



# LINGO软件及应用

司守奎 孙玺菁 主编



國防工業出版社

National Defense Industry Press

# LINGO 软件及应用

司守奎 孙玺菁 主编  
周 刚 高 永 王 宇 编著

国防工业出版社

· 北京 ·

## 内 容 简 介

本书在深入浅出地介绍 LINGO 基本用法和 LINGO 与外部文件接口的基础上,分两个层次介绍了 LINGO 软件及其应用:第一个层次以数学规划、图论与网络优化、多目标规划等 LINGO 软件常用领域为背景,介绍 LINGO 软件求解优化模型的常规手段和技巧;第二个层次以博弈论、存储论、排队论、决策分析、评价方法、最小二乘法等领域为背景,介绍 LINGO 软件在非优化领域的应用,充分展示 LINGO 软件的优势和应用扩展。在各个领域本书都配有丰富的案例和求解程序,帮助读者深入理解 LINGO 软件。同时,本书专门配有一章介绍数学建模中的应用实例,以 10 个数学建模经典案例为基础,其中 9 个案例的全部模型都用 LINGO 编程实现,并在 LINGO12 版本调试通过。这些案例凝聚了作者多年来积累的编程经验和巧妙构思。

本书可以作为本科生数学建模课程 LINGO 软件方面的主讲教材,也可以作为本科生“数学实验”课程的教材,以及“运筹学”课程的扩充阅读教材和教学参考书。

本书配有程序和数据资源包,可以到国防工业出版社“资源下载”栏目下载([www.ndip.cn](http://www.ndip.cn))。

### 图书在版编目(CIP)数据

LINGO 软件及应用/司守奎,孙玺菁主编. —北京:国防工业出版社,2017.5

ISBN 978-7-118-11368-6

I. ①L… II. ①司… ②孙… III. ①数学模型—建立模型—应用软件 IV. ①O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 122551 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

\*

开本 787×1092 1/16 印张 29 字数 721 千字

2017 年 5 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 68.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

# 前 言

LINGO 是美国 LINDO 系统公司开发的一套专门用于求解优化问题的软件包。LINGO 提供了强大的语言和快速的求解引擎来阐述和求解优化规划模型,以功能强、计算效果好、执行速度快著称,是求解线性、非线性和整数规划模型的首选工具,在国外运筹学类的教科书中也被广泛用作教学软件。随着 LINGO 软件的不断开发,尤其是 CALC 字段和子模型功能的出现,LINGO 的功能日益强大,求解问题的领域日益广泛。

本书的作者多年来从事运筹学教学和数学建模竞赛培训的相关工作,在多年工作经验的基础上编写了本书,希望可以帮助广大读者在了解 LINGO 软件基本用法的基础上加深对 LINGO 软件的理解,除了能够在 LINGO 常用的领域熟练运用 LINGO 软件编写程序外,也能在更多的领域实现 LINGO 编程求解。本书引入了很多涉及各个方面的小案例,全部编写了 LINGO 程序,并在 LINGO12 版本下运行通过。同时,本书最后一章还引入了很多数学建模竞赛中出现的经典案例,很多数学建模的相关书籍中也引用了这些案例,但是基本上都是利用 MATLAB 软件编程求解的,或者 LINGO 软件和 MATLAB 软件结合使用。本书除了一个案例外,其余全部使用 LINGO 编程实现,其中凝聚了作者多年来积累的编程经验和巧妙构思。

本书分为 12 章,前 2 章介绍了 LINGO 软件的基础和其与外部文件的接口;第 3~5 章介绍了 LINGO 软件在常规领域——数学规划、图论与网络优化、多目标规划上的应用;第 6~11 章介绍了 LINGO 软件在博弈论、存储论、排队论、决策分析、评价方法、最小二乘法方面的应用;第 12 章列举了 10 个数模竞赛的经典案例及其 LINGO 实现。各章节内容相对独立。

本书可以作为本科生数学建模课程 LINGO 软件方面的主讲教材,也可以作为本科生“数学实验”课程的教材,以及“运筹学”课程的扩充阅读教材。

一本好的教材需要经过多年的教学实践,反复锤炼。由于经验和时间所限,书中的错误和纰漏在所难免,敬请同行不吝指正。

本书配有程序和数据资源包,可以到国防工业出版社“资源下载”栏目下载([www.ndip.cn](http://www.ndip.cn)),在使用过程中如果有问题,可以通过电子邮件和我们联系,E-mail:sishoukui@163.com,xijingsun1981@163.com。

编者  
2017 年 2 月

# 目 录

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| 第 1 章 LINGO 软件的基本用法 .....         | 1  |
| 1.1 LINGO 软件简介 .....              | 1  |
| 1.1.1 LINGO 软件的特点 .....           | 1  |
| 1.1.2 LINGO 软件的界面介绍 .....         | 3  |
| 1.1.3 初识 LINGO 程序 .....           | 5  |
| 1.1.4 线性规划问题的影子价格与灵敏度分析 .....     | 6  |
| 1.2 LINGO 模型的基本组成 .....           | 9  |
| 1.2.1 集合定义部分 .....                | 9  |
| 1.2.2 模型的数据部分和初始部分 .....          | 12 |
| 1.2.3 目标函数和约束条件 .....             | 16 |
| 1.2.4 完整的模型 .....                 | 16 |
| 1.2.5 LINGO 语言的优点 .....           | 18 |
| 1.3 LINGO 的运算符和函数 .....           | 18 |
| 1.3.1 LINGO 的常用运算符 .....          | 18 |
| 1.3.2 基本的数学函数 .....               | 19 |
| 1.3.3 集合循环函数 .....                | 20 |
| 1.3.4 集合操作函数 .....                | 22 |
| 1.3.5 变量定界函数 .....                | 25 |
| 1.3.6 财务会计函数 .....                | 32 |
| 1.3.7 概率函数 .....                  | 33 |
| 1.3.8 输入输出函数 .....                | 37 |
| 1.3.9 结果报告函数 .....                | 37 |
| 1.3.10 其他函数 .....                 | 41 |
| 1.4 LINGO 子模型和程序设计 .....          | 42 |
| 1.4.1 子模型的定义和求解 .....             | 42 |
| 1.4.2 求背包问题的多个解 .....             | 45 |
| 1.4.3 LINGO 程序设计特点 .....          | 47 |
| 习题 1 .....                        | 55 |
| 第 2 章 LINGO 软件与外部文件的接口 .....      | 58 |
| 2.1 通过 Windows 剪贴板传递数据 .....      | 58 |
| 2.2 LINGO 与文本文件之间的数据传递 .....      | 60 |
| 2.2.1 通过文本文件输入数据 .....            | 60 |
| 2.2.2 通过文本文件输出数据 .....            | 61 |
| 2.3 LINGO 与 Excel 文件之间的数据传递 ..... | 62 |

|              |                           |            |
|--------------|---------------------------|------------|
| 2.3.1        | 通过 Excel 文件输入数据           | 62         |
| 2.3.2        | 通过 Excel 文件输出数据           | 64         |
| 2.3.3        | Excel 文件传递数据应用举例          | 66         |
| 2.4          | LINGO 与数据库的接口             | 68         |
| 2.4.1        | LINGO 与 Access 数据库之间的数据传递 | 68         |
| 2.4.2        | @ ODBC 函数                 | 72         |
|              | 习题 2                      | 74         |
| <b>第 3 章</b> | <b>数学规划模型</b>             | <b>76</b>  |
| 3.1          | 线性规划                      | 76         |
| 3.1.1        | 线性规划的数学原理                 | 76         |
| 3.1.2        | 线性规划应用举例                  | 79         |
| 3.2          | 整数规划                      | 85         |
| 3.2.1        | 整数规划的模型与求解方法              | 85         |
| 3.2.2        | 0-1 规划的模型与求解方法            | 86         |
| 3.2.3        | 整数规划应用举例                  | 90         |
| 3.2.4        | 数独问题                      | 97         |
| 3.3          | 非线性规划                     | 100        |
| 3.3.1        | 非线性规划的数学原理                | 100        |
| 3.3.2        | 非线性规划应用举例                 | 104        |
| 3.4          | 动态规划                      | 115        |
| 3.4.1        | 多阶段决策问题                   | 115        |
| 3.4.2        | 动态规划的基本概念和基本原理            | 116        |
| 3.4.3        | 动态规划应用举例                  | 120        |
|              | 习题 3                      | 122        |
| <b>第 4 章</b> | <b>图论与网络优化</b>            | <b>129</b> |
| 4.1          | 图的基本概念与数据结构               | 129        |
| 4.1.1        | 基本概念                      | 129        |
| 4.1.2        | 数据结构                      | 130        |
| 4.2          | 最短路问题                     | 131        |
| 4.2.1        | Dijkstra 标号算法             | 131        |
| 4.2.2        | Floyd 算法                  | 132        |
| 4.2.3        | 0-1 整数规划模型                | 134        |
| 4.3          | 最小生成树问题                   | 136        |
| 4.3.1        | 基本概念、性质                   | 136        |
| 4.3.2        | Prim 算法和 Kruskal 算法       | 137        |
| 4.3.3        | 最小生成树的数学规划模型              | 137        |
| 4.4          | 最大流问题                     | 140        |
| 4.4.1        | 有向图的最大流                   | 140        |
| 4.4.2        | 无向图的最大流                   | 143        |
| 4.4.3        | 最小费用最大流                   | 147        |

|       |                           |     |
|-------|---------------------------|-----|
| 4.5   | 邮递员问题 .....               | 149 |
| 4.5.1 | 基本概念 .....                | 149 |
| 4.5.2 | 传统中国邮递员问题 .....           | 149 |
| 4.5.3 | 广义中国邮递员问题 .....           | 152 |
| 4.6   | 旅行商问题 .....               | 154 |
| 4.6.1 | TSP 模型的数学描述 .....         | 154 |
| 4.6.2 | TSP 模型的应用实例 .....         | 155 |
| 4.7   | 项目计划节点图 .....             | 157 |
| 4.7.1 | 项目计划节点图模型 .....           | 157 |
| 4.7.2 | 项目计划节点图应用举例 .....         | 159 |
| 4.7.3 | 完成作业期望和实现事件的概率 .....      | 162 |
| 习题4   | .....                     | 164 |
| 第5章   | 多目标规划模型 .....             | 168 |
| 5.1   | 目标规划的数学原理 .....           | 168 |
| 5.1.1 | 目标规划的基本概念 .....           | 169 |
| 5.1.2 | 目标规划的一般模型 .....           | 170 |
| 5.1.3 | 目标规划的求解方法 .....           | 171 |
| 5.2   | 目标规划的应用案例 .....           | 172 |
| 5.3   | 多目标规划 .....               | 178 |
| 5.3.1 | 多目标规划实例 .....             | 178 |
| 5.3.2 | 多目标规划的一般模型 .....          | 180 |
| 5.3.3 | 多目标规划的有效解 .....           | 181 |
| 习题5   | .....                     | 188 |
| 第6章   | 博弈论 .....                 | 191 |
| 6.1   | 基本概念 .....                | 191 |
| 6.1.1 | 博弈论的定义 .....              | 191 |
| 6.1.2 | 博弈论中的经典案例 .....           | 192 |
| 6.1.3 | 博弈的一般概念 .....             | 193 |
| 6.2   | 零和博弈 .....                | 194 |
| 6.3   | 零和博弈的混合策略和解法 .....        | 196 |
| 6.3.1 | 零和博弈的混合策略 .....           | 196 |
| 6.3.2 | 零和博弈的解法 .....             | 197 |
| 6.4   | 双矩阵博弈模型 .....             | 202 |
| 6.4.1 | 非合作的双矩阵博弈的纯策略解 .....      | 203 |
| 6.4.2 | 非合作的双矩阵博弈的混合策略解 .....     | 204 |
| 6.5   | 水利水电建设的几个博弈问题研究 .....     | 206 |
| 6.5.1 | 博弈论概述 .....               | 206 |
| 6.5.2 | 中央政府和地方政府的“智猪博弈” .....    | 206 |
| 6.5.3 | 上、下游地方政府之间的“囚徒困境”博弈 ..... | 207 |
| 6.5.4 | 水利水电建设项目的立项竞争“斗鸡博弈” ..... | 208 |

|                  |                                 |     |
|------------------|---------------------------------|-----|
| 6.5.5            | 投资分摊的讨价还价博弈                     | 209 |
| 6.5.6            | 结论                              | 210 |
| 习题 6             |                                 | 210 |
| <b>第 7 章 存储论</b> |                                 | 213 |
| 7.1              | 存储模型中的基本概念                      | 213 |
| 7.1.1            | 存储问题                            | 213 |
| 7.1.2            | 存储模型中的基本要素                      | 213 |
| 7.2              | 确定型存储模型                         | 214 |
| 7.2.1            | 模型一:不允许缺货,补充时间极短——基本的经济订购批量存储模型 | 214 |
| 7.2.2            | 模型二:允许缺货,补充时间较长——经济生产批量存储模型     | 216 |
| 7.2.3            | 模型三:不允许缺货,补充时间较长——基本的经济生产批量存储模型 | 218 |
| 7.2.4            | 模型四:允许缺货,补充时间极短                 | 220 |
| 7.2.5            | 模型五:价格与订货批量有关的存储模型              | 220 |
| 7.3              | 单周期的随机型存储模型                     | 222 |
| 7.3.1            | 模型六:需求是离散随机变量的模型                | 222 |
| 7.3.2            | 模型七:需求是连续随机变量的模型                | 225 |
| 7.4              | 有约束的确定型存储模型                     | 229 |
| 7.4.1            | 带有约束的经济订购批量存储模型                 | 229 |
| 7.4.2            | 带有约束允许缺货模型                      | 231 |
| 7.4.3            | 带有约束的经济生产批量存储模型                 | 232 |
| 习题 7             |                                 | 233 |
| <b>第 8 章 排队论</b> |                                 | 235 |
| 8.1              | 基本概念                            | 235 |
| 8.1.1            | 排队过程的一般表示                       | 235 |
| 8.1.2            | 排队系统的组成和特征                      | 236 |
| 8.1.3            | 排队模型的符号表示                       | 236 |
| 8.1.4            | 排队系统的运行指标                       | 237 |
| 8.2              | 输入过程与服务时间的分布                    | 237 |
| 8.2.1            | Poisson 流与指数分布                  | 237 |
| 8.2.2            | 常用的几种概率分布及其产生                   | 239 |
| 8.3              | 生灭过程                            | 241 |
| 8.4              | $M/M/s$ 等待制排队模型                 | 242 |
| 8.4.1            | 单服务台模型                          | 242 |
| 8.4.2            | 与排队论模型有关的 LINGO 函数              | 244 |
| 8.4.3            | 多服务台模型( $M/M/s/\infty$ )        | 246 |
| 8.5              | $M/M/s/s$ 损失制排队模型               | 248 |
| 8.5.1            | 损失制排队模型的基本参数                    | 248 |
| 8.5.2            | 损失制排队模型计算实例                     | 249 |
| 8.6              | $M/M/s$ 混合制排队模型                 | 250 |
| 8.6.1            | 单服务台混合制模型                       | 250 |

|        |                          |     |
|--------|--------------------------|-----|
| 8.6.2  | 多服务台混合制模型                | 253 |
| 8.7    | 其他排队模型简介                 | 255 |
| 8.7.1  | 有限源排队模型                  | 255 |
| 8.7.2  | 服务率或到达率依赖状态的排队模型         | 258 |
| 8.7.3  | 非生灭过程排队模型                | 260 |
| 8.8    | 排队系统的优化                  | 262 |
| 8.8.1  | $M/M/1$ 模型中的最优服务率 $\mu$  | 262 |
| 8.8.2  | $M/M/s$ 模型中的最优服务台数 $s^*$ | 264 |
| 8.9    | 排队模型的计算机模拟               | 266 |
| 8.9.1  | 产生给定分布的随机数的方法            | 266 |
| 8.9.2  | 计算机模拟                    | 267 |
|        | 习题 8                     | 270 |
| 第 9 章  | 决策分析                     | 272 |
| 9.1    | 决策分析的基本问题                | 272 |
| 9.1.1  | 决策分析概述                   | 272 |
| 9.1.2  | 决策分析研究的特征                | 273 |
| 9.2    | 不确定条件下的决策准则              | 274 |
| 9.3    | 风险型决策方法                  | 279 |
| 9.3.1  | 风险型决策的期望值法               | 279 |
| 9.3.2  | 贝叶斯决策                    | 281 |
| 9.3.3  | 决策树                      | 283 |
| 9.4    | 效用理论                     | 285 |
| 9.4.1  | 效用与期望效用原理                | 285 |
| 9.4.2  | 效用函数与风险态度                | 286 |
| 9.4.3  | 最大期望效用决策准则               | 289 |
| 9.5    | 层次分析法                    | 290 |
|        | 习题 9                     | 296 |
| 第 10 章 | 评价方法                     | 298 |
| 10.1   | 一个简单的评价问题                | 298 |
| 10.2   | 灰色关联度                    | 299 |
| 10.3   | TOPSIS 法                 | 301 |
| 10.4   | 基于熵权法的评价方法               | 302 |
| 10.5   | 数据包络分析法                  | 304 |
| 10.6   | PageRank 算法              | 308 |
| 10.6.1 | PageRank 原理              | 308 |
| 10.6.2 | 基础的 PageRank 算法          | 308 |
| 10.6.3 | 随机冲浪模型的 PageRank 值       | 310 |
|        | 习题 10                    | 312 |
| 第 11 章 | 最小二乘法                    | 313 |
| 11.1   | 最小二乘法                    | 313 |

|               |                            |            |
|---------------|----------------------------|------------|
| 11.1.1        | 参数的唯一可辨识性 .....            | 313        |
| 11.1.2        | 曲线拟合的线性最小二乘法 .....         | 314        |
| 11.1.3        | 非线性最小二乘法 .....             | 316        |
| 11.1.4        | Gauss - Markov 定理 .....    | 323        |
| 11.2          | 总体最小二乘法 .....              | 325        |
| 11.2.1        | 总体最小二乘拟合 .....             | 325        |
| 11.2.2        | 经济预测中的正交回归分析 .....         | 329        |
| 11.2.3        | 正交回归和一般最小二乘回归的几何误差分析 ..... | 332        |
| 习题 11         | .....                      | 334        |
| <b>第 12 章</b> | <b>数学建模中的应用实例 .....</b>    | <b>336</b> |
| 12.1          | 飞行管理问题 .....               | 336        |
| 12.1.1        | 问题描述 .....                 | 336        |
| 12.1.2        | 模型的建立与求解 .....             | 337        |
| 12.2          | 投资的收益和风险 .....             | 339        |
| 12.2.1        | 问题描述 .....                 | 339        |
| 12.2.2        | 符号规定和基本假设 .....            | 340        |
| 12.2.3        | 模型的建立与求解 .....             | 340        |
| 12.3          | 露天矿生产的车辆安排 .....           | 342        |
| 12.3.1        | 问题描述 .....                 | 342        |
| 12.3.2        | 运输计划模型及求解 .....            | 343        |
| 12.4          | DVD 在线租赁的优化管理 .....        | 353        |
| 12.4.1        | 问题描述 .....                 | 353        |
| 12.4.2        | 模型假设 .....                 | 354        |
| 12.4.3        | 问题(1)的分析与解答 .....          | 354        |
| 12.4.4        | 问题(2)的分析与解答 .....          | 357        |
| 12.4.5        | 问题(3)的分析与解答 .....          | 361        |
| 12.4.6        | 问题(4)的模型的扩展 .....          | 366        |
| 12.5          | 电力市场的输电阻塞管理 .....          | 366        |
| 12.5.1        | 问题提出 .....                 | 366        |
| 12.5.2        | 问题分析 .....                 | 371        |
| 12.5.3        | 有功潮流的近似表达式 .....           | 372        |
| 12.5.4        | 阻塞费用计算规则 .....             | 375        |
| 12.5.5        | 问题(3)的模型 .....             | 376        |
| 12.5.6        | 问题(4)的模型 .....             | 378        |
| 12.5.7        | 问题(5)的模型 .....             | 380        |
| 12.6          | 抢渡长江 .....                 | 385        |
| 12.6.1        | 问题描述 .....                 | 385        |
| 12.6.2        | 基本假设 .....                 | 386        |
| 12.6.3        | 模型的建立与求解 .....             | 386        |
| 12.7          | 公务员招聘 .....                | 391        |

|         |                                 |     |
|---------|---------------------------------|-----|
| 12.7.1  | 问题描述 .....                      | 391 |
| 12.7.2  | 问题的背景与分析 .....                  | 393 |
| 12.7.3  | 模型的假设与符号说明 .....                | 394 |
| 12.7.4  | 模型的准备 .....                     | 394 |
| 12.7.5  | 模型的建立与求解 .....                  | 397 |
| 12.8    | 空洞探测 .....                      | 404 |
| 12.8.1  | 问题描述 .....                      | 404 |
| 12.8.2  | 问题分析 .....                      | 405 |
| 12.8.3  | 模型的建立与求解 .....                  | 405 |
| 12.9    | 交巡警服务平台的设置与调度 .....             | 410 |
| 12.9.1  | 问题描述 .....                      | 410 |
| 12.9.2  | 模型假设与符号说明 .....                 | 411 |
| 12.9.3  | 模型一:交巡警服务平台管辖范围确定问题 .....       | 411 |
| 12.9.4  | 模型二:交巡警服务平台警力封锁调度问题 .....       | 414 |
| 12.9.5  | 模型三:新增交巡警平台布置问题 .....           | 416 |
| 12.9.6  | 模型四:全市现有交巡警服务平台设置合理性及改进问题 ..... | 418 |
| 12.9.7  | 全市范围的最佳围堵模型 .....               | 423 |
| 12.10   | 众筹筑屋规划方案设计 .....                | 427 |
| 12.10.1 | 问题描述 .....                      | 427 |
| 12.10.2 | 问题(1)的解答 .....                  | 428 |
| 12.10.3 | 问题(2)的解答 .....                  | 433 |
| 12.10.4 | 问题(3)的解答 .....                  | 435 |
| 习题 12   | .....                           | 436 |
| 参考文献    | .....                           | 451 |

# 第 1 章 LINGO 软件的基本用法

LINGO 软件是美国 LINDO 公司开发的一套专门用于求解最优化问题的软件。它为求解最优化问题提供了一个平台,主要用于求解线性规划、非线性规划、整数规划、二次规划、线性及非线性方程组等问题。它是最优化问题的一种建模语言,包含有许多常用的函数供使用者编写程序时调用,并提供了与其他数据文件的接口,易于方便地输入、求解和分析大规模最优化问题,且执行速度快。由于它的功能较强,所以在教学、科研、工业、商业、服务等许多领域得到了广泛的应用。

## 1.1 LINGO 软件简介

### 1.1.1 LINGO 软件的特点

LINGO 语言是一个综合性的工具,使建立和求解数学优化模型更容易、更有效。LINGO 提供了一个完全集成的软件包,包括强大的优化模型描述语言,一个全功能的建立和编辑模型的环境,以及一套快速内置的求解器,能够有效地解决大多数优化模型。LINGO 有如下的基本特点:

#### 1. 代数模型语言

LINGO 支持强大的集模型语言,它使得用户能够高效、紧凑地表示数学规划模型。多数模型可以用 LINGO 的内置脚本进行迭代求解。

#### 2. 方便的数据选项

LINGO 使用户从费时费力的数据管理中解脱出来。它允许用户直接从数据库和电子表格中获取信息建立模型,同样,LINGO 能把解输出到数据库或电子表格,更容易生成用户选择的应用报告。完整的模型与数据的分离,可以提高模型的维护性和扩展性。

#### 3. 模型交互性或创建交钥匙工程的应用

利用 LINGO 可以建立或求解模型,也可以直接从所写的应用中直接调用 LINGO。为了提高模型的交互性,LINGO 提供了一个完整的建模、求解和分析模型的环境。为了建立交钥匙的解决方案,LINGO 可以调用用户所写的 DLL 和 OLE 应用接口。LINGO 可以直接调用 Excel 宏或数据库应用,目前包括 C/C++、Fortran、Java、C#.net、VB.NET、ASP.NET、Visual Basic、Delphi 和 Excel 编程实例。

#### 4. 广泛的文档和帮助

LINGO 提供了所有需要快速启动和运行的工具。LINGO 用户手册描述了程序的命令和功能。更大规模 LINGO 优化建模的超级版本给出了所有类型的线性、整数和非线性优化问题的综合建模文档。LINGO 提供了许多现实世界的建模实例供用户修改和扩展。

#### 5. 强大的求解器和工具

LINGO 提供了一套全面、快速的内置求解器,求解线性、非线性(凸与非凸)、二次、二次约

束和整数优化。用户永远不必指定或加载一个单独的求解器,因为 LINGO 读取公式后会自动选择一个合适的求解器。LINGO 中有如下求解器和工具:

### 1) 一般非线性求解器

LINGO 提供了一般非线性和非线性整数的功能。非线性许可证选择要使用非线性功能与 LINDO API。

### 2) 全局求解器

全局求解器结合了一系列的边界(如区间分析和凸分析)和范围减少技术(如线性规划和约束传播),在一个分支定界框架内找到非凸非线性规划的行之有效的全局解。传统的非线性求解器只能求得次优的局部解。

### 3) 多初值求解器

多初值求解器能在非线性规划和混合整数非线性规划的解空间中智能地生成一系列候选初始点。一个传统的非线性求解器可以调用一个初始点,找到一个局部最优解。对于非凸非线性规划模型,由多初值求解器求得的最好解的质量往往要优于传统的非线性求解器从单一初值求得的解。用户可以调节参数控制多初值点的最大个数。

### 4) 障碍求解器

障碍求解器是求解线性、二次和二次锥问题的一种可选方法。LINGO 使用最先进技术的障碍方法,为大型稀疏模型提供了超高速的算法。

### 5) 单纯形求解器

LINGO 提供的原始和对偶单纯形两个先进算法作为求解线性规划模型的主要工具。其灵活的设计允许用户通过改变几个算法参数,微调每一种算法。

### 6) 混合整数求解器

LINGO 的混合整数求解器功能扩展到线性、二次和一般非线性整数模型。它包含了一些先进的求解技术,如切割生成、树排序减少树的动态生长以及先进的启发式和预求解策略。

### 7) 随机求解器

随机规划求解器通过多阶段随机模型,提供了不确定条件下的决策机会。用户通过辨识内置的或用户定义的描述每一个随机变量的分布函数,来描述不确定性。随机求解器将以最大限度地减少优化模型初始阶段的成本和预期的成本。高级采样模式也可用于近似连续分布。

### 8) 模型及求解分析工具

LINGO 对于不可行线性、整数和非线性规划,包括一套全面的分析调试工具,采用先进的技术来分离源于不可行的原始约束的最小子集。LINGO 中也有用于执行灵敏度分析以确定某些最优基的敏感性的工具。

### 9) 二次识别工具

二次规划识别工具是一个有用的代数预处理器,自动确定任意非线性规划是否是一个凸二次规划模型。如果非线性规划问题是一个二次规划问题,很容易进行线性化,求得全局最优解。

### 10) 线性化工具

线性化是一个综合性的重构工具,自动将许多非光滑函数和操作符(如最大值和绝对值)变换到线性系列的数学等价表达式。许多非光滑模型可以完全线性化,这让线性求解器很快找到一个全局最优解,否则将是一个棘手的非线性问题。

## 1.1.2 LINGO 软件的界面介绍

下面简要介绍 LINGO 软件的模型窗口、运行状态窗口和一些重要求解参数的设置。

### 1. 模型窗口

LINGO 的模型窗口如图 1.1 所示。模型窗口输入格式要求如下：

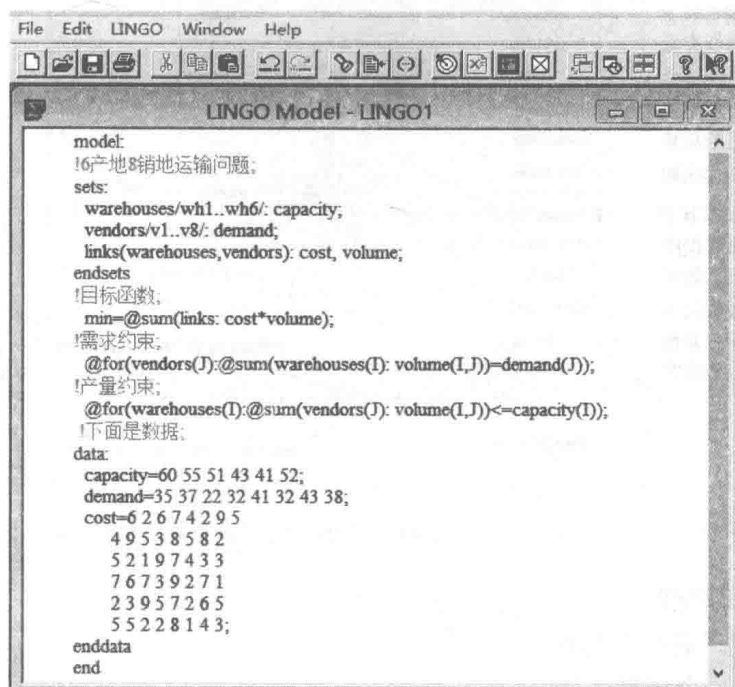


图 1.1 LINGO 的模型窗口

(1) LINGO 的数学规划模型包含目标函数、决策变量、约束条件三个要素。

(2) 在 LINGO 程序中,每一个语句都必须用一个英文状态下的分号“;”结束,一个语句可以分几行输入。

(3) LINGO 的注释以英文状态的感叹号“!”开始,必须以英文状态下的分号“;”结束。

(4) LINGO 的变量不区分字母的大小写,必须以字母开头,可以包含数字和下划线,不超过 32 个字符。

(5) LINGO 程序中,只要定义好集合,其他语句的顺序是任意的。

(6) LINGO 中的函数以“@”开头。

(7) LINGO 默认所有的变量都是非负的。

(8) LINGO 中“>或<”号与“≥或≤”号功能相同。

(9) LINGO 模型以语句“model:”开始,以“end”结束,对于比较简单的模型,这两个语句可以省略。

LINGO 建模时需要注意以下几个基本问题:

(1) 尽量使用实数变量,减少整数约束和整数变量。

(2) 模型中使用的参数数量级要适当,否则会给出警告信息,可以选择适当的单位改变相对尺度。

(3) 尽量使用线性模型,减少非线性约束和非线性变量的个数,同时尽量少使用绝对值、

符号函数、多变量求最大最小值、取整函数等非线性函数。

(4) 合理设定变量上下界,尽可能给出初始值。

## 2. LINGO 的求解器运行状态窗口

LINGO 求解器运行状态窗口如图 1.2 所示。其中的两个状态框介绍如下:

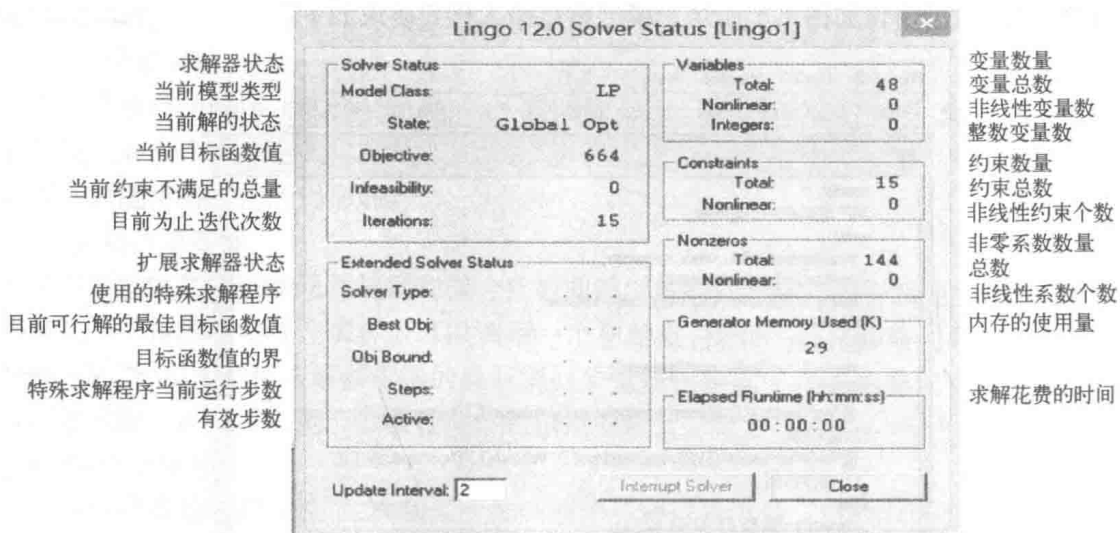


图 1.2 LINGO 的求解器状态窗口

### 1) “求解器状态”框

“当前解的状态”有如下几种:

Global Optimum:全局最优解;

Local Optimum:局部最优解;

Feasible:可行解;

Infeasible:不可行解;

Unbounded:无界解;

Interrupted:中断;

Undetermined:未确定。

### 2) “扩展求解器状态”框

“使用的特殊求解程序”有如下几种:

B - and - B:分支定界算法。

Global:全局最优求解程序。

Multistart:用多个初始点求解的程序。

## 3. LINGO 求解的参数设置

LINGO12 软件管理的内存最大为 2GB,如果计算机内存是 4GB,则将 LINGO 的内存设置为 2GB,如果计算机的内存是 8G,也要将 LINGO 的内存设置成 2GB。

LINGO 内存的设置方法是依次选择 LINGO(第 3 个主菜单)→Options...→Model Generator。如图 1.3 所示。

如果模型是非线性模型,且欲求全局最优解,要把求解器设置成“Global”。进入图 1.3 中的“Global Solver”后,在“Use Global Solver”前面打上“√”。

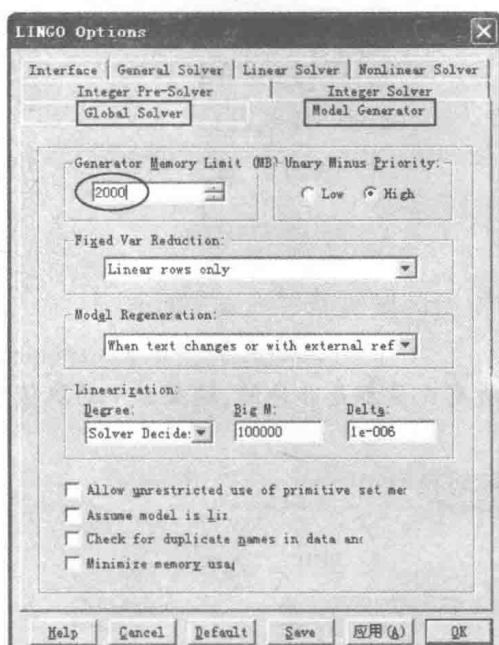


图 1.3 求解器 Options 的一些设置

### 1.1.3 初识 LINGO 程序

LINGO 程序书写实际上特别简捷,数学模型怎样描述,LINGO 语言就对应地怎样表达。首先介绍几个简单的 LINGO 程序。

**例 1.1** 求解如下线性规划问题:

$$\begin{aligned} \max z &= 72x_1 + 64x_2, \\ \text{s. t. } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 50, \\ 12x_1 + 8x_2 \leq 480, \\ 3x_1 \leq 100, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

**解** LINGO 求解程序如下:

```
max = 72 * x1 + 64 * x2;
x1 + x2 <= 50;
12 * x1 + 8 * x2 <= 480;
3 * x1 <= 100;
```

**注 1.1** LINGO 中默认所有的变量都是非负的,在 LINGO 中不需写出对应的非负性约束。

**例 1.2** 抛物面  $z = x^2 + y^2$  被平面  $x + y + z = 1$  截成一椭圆,求原点到这椭圆的最短距离。

**解** 该问题可以用拉格朗日乘子法求解。下面把问题归结为数学规划模型,用 LINGO 求解。

设原点到椭圆上点  $(x, y, z)$  的距离最短,建立如下数学规划模型:

$$\min \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} x + y + z = 1, \\ z = x^2 + y^2. \end{cases}$$

LINGO 求解程序如下:

```
min = (x^2 + y^2 + z^2)^(1/2);
x + y + z = 1;
z = x^2 + y^2;
@ free(x); @ free(y);
```

**注 1.2** LINGO 中默认所有变量都是非负的,这里  $x, y$  的取值可正可负,所以使用 LINGO 函数 @ free。

**例 1.3** 求解如下数学规划模型:

$$\begin{aligned} \min & \sqrt{\sum_{i=1}^{100} x_i^2}, \\ \text{s. t. } & \begin{cases} \sum_{i=1}^{100} x_i = 1, \\ x_{100} = \sum_{i=1}^{99} x_i^2. \end{cases} \end{aligned}$$

**解** 用 LINGO 求解上述数学规划问题,使用下面介绍的集合和函数比较方便,使用集合的目的是为了定义向量,集合使用前,必须先定义;LINGO 程序中的标量不需要定义,直接使用即可。

LINGO 求解程序如下:

```
sets;
var/1..100/:x;
endsets
min = @ sqrt( @ sum( var(i) : x(i)^2 ) );
@ sum( var(i) : x(i) ) = 1;
x(100) = @ sum( var(i) | i#le#99 : x(i)^2 );
@ for( var(i) | i#le#99 : @ free( x(i) ) );
```

**注 1.3** 如果不使用集合和函数,全部使用标量  $x_1, x_2, \dots, x_{100}$ ,最后一个约束就要写 99 遍,即 @ free(  $x_1$  ); ... ; @ free(  $x_{99}$  )。

**例 1.4** 求解下列的线性方程组

$$\begin{cases} 2x + y = 3, \\ x + y = 4. \end{cases}$$

**解** LINGO 求解程序如下:

```
2 * x + y = 3;
x + y = 4;
@ free(x); @ free(y);
```

### 1.1.4 线性规划问题的影子价格与灵敏度分析

以例 1.1 的线性规划模型为例,其模型为