

想象一下没有数字的一天吧！

The Man of Numbers

Fibonacci's Arithmetic Revolution

斐波那契的兔子

现代数学之父与算术革命

[美] 齐斯·德福林(Keith Devlin) 著

杨晨译

The Man of Numbers
Fibonacci's Arithmetic Revolution

斐波那契的兔子

现代数学之父与算术革命

[美] 齐斯·德福林 (Keith Devlin) 著

杨晨译

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

Copyright © 2012 by Keith Devlin

This edition arranged with DeFiore and Company Literary Management, Inc.
through Andrew Nurnberg Associates International Limited

本书中文简体版授权予电子工业出版社独家出版发行。未经书面许可，不得以任何方式
抄袭、复制或节录本书中的任何内容。

版权贸易合同登记号 图字：01-2017-5965

图书在版编目(CIP)数据

斐波那契的兔子：现代数学之父与算术革命 / (美) 齐斯·德福林 (Keith Devlin) 著；杨晨译.

--北京：电子工业出版社，2018.1

书名原文：The Man of Numbers: Fibonacci's Arithmetic Revolution

ISBN 978-7-121-32686-8

I. ①斐… II. ①齐… ②杨… III. ①斐波那契 (Leonardo Pisano, Fibonacci, Leonardo Bigollo, 1175-
1250) - 人物研究 ②数学 - 百科全书 ③《计算之书》 - 研究 IV. ①K835.466.11 ②O1-61

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第221878号

策划编辑：胡 南

责任编辑：潘 炜

印 刷：三河市双峰印刷装订有限公司

装 订：三河市双峰印刷装订有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编100036

开 本：720×1000 1/16 印张：14.25 字数：300千字

版 次：2018年1月第1版

印 次：2018年1月第1次印刷

定 价：68.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与
本社发行部联系，联系及邮购电话：(010)88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zltts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：010-88254210, influence@phei.com.cn，微信号：yingxianglibook。

致谢

我在本书写作期间得到了许多人的帮助。对我助益最大的要数锡耶纳大学的拉菲艾拉·弗兰奇 (Rafaella Franci) 教授、印第安纳波利斯大学的杰弗里·欧克斯 (Jeffrey Oaks) 教授和加利福尼亚州立大学北岭分校的巴纳巴斯·休斯 (Barnabas Hughes) 教授，他们通读了本书不同阶段的全部初稿，为我提供了宝贵的反馈意见。我虽身为数学家，但对这个课题的历史不太熟悉，因此他们的意见对我来说是无价之宝。朱迪丝·西格尔·费尔 (Judith Sigler Fell) 也令我受益良多，起初我通过电子邮件与她联系，之后便直接登门拜访。她就是那位将《计算之书》从拉丁语翻译为英语的数学家的遗孀。

我在锡耶纳大学的同僚弗朗哥·蒙塔尼亚 (Franco Montagna) 教授向弗兰奇教授引荐了我。在本书的起步阶段，我和她及其同事保罗·帕里 (Paolo Pagli) 教授有过一次长谈，这次长谈奠定了我的调研方向。同样，在我尝试将列奥纳多的生平与著作融合起来之时，与博洛尼亚大学吉乌洛·巴罗齐 (Giulo Barozzi) 教授的谈话十分可贵，引导我构想出该书的雏形。巴克内尔大学数学系的格雷格·亚当斯 (Greg Adams) 教授最先概括了劳伦斯·西格尔 (Laurence Sigler) 英译版《计算之书》的历史，并介绍我结识了西格尔的遗孀。此外，因为我对自己的翻译能力信心不足，斯坦福大学的赛瑞娜·费兰多 (Serena Ferrando) 便为我翻译了一份非常重要的意大利语文献 (弗兰奇的重要论文，将在第8章中提到)。圣何塞州立大学图书馆的克里斯汀·霍姆斯 (Christine Holmes) 为安排我在意大利的研究工作，提供了相当多的协助与支持。

最后，我要感谢我的文学经纪人泰德·韦恩斯坦 (Ted Weinstein)，他一直热情而坚定地支持着我的工作，不辞困难，劳苦奔波，只为给我的作品找到最好的出版商。我还要感谢 Walker & Company 的出版人乔治·吉普森 (George Gibson)，他为这本故事最后的成型呕心沥血。

目录

致谢 *vii*

第0章 日常皆数 001

第1章 数字之桥 013

第2章 比萨之子 031

第3章 数学之旅 043

第4章 源泉 055

第5章 《计算之书》 071

第6章 成名 103

第7章 斐波那契遗风 121

第8章 革命由谁发起? 139

第9章 石碑、羊皮纸和兔子中的斐波那契遗产 169

参考文献^① 189

索引 201

^① 文中灰色的粗体数字上角标均为原著所列出的参考文献。

第0章

日常皆数

想象一下没有数字的一天吧——别说一天了，就想想每天开始的第一个小时，如果没有数字会怎么度过——没有闹钟，没有时刻，没有日期，没有电视和广播；报纸上看不到股市报道和体育比赛的比分，手里也不会有银行账户需要核查。就连你会在什么样的地方醒来也无法确定，因为没有数字的话，现代住房也将不复存在。

实际上，我们的生活处处都需要数字。你或许没有“数字之脑”，但你脑中一定离不开数字。我们做的大部分事情都要用到数字，并受其影响。有的数字显而易见，比如上面提到的那些；有的

则在幕后支配着我们的生活。现代社会对数字的依赖程度一直隐藏在我们的视线之外，直到2008年全球经济大崩溃才显露无疑。当时，正是人们过度依赖用高等数学进行期货预测，对信贷市场信心膨胀，才导致全球金融体系崩盘。

为什么人类会对前人几千年前发明的这些符号习以为常并依赖至此呢？不管是从生物的角度或社会的角度来审视，作为一名数学家，我被这个问题困扰了许多年。然而，我在任职数学教授的大部分时间里，都顶着双重压力：一边做着新的数学研究，一边给一届届学生上课，这使我没有足够的时间来找寻答案。随着年岁增长，我最终接受了一个不可避免的事实，那就是我做原创数学的能力已经开始衰退。这是大部分数学家在四十岁左右都会经历的过程（数学也因此可以与大部分体育运动归为一类）。于是，我将更多的时间投入到追溯这门学科源头的事情上来，只因为我热爱数学，自从十五六岁起对数学的印象从“无聊”转变为“美得不可思议”，我的这份热情就未曾消减半分。

和数字相关的历史大部分都不难获知。在公元第一个千禧年的末期，我们的先人就发明了今人用来记数和算数的体系——只用十个数字符号“0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9”来表示任意一个数，再配以我们小学都学过的加减乘除法则。（还有个位、十位、百位、

进位这些概念。)我们将这种记数、算数的方式称作印度-阿拉伯数字系统,这个名字显然反映了自己的身世。

不过,在13世纪之前的欧洲,大体上只有一些学者才知道这个系统,而且仅限于研究数学使用。商人记账用的都是罗马数字,算数用的则是一套广泛流传、设计非常巧妙的手算法或借助算盘。1202年,这种情况很快出现了转变。这一年,一位年轻的意大利人——比萨的列奥纳多(Leonardo of Pisa)——完成了西方第一本通俗算术书《计算之书》(*Liber abbaci*);几百年后,某位史学家将他称为“斐波那契”(Fibonacci)。这本书以普通人(店主、商人以及学童)都能理解的方式阐述了一些“新”的计算方法。^①尽管这个体系有好几条系谱各成一派,但列奥纳多通过《计算之书》形成的影响最深远,并决定了现代西方欧洲的发展。

1185年前后,列奥纳多的父亲正在北非港口布吉亚[Bugia,今阿尔及利亚贝贾亚(Bejaïa)]担任商业代表兼海关官员,他将尚未成年的儿子从比萨召到身边。列奥纳多在那里学到了印度-阿拉伯数

^① 列奥纳多在1228年出版了第二版《计算之书》,对第一版进行了全面修订与扩充。第一版《计算之书》没有留下副本,但第二版有三份基本完整的副本传世。这三份副本的年代相当,分别保存在罗马、佛罗伦萨和锡耶纳的图书馆中。详见第9章。

字系统以及其他印度和阿拉伯^①数学家的研究成果。数年之后，列奥纳多的著作不仅为现代算术向北跨越地中海架通了桥梁，还沟通了阿拉伯世界和欧洲的数学文化。尽管书中用的还不是我们熟悉的那套符号，但他向西方展示了代数的思考方式，塑造了现代科学和工程学的基础。

20世纪80年代，一批个人计算机先驱将计算机从一小拨“计算机痴”（computer types）里“解放”出来，让每个人都接触和使用上计算机，而列奥纳多所做的事情与他们具有同等的革命意义。和那些先驱者类似，列奥纳多在《计算之书》中使用的大部分方法都来自前人的创造与发展，尤其是几个世纪间诸多的印度和阿拉伯学者。列奥纳多所做的是将这些新方法“打包销售”给全世界。

列奥纳多著作的面世，不仅为现代（符号）代数以及此后的现代数学发展提供了舞台，还标志着现代金融体系的发端，并开创了运用精密的银行操作进行商业活动的方法。经济与金融专家、耶鲁管理学院的威廉·N.戈茨曼（William N. Goetzmann）教授就将列奥纳

^① “阿拉伯人”一词在不同人眼里有着不同的含义。在本书中，我用的是普遍接受的学术含义，即指那些主要商业语言或文化语言是阿拉伯语的人，就像我们将主要文化语言为希腊语的人称为“希腊人”那样。在这个意义下，“阿拉伯人”就包含了许多国籍的人，他们大部分是穆斯林。同理，我说的“穆斯林学者”，是指那些在穆斯林文化背景下生活和工作的学者，而不考虑他们的种族、原国籍、宗教信仰和宗教活动。

多被誉为“开发现值分析早期形式的第一人”。所谓现值分析，就是将资金的时间价值（time value）纳入考量，比较资金流的相对经济价值。数学上说，就是将所有资金流放在同一个时间节点上，投资者以此决定其中最佳的一支。经济学家欧文·费雪（Irving Fisher）在1930年提出了现代现值标准，如今几乎所有的大公司在资本预算中都采用这一标准。¹

数字历史中缺失的一环就是列奥纳多本人的生平记载及其著作的性质，后者只存在于少数学术文章之中，而列奥纳多已经沦为历史中偶然出现的脚注。确实，他的名字在今天主要与斐波那契数列联系在一起，这个数列来源于《计算之书》中兔子问题^①的解答部分。《计算之书》包含数百个题目，它们占据了大部分篇幅。为避免乏味，列奥纳多在其中穿插了一些颇为新奇古怪的趣题，兔子问题就是其中之一。

列奥纳多被人忘却，而与他能力相当的哥白尼、伽利略、开普勒等人的名字却世人皆知，原因之一或许在于大多数外行人总认为科学比数学更有用。

^① 详见第9章。

另一个让一代人都忽略列奥纳多的原因是，现代算术教育给社会带来了深远有力的思想变化，以至于最近几代人都将这个算术体系视为理所当然。将一个只有学术趣味、鲜为人知的对象带入日常思维，这本是一场伟大的变革，我们却对此不再有感触。相比哥白尼对于地球在太阳系中位置的宣言、伽利略关于钟摆可以作为计时基准的发现，列奥纳多只是教人们怎么用193乘以27，这就太缺乏戏剧性了。

列奥纳多籍籍无名的原因无疑还有以下两个：一是关于他生活的记录很少，更没有传记；二是列奥纳多更像是现代算术的推销员，而非创始人。他在《计算之书》中描写的数学进展是别人完成的，而那些人也留下了著作记录自己的数学思想。在科学传记的圈子里，只有创始人才配拥有荣誉。但是，思想、理论、处理方法、技术等发明创造需要进入社会才能发挥价值。比如，我用来写下这些文字的个人电脑，连同屏幕上我们熟悉的窗口、鼠标箭头以及其余同类东西，都是斯坦福研究所和施乐帕罗奥多研究中心里杰出的研究团队于20世纪70年代发明的，然而它们却是通过几位先锋企业家之手才得以进入你我家中。计算机革命无论怎样都会发生，这就好比没有开普勒，我们也会发现行星运行的方式，没有牛顿，我们也能发现万有引力。但是，掀起个人电脑狂潮的一定是类如苹果公司的史蒂

夫·乔布斯和微软公司的比尔·盖茨之辈；同样，肩负现代代数兴起使命之人，也注定会是列奥纳多。

列奥纳多将他在布吉亚及之后在北非各地旅行时的所见所闻带进了数学世界，将之系统地梳理成材料，广泛整理了所有已知的数学方法，并用商人能够接受（而且感兴趣）的高超叙述技巧呈现自己的内容，《计算之书》就是为这些人写的。列奥纳多无疑是一位名副其实的数学家（也的确是中世纪最杰出的数学家之一），不过直到1202年，第一版《计算之书》发表之后，他才在后来的著作中明确施展自己的数学能力。

随着《计算之书》面世，算术教学在整个意大利地区风行开来。接下来的300年间，那里出现了大约1000本（甚至可能更多）手写的算术文本。《计算之书》连同列奥纳多之后出版的几本著作让他蜚声整个意大利，连神圣罗马帝国的腓特烈二世（Frederick II）也是他的读者。这位比萨人的书籍以及世人对著作的评注直到14世纪还在佛罗伦萨流传，可见他的知识遗产流芳百世，荫泽后人。但列奥纳多逝世后，世人旋即遗忘了他的名字，这与15世纪出现的活字印刷术有关。

当时，意大利商业圈迅速接受了这门新算术，无怪乎意大利印

刷出版的第一本数学教材就是一本五十二页厚^①的商业算术课本，当世之人称这本没有标题和作者的书为《特雷维索算术》(*Aritmetica di Treviso*)，该书于1478年12月10日在威尼斯附近的一座小城镇特雷维索出版。没多久，1484年，皮耶罗·博尔吉(Piero Borghi)就在威尼斯出版了一本更长、更详细的算术书。这本书随即成为畅销书，重印了十五次，其中1500年之前重印了两次，最后一次则在1564年。菲利波·卡兰德里亚(Filippo Calandri)写了《毕达哥拉斯算术指引》(*Pitagora aritmetice introductor*)，1491年在佛罗伦萨出版。此后不久，列奥纳多·达·芬奇的老师贝内德托·达·佛罗伦萨(Benedetto da Firenze)在1463年写的一份手稿也宣告付梓，这份手稿名为《计算论集》(*Trattato dabacho*)。这些早期的印刷算术书马上引起了众多跟风之作。

通常人们认为《计算之书》是众多(甚至可能是全部)印刷出版的算术书鼻祖，但这些书里只有一本写明自己参考了列奥纳多的书。^②卢卡·帕乔利(Luca Pacioli)于1494年在威尼斯出版了备受赞誉的学术算术书《算术、几何、比及比例概要》^③(*Summa de arithmetica, geometri, proportioni et proportionalità*)，他在书中将列奥纳多的著作列入参考来源，并称：“我们大多数人都效仿列奥纳多·皮萨诺(Leonardo

① 原文如此，实际为123页。——译者注

② 之前的一些抄本也提到过列奥纳多。

③ 又称为《数学大全》。为行文简洁，在后文中用这个名字代替原名。——译者注

Pisano)，故而我在此声明，凡文中未指明原作者之内容，皆归属于列奥纳多。”

当时的著作普遍不会列出引用来源，这并不奇怪，引注在很久之后才成为惯例，当时的作者经常整段挪用其他作者的段落，也没有任何形式的致谢。如果没有帕乔利的那本书，后世史学家恐怕永远都不会知晓那位伟大的比萨人，及其在现代世界诞生中扮演的关键角色。不过，帕乔利的标注至多只是对历史的致意。若是将他的著作通读一遍，我们就会发现帕乔利并没有引用《计算之书》的内容，而是与其所处年代相近的其他资料。没有证据表明帕乔利见过《计算之书》的副本，就更别说他读过了。但他标注列奥纳多的书反映了这样的事实：在他的年代，那位比萨人已被世人视为主要权威，他的书是所有这类书的根源。

尽管社会对数学教材的需求很高，但《计算之书》依旧只以抄本形式流传了几个世纪，因此唯有最专注于这门学科的学者才能读到。^①不仅因为此书比其余教材更学术、更难懂，篇幅还特别冗

^① 《计算之书》直到1857年才由巴尔达萨雷·邦孔帕尼（Baldassarre Boncompagni）男爵印行于世。邦孔帕尼是一位意大利藏书家兼中古数学史学者，他将《计算之书》的抄本排版并在罗马出版。邦孔帕尼将列奥纳多的全部著作编印成两卷，命名为《列奥纳多·皮萨诺著作集》（Scritti di Leonardo Pisano），《计算之书》是其中的第一卷。第二卷是列奥纳多的其他作品，在1862年发行。英译版《计算之书》由美国数学家劳伦斯·西格尔（Laurence Sigler）翻译，于2002年出版。该译本以邦孔帕尼的编印版为蓝本，总计672页，是列奥纳多著作中唯一的现代语言译本。（科学出版社在2008年出版了《计算之书》的中文译本。——译者注）

长，而普通人都偏好更简短通俗的文本，因此世人渐渐遗忘了这本著作。帕乔利的《数学大全》中提及列奥纳多名字的那一笔，是追溯他在算术发展巨变^①中扮演关键角色的唯一线索，一直藏在书里，不被人注意，直到18世纪末才与意大利数学家彼得罗·科萨里（Pietro Cossali）偶遇——那时，科萨里正在写作《意大利代数的起源、传入与早期发展》（*Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell' Algebra*）²，研读《数学大全》。帕乔利对“列奥纳多·皮萨诺”这个名字的简短引语勾起了科萨里的好奇心，于是他开始寻找这位比萨人的抄本，由此发现了列奥纳多的重大贡献。

科萨里的书分为两卷，分别于1797年和1799年出版，被誉为意大利第一部真正的专业数学历史书。科萨里在书中将列奥纳多的《计算之书》称为现代算术和代数“传播到意大利”的最主要渠道，并称这些新方法最先从列奥纳多的故乡比萨传入，经由托斯卡纳（Tuscany）地区（特别是佛罗伦萨）传播到意大利其他地区（尤其是威尼斯），最终传遍欧洲。³最终，这位列奥纳多·皮萨诺在生前名扬一时，身后被全然忘却，现在又再一次为世人所知并蜚声海内。

^① 这里不提那些列出引用的手写稿，因为它们是20世纪末学者开始调查列奥纳多学术遗产之后才发掘出来的。

然而，他的智慧遗产已濒临无可修复的边缘。

由于缺乏列奥纳多的生平细节，我们不可能编订他的年表。他具体在何时何地出生，又在何时何地去世？他是否婚配，留有子嗣，样貌如何？（你在书里看到的画像以及比萨的列奥纳多雕像很可能都是艺术家虚构的，没有证据可以证明它们的真实性。）除了研究数学，他还做过什么？这些问题都没有答案。根据官方记录，我们知道他的父亲叫作“Guilichmus”，在英语中则写作“William”[“Guilielmo”（古列尔莫）这个变体也比较常见]，他有一个兄弟叫作“Bonaccinghus”。就算列奥纳多生前在意大利获得的名声和赞誉还留下过什么文字记录，这些记录也没有保存到今天。

因此，如果要写关于列奥纳多的书，就必须着眼于他的杰出贡献和智慧遗产。列奥纳多看出，印度-阿拉伯的数字系统能够改变世界，尤其是运用这类数进行运算产生的威力与效率，于是，就在欧洲准备好在科学、技术以及商业上大步前进之时，他开始着手促成此事。他通过《计算之书》证明，抽象符号及其看似有些复杂的运用步骤拥有巨大的实践价值。

列奥纳多在这本六百多页的大书中解释了那些概念，这本书也成了他连接当前世界的桥梁。我们或许没有列奥纳多其人的详细历史记载，但我们拥有他的文字与思想。正如我们可以通过文学作品