



国防特色教材·核科学与技术
黑龙江省精品图书出版工程项目

气液两相流

Gas and Liquid Two-phase Flow

(第3版)

阎昌琪◎编著

HEUP 哈尔滨工程大学出版社



内容简介

本书系统地介绍了气液两相流的基本原理和理论分析方法。全书共分九章,其中包括两相流基本参数、流型、基本方程、截面含气率的计算、压降计算、两相临界流、流动不稳定性和两相流参数测量等主要内容。

本书可供从事核反应堆工程及热能工程专业的技术人员使用,也可作为高等学校核动力工程及热能工程专业的本科生教材。

图书在版编目(CIP)数据

气液两相流/阎昌琪编著. —3版. —哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2017.8

ISBN 978-7-5661-1577-5

I. ①气… II. ①阎… III. ①气体-液体流动-研究
IV. ①O359

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 181599 号

选题策划 石 岭
责任编辑 石 岭 宗盼盼
封面设计 张 骏

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传 真 0451-82519699
经 销 新华书店
印 刷 黑龙江龙江传媒有限责任公司
开 本 787 mm × 1 092 mm 1/16
印 张 12.25
字 数 320 千字
版 次 2017 年 8 月第 3 版
印 次 2017 年 8 月第 1 次印刷
定 价 28.00 元

<http://www.hrbeupress.com>

E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn



作者简介

阎昌琪，男，1955年生，教授，博士生导师。1980年哈尔滨船舶工程学院核动力装置专业硕士研究生毕业，1989年至1991年在加拿大麦克马斯特大学访问学者，1997年至1998年在瑞士苏黎世高等工学院高级访问学者。近年来获得国家科技进步二等奖1项，获得国防科技进步一等奖1项、二等奖2项、三等奖4项，发表学术论文200余篇。主编的教材有《核反应堆工程》《核电专业英语》《核反应堆安全传热》《动力工程专业英语》《核工程与核技术专业英语》《核反应堆结构与材料》。从事教学工作37年，讲授的课程有核反应堆工程、气液两相流、核反应堆安全传热、核工程专业英语、核工程导论等。获得部级有突出贡献的中青年专家、黑龙江优秀留学人员报国奖等荣誉称号。现任教育部核工程类教学指导委员会副主任，中国核学会理事，新堆与研究堆专业委员会副主任，核反应堆热工流体专业委员会委员，核行业标准化委员会委员。

新书推荐

《核工程检测技术（第2版）》

《核动力设备（第2版）》

第3版前言

本书自出版发行以来,已经在本科生教学中使用了二十多年,经过了两次修订,不断地进行改进和完善。在多年的教学使用过程中,许多任课老师和学生对本书的内容提出了宝贵意见,根据这些反馈意见和作者本人在教学工作中的体会和总结对原书进行了必要的修订。

本书的特点是涵盖两相流的知识面宽,与专业结合紧密,内容通俗易懂,适合教学使用,这些特点在使用过程中受到任课教师和学生的肯定。但是在使用过程中也发现一些问题,例如由于符号太多,有些符号标示不明确;个别内容和表述有些陈旧;个别文字和语句存在错误。本次修订保留了原书固有的特色和风格,对存在的上述问题进行了修改和完善,更新了陈旧过时的内容,更加适合目前教学使用。

由于修改时间仓促和作者水平有限,难免还存在错误和不足,希望广大读者给予批评指正。

编著者

2017年6月

第2版前言

本书出版发行后,经过十几年的教学使用,效果良好。在本书的使用过程中,许多任课教师对本书的内容提出了一些意见和建议,特别是哈尔滨工程大学的黄渭堂教授、曹夏昕副教授等提出了许多具体的修改意见,在此向他们表示衷心地感谢。

根据读者和教师反馈的意见与建议,本次修订对原书部分内容进行了修改和重新安排。考虑到内容安排的合理性,删去了第一章第五节的内容,在第四章中增加了第八节,该节涵盖了原书第一章第五节的内容,并对原内容有所补充。将原书第二章中的部分内容调整到了第五章,这样有利于教学内容的循序渐进,使内容编排更加合理,减少了原书的错误和纰漏,但由于时间仓促,难免还存在错误和不当之处,希望读者给予批评指正。

编著者

2009年8月

编著者

1992年2月

第 1 版前言

两相流是在流体力学与传热学基础上发展起来的一门新兴学科。它广泛应用于动力、石油、化工以及其他一些工业过程。由于核动力技术的迅速发展,这一学科引起了各国学者的重视,开展了广泛地理论研究和实验研究,取得了研究成果。

本书依据作者所编的核动力装置专业的两相流选修课讲义,并在教学实践和科研的基础上,补充了作者的研究成果,引用了国内外有关资料,补充改编而成。书中主要介绍了气液两相流的基本原理和基本处理方法,着重介绍管内气水两相流的机理和基本规律,并着重介绍了这些基本规律与工程实际的关系。

两相流动现象在热能动力装置及核动力装置中是经常发生的,例如核动力装置中的核反应堆、蒸发器等一些主要设备中都存在着两相流动问题。两相流的气相含量、压降及传热特性对这些设备的影响很大。掌握两相流动特性的变化规律和计算方法,就可以使所设计的设备有良好的热工和流体动力学特性,避免造成设计上和运行上的失误。因此两相流的研究在核能及热能动力工程中是非常重要的。

本书可作为高等学校核动力工程专业和热能工程专业本科生教材或研究生教材,也可供其他有关专业的师生和工程技术人员使用。

本书由黄渭堂副教授主审。郭镇明副教授为本书的出版提出了许多宝贵意见,在此深表谢意。

由于编者水平有限,书中可能存在不少缺点和错误,敬请读者批评指正。

编著者

1995 年 2 月

主要符号表

| 符号 | 单位 | 名称 |
|--------------|--------------------------|----------------|
| A | m^2 | 流通面积 |
| A' | m^2 | 液相所占流通面积 |
| A'' | m^2 | 气相所占流通面积 |
| C | — | 常数 |
| C_p | $J/(kg \cdot ^\circ C)$ | 比定压热容 |
| D | m | 管道直径 |
| D_e | m | 当量直径 |
| d | m | 直径 |
| E | — | 窜流比值 |
| e | J/kg | 单位质量的工质能量 |
| f | — | 摩阻系数 |
| g | $kg/(m^2 \cdot s)$ | 质量流速 |
| G'' | $kg/(m^2 \cdot s)$ | 气相质量流速 |
| G' | $kg/(m^2 \cdot s)$ | 液相质量流速 |
| g | m/s^2 | 重力加速度 |
| h_f | $W/(m^2 \cdot ^\circ C)$ | 对流传热系数 |
| i | J/kg | 焓 |
| i' | J/kg | 单位质量液体在饱和温度下的焓 |
| i'' | J/kg | 单位质量饱和蒸汽焓 |
| j_l | m/s | 液相折算速度 |
| j_g | m/s | 气相折算速度 |
| j_{gm} | $m^3/(s \cdot m^2)$ | 气相漂移通量 |
| j_{lm} | $m^3/(s \cdot m^2)$ | 液相漂移通量 |
| k | mm | 绝对粗糙度 |
| k_f | $W/(m \cdot ^\circ C)$ | 导热系数 |
| L | m | 长度 |
| M | kg/s | 质量流量 |
| M' | kg/s | 液相质量流量 |
| M'' | kg/s | 气相质量流量 |
| m | — | 孔板开孔截面与管道截面之比 |
| P_h | m | 周界长度 |
| P | kW | 功率 |
| p | MPa | 压力 |
| Δp_a | MPa | 加速压降 |
| Δp_f | MPa | 摩擦压降 |
| Δp_g | MPa | 重位压降 |

| 符号 | 单位 | 名称 |
|-----------|--------------------|---------------|
| Q | J | 吸热量 |
| q | J/kg | 热流量 |
| q'' | W/m ² | 热流密度 |
| R | m | 半径 |
| r | m | 半径 |
| i_{fg} | J/kg | 汽化潜热 |
| S | — | 滑速比 |
| T | °C | 温度 |
| T_s | °C | 饱和温度 |
| T_i | °C | 入口温度 |
| t | s | 时间 |
| U | J/kg | 内能 |
| V | m ³ /s | 容积流量 |
| V' | m ³ /s | 液体容积流量 |
| V'' | m ³ /s | 气体容积流量 |
| v | m ³ /kg | 比体积 |
| v' | m ³ /kg | 液体比体积 |
| v'' | m ³ /kg | 气体比体积 |
| v_m | m ³ /kg | 均质两相流的比体积 |
| v_A | m ³ /kg | 截面平均比体积 |
| v_M | m ³ /kg | 动量平均比体积 |
| v_E | m ³ /kg | 动能平均比体积 |
| W_0 | m/s | 循环流速 |
| W' | m/s | 液相流速 |
| W'' | m/s | 气相流速 |
| W_{gm} | m/s | 气相漂移速度 |
| W_{lm} | m/s | 液相漂移速度 |
| W_R | m/s | 气液间相对速度 |
| W_b | m/s | 气泡速度 |
| W_s | m/s | 气泡在静止液体中的运动速度 |
| X | — | 马蒂内里参数 |
| x | — | 质量含气率(干度) |
| x_e | — | 出口质量含气率 |
| x_T | — | 真实质量含气率 |
| β | — | 容积含气率 |
| δ | m | 液膜厚度 |
| θ | (°) | 水平倾角 |
| λ | — | 摩阻系数 |

主要符号表

| 符号 | 单位 | 名称 |
|-------------------------------------|-------------------|---------------|
| λ_{lo} | — | 全液相摩阻系数 |
| λ_{go} | — | 全气相摩阻系数 |
| λ_l | — | 分液相摩阻系数 |
| λ_g | — | 分气相摩阻系数 |
| μ | $N \cdot s/m^2$ | 两相流平均动力黏度 |
| μ' | $N \cdot s/m^2$ | 液相动力黏度 |
| μ'' | $N \cdot s/m^2$ | 气相动力黏度 |
| ρ | kg/m^3 | 密度 |
| ρ' | kg/m^3 | 液体密度 |
| ρ'' | kg/m^3 | 气体密度 |
| ρ_m | kg/m^3 | 流动密度(均质两相流密度) |
| ρ_o | kg/m^3 | 两相流的真实密度 |
| σ | N/m^2 | 表面张力系数 |
| τ | N/m^2 | 切应力 |
| τ_o | N/m^2 | 流体与管壁的切应力 |
| τ_i | N/m^2 | 气液间的界面切应力 |
| α | — | 截面含气率(截面含气率) |
| α_e | — | 出口截面含气率 |
| Φ_l^2 | — | 分液相折算系数 |
| Φ_g^2 | — | 分气相折算系数 |
| Φ_{lo}^2 | — | 全液相折算系数 |
| Φ_{go}^2 | — | 全气相折算系数 |
| $\frac{dp_a}{dz}$ | $N/(m^2 \cdot m)$ | 加速压降梯度 |
| $\frac{dp_g}{dz}$ | $N/(m^2 \cdot m)$ | 重位压降梯度 |
| $\frac{dp_f}{dz}$ | $N/(m^2 \cdot m)$ | 摩擦压降梯度 |
| $\left(\frac{dp_f}{dz}\right)_l$ | $N/(m^2 \cdot m)$ | 分液相摩擦压降梯度 |
| $\left(\frac{dp_f}{dz}\right)_g$ | $N/(m^2 \cdot m)$ | 分气相摩擦压降梯度 |
| $\left(\frac{dp_f}{dz}\right)_{lo}$ | $N/(m^2 \cdot m)$ | 全液相摩擦压降梯度 |
| $\left(\frac{dp_f}{dz}\right)_{go}$ | $N/(m^2 \cdot m)$ | 全气相摩擦压降梯度 |

目 录

| | |
|----------------------------------|----|
| 第一章 两相流基本参数及其计算方法 | 1 |
| 第一节 基本概念 | 1 |
| 第二节 气相介质含量 | 2 |
| 第三节 两相流的流量和流速 | 4 |
| 第四节 两相介质密度及比体积 | 7 |
| 习题 | 8 |
| 第二章 两相流的流型和流型图 | 9 |
| 第一节 研究流型的意义 | 9 |
| 第二节 垂直上升管中的流型 | 9 |
| 第三节 垂直下降管中的气液两相流流型及其流型图 | 12 |
| 第四节 水平管中的流型 | 13 |
| 第五节 倾斜管中的气液两相流流型及其流型图 | 16 |
| 第六节 U 形管中的气液两相流流型及其流型图 | 17 |
| 第七节 棒束及管束中的流型 | 19 |
| 第八节 气液两相流在装有孔板和文丘里管的管道中的流型 | 21 |
| 第九节 管内淹没和流向反过程的流型 | 23 |
| 第十节 流型之间的过渡 | 25 |
| 习题 | 29 |
| 第三章 两相流的基本方程 | 30 |
| 第一节 概述 | 30 |
| 第二节 单相流体一元流动的基本方程 | 30 |
| 第三节 两相流分相流模型一元流动的基本方程 | 32 |
| 第四节 均相流模型的基本方程 | 36 |
| 第五节 动量方程的积分形式 | 38 |
| 习题 | 39 |
| 第四章 截面含气率的计算 | 40 |
| 第一节 概述 | 40 |
| 第二节 滑速比模型算法 | 40 |
| 第三节 混合相 - 单相并流模型 | 41 |

| | | |
|------------|-------------------------|------------|
| 第四节 | 变密度模型 | 43 |
| 第五节 | 最小熵增模型 | 45 |
| 第六节 | 漂移流模型 | 47 |
| 第七节 | 欠热沸腾区截面含气率的计算 | 50 |
| 第八节 | 饱和沸腾通道内截面含气率 | 61 |
| | 习题 | 63 |
| 第五章 | 直管的两相流压降计算 | 64 |
| 第一节 | 概述 | 64 |
| 第二节 | 均相流模型的摩擦压降计算 | 64 |
| 第三节 | 分相流模型的摩擦压降计算 | 68 |
| 第四节 | 影响两相流摩擦压降的主要因素 | 80 |
| 第五节 | 重位压降计算 | 85 |
| 第六节 | 加速压降计算 | 87 |
| 第七节 | 环状流动的压降计算 | 88 |
| | 习题 | 100 |
| 第六章 | 两相流局部压降计算 | 101 |
| 第一节 | 概述 | 101 |
| 第二节 | 突扩接头的局部压降 | 101 |
| 第三节 | 突缩接头的局部压降 | 103 |
| 第四节 | 两相流通过孔板的压降 | 105 |
| 第五节 | 两相流通过弯头的压降 | 108 |
| 第六节 | 棒束定位格架的压降计算 | 109 |
| 第七节 | 阀门的局部压降 | 112 |
| 第八节 | 三通管中压降计算 | 112 |
| | 习题 | 116 |
| 第七章 | 两相临界流动 | 117 |
| 第一节 | 概述 | 117 |
| 第二节 | 压力波在流体内的传播速度 | 118 |
| 第三节 | 两相临界流的平衡均相模型 | 120 |
| 第四节 | 长孔道内的两相临界流 | 121 |
| 第五节 | 短孔道内的两相临界流 | 130 |
| | 习题 | 131 |
| 第八章 | 两相流流动不稳定性 | 132 |
| 第一节 | 概述 | 132 |

| | |
|---------------------------|------------|
| 第二节 流量漂移..... | 133 |
| 第三节 平行通道的管间脉动..... | 143 |
| 第四节 其他一些流动不稳定性..... | 150 |
| 第五节 动态流动不稳定性理论分析..... | 152 |
| 习题..... | 155 |
| 第九章 两相流参数的测量 | 156 |
| 第一节 概述..... | 156 |
| 第二节 流型的测量..... | 156 |
| 第三节 流量的测量..... | 158 |
| 第四节 压差的测量..... | 163 |
| 第五节 截面含气率的测量..... | 164 |
| 附录 | 171 |
| 参考文献 | 176 |

两相流动是指化学组成不同的两种物质同处于一个流动内的流动现象。例如,空气和水构成气-水两相流动体系。广义上,实际中还有一些以相分离流动,是由彼此互不混合的两种液体构成,例如油-水两相流动。

单相分两相流动与单相分两相流动定义虽有一些差异,但其所遵循的物理守恒方程和数学模型是相同的。在不涉及相变的情况下,可将它们按同一种物理现象处理。

液体在加热过程中会发生相变而形成两相流动。沸腾是一种很常见的物理现象,在沸腾过程中必然伴随着两相流动。这一过程中的许多两相流动特性,如流动不稳定性、空泡的分布特性、阻力特性等,对水冷核反应堆、蒸汽锅炉、汽轮机、制冷设备和各种换热器的工作过程都有重要影响。气体和液体都是流体,当它们都流动时,其流动规律是不相同。因此,它们共同流动与单相流动有许多不同之处,这同单相流动中的许多规律和关系式不能直接用来描述两相流。

近几十年来,由于传统工业和新兴工业,如化学工程、冶金工程、核工程、航空与航天工程等的迅速发展,促进了两相流动的研究和应用,使它发展成为一个真正的研究分支,得到了广泛的重视。但是,由于固有的复杂性、多耦合性以及测量手段的局限性,到目前为止,无论是在理论上,还是在方法上,这一研究尚处于初级阶段,而且在今后一个较长的时间内,将继续是一个有待开发、实验性强、充满着机会和挑战的学术领域。

在气液两相流动中,两相介质都是流体,各自都有相应的流动参数。另外,由于两相介质之间的相互作用,还出现了一些相互关联的参数。为了便于两相流动计算和实验数据的处理,还常常使用折算参数(或称虚拟参数),这使得两相流的参数比单相流复杂得多。本章就两相流中的一些主要参数予以讨论,并给出计算关系式。

第一章 两相流基本参数及其计算方法

第一节 基本概念

两相流动是指固体、液体、气体三个相中的任何两个相组合在一起、具有相间界面的流动体系,可以由气体-液体、液体-固体或固体-气体组合构成,是自然界和工业应用中一种常见的流体流动现象。例如,液体沸腾、蒸汽冷凝、血液流动及石油输送等,都是一些普通的两相或多相流动体系。

两相流动体系可以是一种物质的两个相状态,也可以是两种物质的两相状态。因此,可以分为单组分两相流动和双组分两相流动。单组分两相流动是由同一种化学成分的物质的两种相态混合在一起的流动体系。例如,水及其蒸汽构成的汽-水两相流动体系。双组分两相流动是指化学成分不同的两种物质同处于一个系统内的流体流动。例如,空气和水构成的气-水两相流动体系。广义上,实际中还有一些双组分流动,是由彼此互不混合的两种液体构成,例如油-水两相流动。

双组分两相流动与单组分两相流动定义虽有一些差异,但其流动所遵守的基本守恒方程和数学模型是相同的。在不涉及相变的情况下,可将它们按同一种物理现象处理。

流体在加热过程中会发生相变而形成两相流动。沸腾是一种很常见的物理现象,在沸腾过程中必然伴随着两相流动。这一过程中的许多两相流动特征,如流动不稳定性、空泡的分布特性、阻力特性等,对水冷核反应堆、蒸汽锅炉、蒸馏塔、制冷设备和各种换热器等的工作过程都有重要影响。气体和液体都是流体,当它们单独流动时,其流动规律基本相同。但是,它们共同流动与单独流动有许多不同之处。这使得单相流中的许多准则和关系式不能直接用来描述两相流。

近几十年来,由于传统工业和新兴工业,如化学工程、冶金工程、核工程、航空与航天工程等的迅速发展,促进了两相流动的研究和应用,使它发展成为一个独立的研究分支,得到了广泛的重视。但是,由于固有的复杂性、多样性以及测量手段的局限性,到目前为止,无论是在理论上,还是在方法上,这一研究尚处于发展阶段,而且在今后一个较长的时间内,将继续是一个各抒己见,实验性强,充满着机会和突破的学术领域。

在气液两相流动中,两相介质都是流体,各自都有相应的流动参数。另外,由于两相介质之间的相互作用,还出现了一些相互关联的参数。为了便于两相流动计算和实验数据的处理,还常常使用折算参数(或称虚拟参数),这使得两相流的参数比单相流复杂得多。本章就两相流中的一些主要参数予以讨论,并给出计算关系式。

第二节 气相介质含量

气相介质含量,表示两相流中气相所占的份额,它有以下几种表示方法。

一、质量含气率 x

质量含气率是指单位时间内,流过通道某一截面的两相流体总质量 M 中气相所占的比例份额,即

$$x = \frac{M''}{M} = \frac{M''}{M'' + M'} \quad (1-1)$$

式中, M'' , M' 分别为气相和液相的质量流量,单位为 kg/s。且

$$1 - x = \frac{M'}{M} = \frac{M'}{M'' + M'} \quad (1-2)$$

称为质量含液率。

二、热力学含气率 x

在有热量输入的两相流系统中,经常使用热力学含气率的概念。热力学含气率,在有些文献中也称热平衡含气率,它是由热平衡方程定义的含气率,可根据加入通道的热量算出气相的含量。由热平衡方程

$$i = i' + (i'' - i')x \quad (1-3)$$

可得

$$x = \frac{i - i'}{i'' - i'} \quad (1-4)$$

式中, i ——流动某截面上两相流体的焓值;

i' ——饱和水的焓。

在欠热沸腾的情况下,两相流体的焓 i 小于饱和水的焓 i' , x 小于 0。对于过热蒸汽, $i > i''$, 此时 x 大于 1。因此,热力学含气率可以小于 0 也可以大于 1,这是它与质量含气率的主要差别。

三、容积含气率 β

容积含气率是指单位时间,流过通道某一截面的两相流总容积中,气相所占的比例份额。其表达式为

$$\beta = \frac{V''}{V} = \frac{V''}{V'' + V'} \quad (1-5)$$

式中, V'' , V' 分别为气相和液相介质的容积流量,而

$$1 - \beta = \frac{V'}{V} \quad (1-6)$$

称为容积含液率。

根据定义可以导出质量含气率 x 与 β 的关系,即

$$x = \frac{M''}{M'' + M'} = \frac{\beta \rho''}{\beta \rho'' + (1 - \beta) \rho'} \quad (1-7)$$

$$\beta = \frac{x/\rho''}{x/\rho'' + (1-x)/\rho'} \quad (1-8)$$

式中, ρ'' , ρ' 分别为气相和液相密度。

四、截面含气率 α

截面含气率也称空泡份额,是指两相流中某一截面上,气相所占截面与总流道截面之比。其表达式为

$$\alpha = \frac{A''}{A} = \frac{A''}{A' + A''} \quad (1-9)$$

式中, A'' , A' 分别为气相和液相所占的流道截面积。

同样

$$1 - \alpha = \frac{A'}{A} \quad (1-10)$$

称为截面含液率。

在两相绝热的稳定流动情况下,两相质量流量是不变的,所以在等截面流道的任意截面中, α 均相等,即 A 不变, A' , A'' 也为常数。于是有

$$\alpha = \frac{A''}{A} = \frac{A'' \Delta L}{A \Delta L} = \frac{\Delta V''_0}{\Delta V_0} \quad (1-11)$$

式中 ΔL ——一小段管长, m;

$\Delta V''_0$ ——存在于 ΔL 管长中气相的容积, m^3 ;

ΔV_0 ——存在于 ΔL 管长中两相流总容积, m^3 。

从这里可以看出 β 与 α 的区别, β 表示流过通道的气相容积份额,而 α 则表示存在于流道中的气相容积份额,两者的意义是不同的,由于气相介质密度比液相介质密度小,所以 α 越大则存在于流道中的两相介质密度越小;反之,密度越大。 β 不能表示出这种特性,由于气液两相介质的流速并不相同,所以流过某一截面的气相体积流量和总体积流量之比,并不等于存在于流道内的气相介质容积和流道内两相介质总容积之比。这一点可以由 β 和 α 的定义直接导出,即

$$\beta = \frac{\frac{M''}{\rho''}}{\frac{M''}{\rho''} + \frac{M'}{\rho'}} = \frac{1}{1 + \frac{(1-x)\rho''}{x\rho'}} \quad (1-12)$$

$$\alpha = \frac{A''}{A'' + A'} = \frac{1}{1 + \frac{(1-x)\rho''W''}{x\rho'W'}} \quad (1-13)$$

式中, W'' , W' 分别为气相和液相的流速。

比较式(1-12)和式(1-13)可以看出,如果两相流体中气相速度 W'' 等于液相速度 W' ,即两相之间没有相对滑动时,则 α 等于 β 值,否则两值不等。在两相流系统中,由于两相的密度不同,其受力情况也不同,因此都不同程度地存在滑动。两相之间滑动的大小用滑速比 S 来表示, $S = W''/W'$ 。引入滑速比的概念后,可以把式(1-13)改写成为