的时间数据，无失效数据是指观

测单元无失效运行到某个时刻所记录的时间数据，混合数据是指所记录的时间数据中同时包含失效数据和无失效数据。

数据类型也可分为完整数据和不完整数据。完整数据是指所记录的数据中或者完全是失效数据（称为完整失效数据），或者完全是无失效数据（称为完整无失效数据）。不完整数据是指所记录的数据是混合数据。

1.1.4 可靠性估计方法

可靠性估计即可靠性模型估计是可靠性分析的主要内容之一。可靠性估计有非参数估计和参数估计两种情形。

1. 非参数估计

非参数估计通常基于数据，对无参数可靠性函数或可靠度进行估计，常用的方法有经验可靠度法[1]和最大熵法等。

1）经验可靠度法

假设通过观测获得一组寿命数据，用向量表示为

$$\boldsymbol{T}=(t_1,t_2,\cdots,t_i,\cdots,t_n),\quad t_1\leqslant t_2\leqslant\cdots\leqslant t_i\cdots\leqslant t_n;i=1,2,\cdots,n \tag{1-13}$$

式中，$\boldsymbol{T}$ 为寿命数据组成的向量，i 为数据序号，t_i 为第 i 个数据，n 为数据个数。

可以用 Johnson[2]方法对寿命数据的可靠度中位秩进行非参数估计，或者用 Nelson[3]方法对寿命数据的可靠度期望值进行非参数估计，所得到的估计值统称为经验可靠度，可以用一个向量表示为

$$\boldsymbol{R}=(r(t_1),r(t_2),\cdots,r(t_i),\cdots,r(t_n)),\quad i=1,2,\cdots,n \tag{1-14}$$

式中，$\boldsymbol{R}$ 表示由经验可靠度组成的向量，$r(t_i)$为经验可靠度（又称可靠性经验值）。

若经验可靠度用可靠度中位秩计算，则其公式为

$$r(t_i)=1-\frac{i-0.3}{n+0.4},\quad i=1,2,\cdots,n \tag{1-15}$$

式中，$r(t_i)$为经验可靠度，i 为数据序号，n 为数据个数。

若经验可靠度用可靠度期望值计算，则其公式为

$$r(t_i)=1-\frac{i}{n+1},\quad i=1,2,\cdots,n \tag{1-16}$$

式中，$r(t_i)$为经验可靠度，i 为数据序号，n 为数据个数。

经验可靠度是寿命数据的另一种表现形式，可以等价为可靠性的实验值。

若寿命数据中包含无失效数据，可将式（1-15）和式（1-16）中的 i 变为第 i 个失效数据的失效序号 r_i，并用 Johnson[2]或 Kaplan[4]的非完整数据的非参数估计方法计算 r_i 与 $r(t_i)$。

在 Johnson 方法中，设有 n 个数据，其中有 m 个无失效数据，$n-m$ 个失效数据。对 n 个数据从小到大排序，得到编号序列向量 $\boldsymbol{J}$：

$$\boldsymbol{J}=(1,2,\cdots,j,\cdots,n) \tag{1-17}$$

再对失效数据从小到大排序，得到编号序列向量 $\boldsymbol{I}$：

$$\boldsymbol{I}=(1,2,\cdots,i,\cdots,n-m) \tag{1-18}$$

根据 Johnson 方法，第 i 个失效数据的失效序号为

$$r_i=r_{i-1}+\frac{n+1-r_{i-1}}{n+2-j} \tag{1-19}$$

式中，$r_0=0$。

在 Kaplan 方法中，设有 n 个数据，对 n 个数据从小到大排序。若时间 t_j 是失效数据，则记 t_j 时的失效数据个数为 d_j；若时间 t_j 是无失效数据，则记 $d_j=0$。设 n_j 是包括 t_j 及其之后的全部数据，则有

$$n_j=n-j+1 \tag{1-20}$$

对于 $t_j<t\leqslant t_{j+1}$，经验可靠度为

$$r(t_i)=\prod_{i=1}^{j}\left(\frac{n_i-d_i}{n_i}\right) \tag{1-21}$$

2）最大熵法

最大熵法是根据信息分析中的最大熵原理，用有限个寿命数据 t_i 构建一个使信息熵为最大的寿命概率密度函数 $f(t)$：

$$f(t)=\exp\left(\lambda_0+\sum_{m=1}^{M}\lambda_m t^m\right) \tag{1-22}$$

式中，M 为原点矩的最高阶数；$\lambda_0,\lambda_1,\cdots,\lambda_M$ 为 $M+1$ 个拉格朗日乘子，均为常数；t 为描述寿命的时间变量。

在式（1-22）中，首个拉格朗日乘子 λ_0 为

$$\lambda_0=-\ln\left[\int_R \exp\left(\sum_{m=1}^{M}\lambda_m t^m\right)\mathrm{d}t\right] \tag{1-23}$$

其他拉格朗日乘子的求解方程为

$$M_m = \frac{\int_R t^m \exp\left(\sum_{m=1}^{M} \lambda_m t^m\right) \mathrm{d}t}{\int_R \exp\left(\sum_{m=1}^{M} \lambda_m t^m\right) \mathrm{d}t}, \quad m = 1,2,\cdots,M \tag{1-24}$$

式中，R 为时间变量 t 的积分空间，M_m 为第 m 阶样本原点矩，m 为样本原点矩序号，M 为原点矩的最高阶数。

第 m 阶样本原点矩 M_m 由所观测到的寿命数据求出：

$$M_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i^m \tag{1-25}$$

式中，t_i 为第 i 个寿命数据，n 为寿命数据个数，m 为样本原点矩序号。

2. 参数估计

参数估计通常基于数据，对可靠性函数中的参数进行估计。常用的参数估计方法有矩法、极大似然法和最小二乘法等。

1）矩法

矩法是用失效数据的各阶样本矩估计总体矩，进而求解概率密度函数中的各个参数，求解方程为

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i^k = \int_0^{\infty} t^k f(t;\boldsymbol{\Theta})\mathrm{d}t, \quad k = 1,2,\cdots,K \tag{1-26}$$

式中，t_i 是第 i 个寿命数据，n 是寿命数据个数，$f(t;\boldsymbol{\Theta})$ 是变量为 t 和参数向量为 $\boldsymbol{\Theta} = (\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_k,\cdots,\theta_K)$ 的概率密度函数，t 是描述寿命的时间变量，K 是概率密度函数的参数个数，θ_k 是第 k 个参数，k 是参数序号。

2）极大似然法

极大似然法基于失效数据和无失效数据构建出似然函数 $L(\boldsymbol{\Theta})$，所求参数向量 $\boldsymbol{\Theta} = (\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_k,\cdots,\theta_K)$ 应使似然函数 $L(\boldsymbol{\Theta})$ 为最大：

$$L(\boldsymbol{\Theta}) = \prod_{i\in F} f(t_i;\boldsymbol{\Theta}) \prod_{i\in C} R(t_i;\boldsymbol{\Theta}) \to \max, \quad k = 1,2,\cdots,K \tag{1-27}$$

式中，t_i 是第 i 个数据，F 是失效数据的序号集合，C 是无失效数据的序号集合，$f(t_i;\boldsymbol{\Theta})$ 是时间变量 $t=t_i$ 时关于参数向量 $\boldsymbol{\Theta} = (\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_k,\cdots,\theta_K)$ 的概率密度函数，$R(t_i;\boldsymbol{\Theta})$ 是时间变量 $t=t_i$ 时关于参数向量 $\boldsymbol{\Theta} = (\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_k,\cdots,\theta_K)$ 的可靠性函数，K 是参数个数，θ_k 是第 k 个参数，k 是参数序号。

3）最小二乘法

最小二乘法基于经验可靠度和可靠度函数构建误差函数 $Q(\boldsymbol{\Theta})$，所求参数向