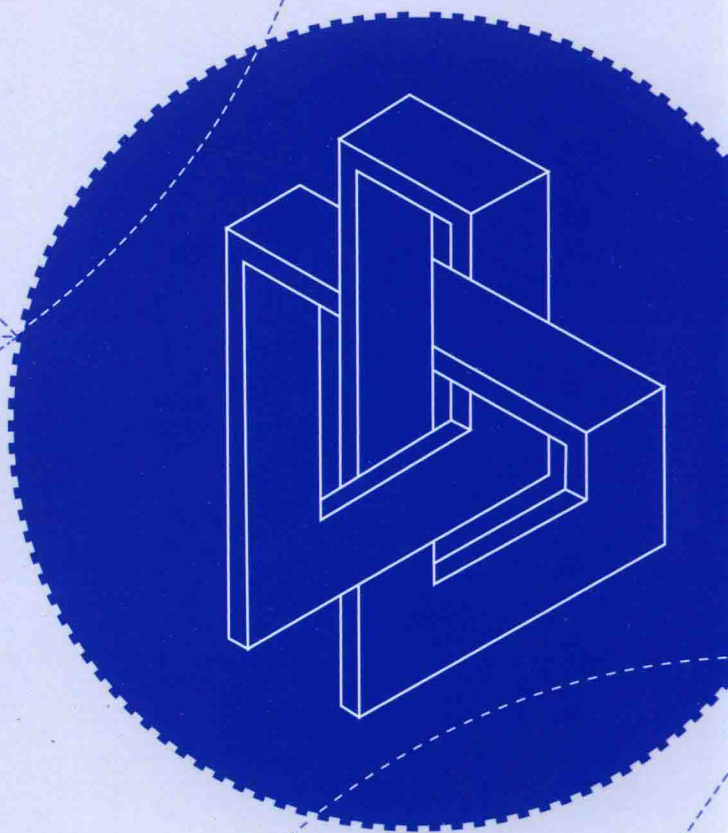


数学 创新思维



王国栋 李兴龙 王丽娜等 编著
卓春英 主审



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社



数学 创新思维



主编 熊 全 副主编 李 强 熊 全
副主编 李 强 熊 全



湖南师范大学出版社
HUNAN NORMAL UNIVERSITY PRESS

第 100 页

1. 2105. 出版业学术动态：第九一、第 100 页

2. 1005. 出版业学术动态：第九一、第 100 页

1. 2105. 出版业学术动态：第九一、第 100 页

1005. VI

数学创新思维

编著 王国栋 李兴龙 王丽娜等
主审 卓春英



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学创新思维/王国栋等编著. —武汉: 武汉大学出版社, 2018. 1

ISBN 978-7-307-19983-5

I. 数… II. 王… III. 高等数学—思维方法—高等学校

IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 017104 号

责任编辑:郭芳

责任校对:李晶

装帧设计:张希玉

出版发行: 武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件: whu_publish@163.com 网址: www.stmpress.cn)

印刷: 武汉市江城印务有限公司

开本: 720 × 1000 1/16 印张: 8 字数: 143 千字

版次: 2018 年 1 月第 1 版 2018 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-307-19983-5 定价: 30.00 元

版权所有, 不得翻印; 凡购我社的图书, 如有质量问题, 请与当地图书销售部门联系调换。

前 言

数学教育的意义不在于或主要不在于培养数学家,而在于培养人的数学观念和数学思维。通过开拓数学思维,进而促进人的全面素质的发展和提高。数学思维是人类对数学对象理性认识的过程,包括运用数学解决各种实际问题的思考过程。它从属于一般思维,是人脑通过发现问题、解决问题的形式,从而形成对现实世界的空间形式和数量关系本质的一般性认识的思维过程。在数学思维中,既有形象思维、直观思维、逆向思维、逼近思维,又有抽象思维、发散思维、聚合思维等,它们都是学习数学和研究数学不可缺少的。

本书共5章。第1章,逻辑与推理。对逻辑思维与推理从理论上进行了阐述,主要介绍了逻辑思维与推理的概念、特征等内容。第2章,数学形象思维与直观思维,介绍了数学思维中常用的思维方式,如逆向思维、逼近思维等,并通过经典例题例证了在数学学习中科学地运用这些数学思维方式,往往会收到意想不到的效果。第3章,数学建模与创造性思维,介绍了如何将复杂的问题通过抽象思维、发散思维和聚合思维抽象成数学模型。第4章,创造性思维与创新方法,介绍了如何突破思维定式进行创造性思维,并论述了头脑风暴法。第5章,神奇的数字,介绍了历史上数学领域中的神奇数字,展示了数字的魅力。

本书由重庆水利电力职业技术学院数学教研室王国栋、李兴龙、王丽娜、张峰、孙文鑫、谢艳云、范鑫等编写,卓春英教授为本书的主审。本书在编写过程中得到了同行院校教师的帮助,在此一并表示感谢。

由于编者水平有限,时间仓促,书中难免有错,欢迎读者给予指正。

编著者

2017年11月

目 录

1 逻辑与推理	(1)
1.1 逻辑	(1)
1.1.1 逻辑的由来	(1)
1.1.2 逻辑的概念	(2)
1.1.3 数理逻辑的概念	(2)
1.1.4 思维	(2)
1.1.5 思维形式	(3)
1.1.6 思维形式的规律	(4)
1.1.7 简单的逻辑方法	(4)
1.2 概念	(5)
1.2.1 概念的定义	(5)
1.2.2 概念的内涵和外延	(6)
1.2.3 概念的辨析	(6)
1.2.4 概念的种类	(6)
1.3 判断	(7)
1.3.1 判断的概念	(7)
1.3.2 判断的逻辑特征	(7)
1.3.3 判断与语句	(8)
1.3.4 性质判断	(8)
1.3.5 关系判断	(9)
1.4 推理	(10)
1.4.1 推理的概念	(10)
1.4.2 推理的逻辑性	(10)



1.4.3	推理的逻辑类别	(11)
1.4.4	归纳推理与演绎推理的关系	(11)
1.4.5	类比推理	(13)
2	数学形象思维与直观思维	(24)
2.1	形象思维	(25)
2.1.1	数学中的形象思维	(25)
2.1.2	形象思维与数学形象思维	(25)
2.1.3	数学形象思维的基本形式	(26)
2.1.4	数学形象思维在数学学习中的作用	(27)
2.2	逆向思维	(30)
2.2.1	逆向思维的特点	(30)
2.2.2	数学中逆向思维的基本方法	(30)
2.2.3	数学中逆向思维的基本类型	(31)
2.2.4	数学中逆向思维的应用	(33)
2.2.5	逆向思维遵循的基本原则	(34)
2.3	逼近思维	(35)
2.3.1	逐步逼近法简介	(35)
2.3.2	齐诺谬论	(35)
2.3.3	数学中的逐步逼近思想	(36)
3	数学建模与创造性思维	(38)
3.1	数学模型与创造性思维方法	(39)
3.1.1	直觉思维是构建数学模型的有效途径	(39)
3.1.2	树立建模意识,培养转化能力	(40)
3.1.3	以“构造模型”为载体,培养创造性思维能力	(41)
3.2	抽象思维与数学模型	(45)
3.2.1	抽象思维的概念	(45)
3.2.2	抽象思维与形象思维	(47)
3.2.3	数学模型中的抽象思维	(48)
3.3	发散思维与数学模型	(52)
3.3.1	发散思维的概念与形式	(52)
3.3.2	发散思维在数学模型中的应用	(55)



3.4 聚合思维与数学模型	(59)
3.4.1 聚合思维的概念与应用	(59)
3.4.2 聚合思维在数学模型中的应用	(60)
4 创造性思维与创新方法	(65)
4.1 导论	(65)
4.1.1 创新能力的概念	(65)
4.1.2 创造性思维典型案例	(66)
4.1.3 创新方法	(68)
4.2 创造性思维与思维定式	(68)
4.2.1 创造性思维	(68)
4.2.2 创造性思维的五大特征	(71)
4.2.3 创造性思维的训练原则	(75)
4.2.4 常见的思维障碍及其突破	(78)
4.3 简单的创新方法——头脑风暴法	(86)
4.3.1 头脑风暴法的定义	(86)
4.3.2 头脑风暴法的要求	(88)
4.3.3 头脑风暴法的作用	(91)
4.3.4 头脑风暴法的类别和特点	(92)
4.3.5 头脑风暴法的使用	(92)
4.3.6 头脑风暴法的实施步骤	(92)
5 神奇的数字	(94)
5.1 魅力数字	(94)
5.1.1 完全数	(94)
5.1.2 梅森素数	(97)
5.1.3 亲和数	(100)
5.1.4 自守数	(102)
5.1.5 水仙花数	(103)
5.1.6 数字 142857	(103)
5.1.7 数字黑洞	(104)
5.1.8 $3x+1$ 猜想	(105)
5.1.9 回文数	(106)



5.2 数的运算	(107)
5.2.1 数字运算的形体美	(107)
5.2.2 数字运算的巧合美	(109)
5.3 神奇的数字排列	(110)
5.3.1 河图洛书	(110)
5.3.2 九宫格数独	(112)
5.4 数语	(113)
5.4.1 数字谜语	(113)
5.4.2 数字成语	(116)
参考文献	(117)

1 逻辑与推理

人生就是一个不断推销自己、说服别人的过程。无论你是谁，只要你喜欢别人认可你并接受你，实现自己的既定目标，就要将自己的思想、观点、信息、情感等展示并推销给别人，这个过程就是人际沟通的过程。在人际沟通的过程中，人们的每一次认识活动、交流活动都决定了：①要做什么？②为什么要做？③怎样去做？这些都迫切需要掌握科学的思维方法，提高思维的能力。任何说明、论证都必须令人信服。这种所谓的“令人信服”，就是逻辑的力量。它体现的是认识世界的态度与方法。

1.1 逻辑

1.1.1 逻辑的由来

“逻辑”这个词由英语 logic 音译而来，源于希腊文，原意是思想、理性、言词、规律等。在现代汉语中，“逻辑”是个多义词，其含义主要有：

(1)客观规律性。例如：“谦虚使人进步，骄傲使人落后，这是生活的逻辑”。这里的“逻辑”是指生活的规律性。

(2)思维的规律性。例如：“应该合乎逻辑地思考，明确地表达思想”。这里的“逻辑”是指要合乎思维的规律。



(3)某种理论观点。例如：“明明是侵略，却说成是友谊，这是强盗的逻辑”。这里的“逻辑”是指一种荒谬的理论。

(4)与“逻辑学”同义，指研究思维形式及其规律的科学。例如：“认真学习逻辑知识，熟练运用逻辑知识，对思考问题、写文章、说话、办事以及进一步发展智力都大有好处”。这里的“逻辑”便是指逻辑学。

1.1.2 逻辑的概念

定义 1 普通逻辑是关于推理及其规律的科学。

展开来说：普通逻辑是关于思维形式及其规律和人们认识现实的简单逻辑方法的科学。

(1)狭义而言，逻辑是有效推理的理论。

有效推理就是正确地从已知推出未知，并且不会出现真前提而假结论。

(2)广义而言，逻辑是有效推理和有效交际的理论。

有效交际就是正确地表达和理解，并且理解与表达相一致。

从定义可以看出逻辑研究的对象有三个：① 思维形式；② 思维形式的规律；③ 简单的逻辑方法。

1.1.3 数理逻辑的概念

定义 2 数理逻辑是以演绎逻辑为核心研究对象，使推理成为代数演算。

1.1.4 思维

1. 思维的概念

定义 3 思维是认识的理性阶段，是一个对感性认识进行加工，进而把握事物本质，形成概念、判断、推理的理性认识过程。即思维的基本形式是概念、判断、推理。

2. 思维的特点

(1)间接性。思维只有在感性认识的基础上才能实现。

(2)抽象性。思维是人们在反映客观事物时，舍弃了非本质的东西，抽取其本质东西的认识过程。

(3)概括性。思维是通过抽象，从部分认识对象中得到本质的认识，推广到对这一类事物的全体的过程。思维表达的是事物具有本质意义的抽象属性。



(4)借助语言来实现。语言是思维的物质外壳,思维是语言的思想内容。没有语言,人们就无法进行沟通、交流(眉目传情也要借助于语言)。

1.1.5 思维形式

任何事物都是形式与内容的统一。思维也是如此。思维内容就是反映到人们思维中的客观对象。

1. 思维形式的概念

思维形式是指思维内容各部分之间的联系方式。也即,不同思维内容所包含的具有某种相同逻辑性质的组成部分之间的一般联结方式。

为更好理解定义,需要注意以下几方面:

(1)思维形式实际上是一种“样式”,它是贯穿于一切具体思维内容中的形式的结构。

(2)思维形式包括判断的结构和推理的结构。

(3)思维形式是从具体思维内容中抽取出来的,是该类判断或推理所共同具有的。

(4)任何一种思维形式都是由变项和常项组成的。

作为一种思维形式,最重要的是逻辑常项。不同的逻辑形式有不同的逻辑常项,而不同的逻辑常项又决定着这种逻辑形式的性质。所以,准确把握逻辑常项,对于正确理解和运用逻辑思维形式是至关重要的。

2. 逻辑常项

逻辑常项是逻辑形式中不变的部分,它表示思维的形式。

3. 逻辑变项

逻辑变项表示思维的内容。

注意:逻辑学只研究思维的形式,不研究思维的内容。

在“所有的S都是P”这一逻辑形式中,“所有……都是……”是常项;“S”“P”是变项。



思维训练题

(1)有些劳动产品是商品。

(2)所有的法律都是有阶级性的。



(3)如果天下雨,那么地上湿。

(4)所有的犯罪行为都是违法行为。李某的行为是犯罪行为,所以,李某的行为是违法行为。

(5)如果物体摩擦,那么物体发热;物体没有发热,所以,物体没有摩擦。

请同学们指出上述各题中的逻辑常项与逻辑变项。

1.1.6 思维形式的规律

1. 思维形式的规律的概念

定义 4 思维形式的规律是思维内容的一般结构的规律,即用概念组成判断和用判断组成推理的规律。它是客观事物确定性的规律在思维形式中的反映。

思维形式有自身的规律,这些规律对人们如何运用思维形式进行思维提出了要求。符合要求、遵守规律的思维才是正确的。

2. 思维形式的规律的作用

(1)思维形式的规律是保证逻辑形式正确性所必须遵守的、最起码的思维法则。

(2)思维形式的规律是从正确的逻辑思维形式中总结概括出来的,对各类逻辑形式的正确运用,都带有普遍性的意义。

(3)思维形式的规律保证思维过程的确定性(同一律的要求)、一贯性(矛盾律的要求)、明确性(排中律的要求)、论证性(充足理由律的要求)。

3. 思维形式的规律的特点

(1)强制性。正确的思维过程必须遵守。

(2)规范性。凡是符合思维规律的思维过程都是正确的。这个特点是思维规律是客观规律的反映。客观事物在确定的时间、空间内是确定的。

1.1.7 简单的逻辑方法

定义 5 简单的逻辑方法指在认识事物的简单性质和关系的过程中,与思维形式的运用有关的一些逻辑方法。

在认识事物的简单性质过程中,常用的方法是:

(1)观察和实验的方法。



(2)比较、分析、综合的方法。

(3)探求因果联系的方法。

由于这些方法是以思维的确定性为前提的,依靠它们不能使我们获得对自然、社会及思维的普遍规律的认识,因此,这些方法被称作简单的逻辑方法。



思维训练题

猜帽子的游戏

有甲、乙、丙三人同向站立。在三人不知道的情况下,主持人给三人各戴上一顶帽子:红帽或白帽。三人都知道有三顶红帽和两顶白帽。丙可看见甲和乙的帽子,乙可看见甲的帽子。主持人问丙是否知道自己戴的是什么帽子,丙答不知道;又问乙是否知道,乙也答不知道;问甲是否知道,甲答知道,是_____。

甲是怎么知道的?他的推理过程是_____。

“有角的”诡辩

在古希腊,有一个“有角的”诡辩。这个诡辩是这样说的:“你没有失去的东西,还在你那里;你没有失去角,所以,你有角。”

试问:在这个诡辩中,使用的诡辩手法是什么?要害在哪里?

1.2 概念

1.2.1 概念的定义

定义 6 概念是反映事物本质属性或特有属性的思维形式。

概念与词语的区别:

- (1)所有的概念都要用词语来表达,但并非所有的词语都用来表达概念。
- (2)不同的词语可以表达同一个概念。
- (3)由于语境不同,同一个词语也可以表达不同的概念。



1.2.2 概念的内涵和外延

概念反映对象的本质属性,也就反映了具有这种本质属性的对象,因而概念有客观的内容和确定的范围,这两方面分别构成了概念的内涵和外延。概念的内涵就是指反映在概念中的对象的本质属性或特有属性。概念的外延是指具有概念所反映的本质属性或特有属性的对象,即概念的适用范围。



案例

浑水摸鱼——混淆概念的诡辩

某人在家具商场看中了一件家具,按约定向商家交了 200 元订金,而商场却在相关票据上将“订金”改为“定金”。后来这个人由于某种原因不打算购买这件家具了,便要求商场退还 200 元订金。但商场却以《中华人民共和国合同法》的有关规定为依据,不予退款。此时,这个人才意识到当初商场将“订金”改写为“定金”就是为了扣住这 200 元钱。

1.2.3 概念的辨析

1. 混淆概念

混淆概念指在同一个思维过程中,有某些联系或有某些表面相似之处的不同概念,当作相同的概念来使用,或者是把同一个概念在不同的含义下使用。

2. 偷换概念

偷换概念指在同一思维过程中,故意用一个概念代替另一个不同的概念,从而使概念混乱。

1.2.4 概念的种类

(1)单独概念是指反映一个特定对象的概念,它的外延是一个独一无二的事物。如:专有名词。

(2)普遍概念是指反映由两个以上的对象所组成的概念。



(3)集合概念。根据概念所反映的对象是否为集合体,可以把概念分为集合概念和非集合概念。集合概念是反映事物集合体的概念。

例如:在“我们班的同学来自全国各地”和“我们班的同学都是中国人”这两个语句中,前一个“我们班的同学”是个集合概念,它不反映我们班中的某个同学,不能说成“我们班的某个同学来自全国各地”。后一个“我们班的同学”是个非集合概念,它既反映我们班中所有的同学,也反映我们班中的某个同学,可以说“我们班的某个同学是中国人”。前者为集合概念,后者为非集合概念。



思维训练题

(1)西城区环卫局 970 多名居住在市区和近郊区的职工中,有 26 户家中养了鸡、鹅、兔、鸽等家禽。(概括不当)

(2)我父亲已去世一年,父亲在世的十几年中,经常教育我,要发扬艰苦朴素的优良作风。(限制不当)

(3)我于凌晨六点到达北京,请来车站接我。(模糊)

(4)他离开祖国定居巴黎四十年了,虽然加入了法国国籍,但对故土很关心,是一位热爱祖国的华侨。(混淆)

(5)他细心地照顾受伤的王冕的父亲。(歧义)

(6)你应该改掉这些不好的毛病。(赘余)

1.3 判 断

1.3.1 判断的概念

判断是对客观事物情况有所断定的一种思维形式,是用肯定或否定的形式反映周围现实的一种思维形式。

例如:① 秘书工作要既不失职,又不越权。

② 张三不是杀人犯。

1.3.2 判断的逻辑特征

(1)有所断定。如果对对象既无肯定,也无否定,那就不是判断。

(2)有真假。判断是对客观事物有所断定的一种思维形式,是对客观事物



情况的反映,而不是客观事物本身。因此,就存在是否真实地反映客观事物实际的问题。

例:地球是围绕太阳运行的。地球不是围绕太阳运行的。

1.3.3 判断与语句

(1)判断是思维形式,是逻辑学的研究对象。语句是表达完整思想的语言单位,是语言学的研究对象。

(2)任何判断都必须用语句来表达,但并非所有的语句都表示判断。表示判断的语句在逻辑上也称作命题。

(3)判断与语句并非一一对应。

① 同一个判断可以用不同的语句表达。

② 同一个语句在不同的语境中可以有不同的含义。

例如:a.罪犯在火车上。

b.他走了。



思维训练题

巧嘴媒婆的故事

有个媒婆给一对男女说媒。她对那个女的说:“这个男的过日子真是一把好手。”然后媒婆又对那个男的说:“这个女的什么都好,就是有点嘴不严。”那个女的听说男的是“一手好手”,很高兴。那个男的认为好说点闲话也不是什么大毛病。于是两人都同意相亲。相亲时,只见那个男的倒背一只手,气宇轩昂;那个女的则拿手帕捂着嘴,显得有点羞羞答答。两人都很满意。然而入洞房后,男的才发现那位“羞羞答答”是个豁唇(俗称兔嘴),而女的也发现这位“气宇轩昂”的一只手有残疾。两人都十分气愤,都去找媒婆要个“说法”。媒婆却理直气壮地回答说:“我早就清楚地告诉你们了,一个是‘一把好手’,一个是‘有点嘴不严’,并且你们也经过相亲同意了,怎么现在找起我的麻烦了?”

问:媒婆在这里用了什么花招?

1.3.4 性质判断

性质判断,又称直言判断,是指断定思维对象具有或不具有某种性质的判断。传统逻辑把它称为直言判断。例如: