



国家出版基金资助项目

现代数学中的著名定理纵横谈丛书
丛书主编 王梓坤

JONES POLYNOMIAL IN KNOT THEORY

纽结理论中的 Jones 多项式

刘培杰 陈明 孙博文 编著



哈尔滨工程大学出版社
HARBIN ENGINEERING UNIVERSITY PRESS



中国海洋出版社
CHINA OCEAN PRESS
1992年11月第1版
2004年11月第2版

ISBN 7-5027-2444-4 (I) 75027-2444-4

群论理论中的 Jones 多项式

作者: [美] Jones, V.F.R. 著
译者: 王忠清 译





国家出版基金资助项目

现代数学中的著名定理纵横谈丛书
丛书主编 王梓坤

JONES POLYNOMIAL IN KNOT THEORY

纽结理论中的 Jones 多项式

刘培杰 陈明 孙博文 编著



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书主要介绍了纽结理论、亚历山大多项式、琼斯多项式的基本知识,起源和发展等问题.通过本书的学习,读者可以较全面地了解这一类问题的实质,并且还可以认识到它在许多学科中的应用.

本书适合广大数学爱好者阅读和收藏.

图书在版编目(CIP)数据

纽结理论中的 Jones 多项式/刘培杰,陈明,
孙博文编著. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,
2018. 1

(现代数学中的著名定理纵横谈丛书)

ISBN 978 - 7 - 5603 - 5656 - 3

I. ①纽… II. ①刘… ②陈… ③孙… III. ①多
项式 - 研究 IV. ①O174. 14

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 039615 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 张永芹 聂兆慈

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451 - 86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司

开 本 787mm × 960mm 1/16 印张 22.5

字数 256 千字 插页 4

版 次 2018 年 1 月第 1 版 2018 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5603 - 5656 - 3

定 价 98.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

◎
代

序

读书的乐趣

你最喜爱什么——书籍。

你经常去哪里——书店。

你最大的乐趣是什么——读书。

这是友人提出的问题 and 我的回答。

真的，我这一辈子算是和书籍，特别是好书结下了不解之缘。有人说，读书要费那么大的劲，又发不了财，读它做什么？我却至今不悔，不仅不悔，反而情趣越来越浓。想当年，我也曾爱打球，也曾爱下棋，对操琴也有兴趣，还登台伴奏过。但后来却都一一断交，“终身不复鼓琴”。那原因便是怕花费时间，玩物丧志，误了我的大事——求学。这当然过激了一些。剩下来唯有读书一事，自幼至今，无日少废，谓之书痴也可，谓之书橱也可，管它呢，人各有志，不可相强。我的一生大志，便是教书，而当教师，不多读书是不行的。

读好书是一种乐趣，一种情操；一种向全世界古往今来的伟人和名人求

教的方法，一种和他们展开讨论的方式；一封出席各种活动、体验各种生活、结识各种人物的邀请信；一张迈进科学宫殿和未知世界的入场券；一股改造自己、丰富自己的强大力量。书籍是全人类有史以来共同创造的财富，是永不枯竭的智慧的源泉。失意时读书，可以使人重整旗鼓；得意时读书，可以使人头脑清醒；疑难时读书，可以得到解答或启示；年轻人读书，可明奋进之道；老年人读书，能知健神之理。浩浩乎！洋洋乎！如临大海，或波涛汹涌，或清风微拂，取之不尽，用之不竭。吾于读书，无疑义矣，三日不读，则头脑麻木，心摇摇无主。

潜能需要激发

我和书籍结缘，开始于一次非常偶然的機會。大概是八九岁吧，家里穷得揭不开锅，我每天从早到晚都要去田园里帮工。一天，偶然从旧木柜阴湿的角落里，找到一本蜡光纸的小书，自然很破了。屋内光线暗淡，又是黄昏时分，只好拿到大门外去看。封面已经脱落，扉页上写的是《薛仁贵征东》。管它呢，且往下看。第一回的标题已忘记，只是那首开卷诗不知为什么至今仍记忆犹新：

日出遥遥一点红，飘飘四海影无踪。

三岁孩童千两价，保主跨海去征东。

第一句指山东，二、三两句分别点出薛仁贵（雪、人贵）。那时识字很少，半看半猜，居然引起了极大的兴趣，同时也教我认识了许多生字。这是我有生以来独立看的第一本书。尝到甜头以后，我便千方百计去找书，向小朋友借，到亲友家找，居然断断续续看了《薛丁山征西》《彭公案》《二度梅》等，樊梨花便成了我心

中的女英雄。我真入迷了。从此，放牛也罢，车水也罢，我总要带一本书，还练出了边走田间小路边读书的本领，读得津津有味，不知人间别有何事。

当我们安静下来回想往事时，往往会发现一些偶然的小事却影响了自己的一生。如果不是找到那本《薛仁贵征东》，我的好学心也许激发不起来。我这一生，也许会走另一条路。人的潜能，好比一座汽油库，星星之火，可以使它雷声隆隆、光照天地；但若少了这粒火星，它便会成为一潭死水，永归沉寂。

抄，总抄得起

好不容易上了中学，做完功课还有点时间，便常光顾图书馆。好书借了实在舍不得还，但买不到也买不起，便下决心动手抄书。抄，总抄得起。我抄过林语堂写的《高级英文法》，抄过英文的《英文典大全》，还抄过《孙子兵法》，这本书实在爱得狠了，竟一口气抄了两份。人们虽知抄书之苦，未知抄书之益，抄完毫末俱见，一览无余，胜读十遍。

始于精于一，返于精于博

关于康有为的教学法，他的弟子梁启超说：“康先生之教，专标专精、涉猎二条，无专精则不能成，无涉猎则不能通也。”可见康有为强烈要求学生把专精和广博（即“涉猎”）相结合。

在先后次序上，我认为要从精于一开始。首先应集中精力学好专业，并在专业的科研中做出成绩，然后逐步扩大领域，力求多方面的精。年轻时，我曾精读杜布（J. L. Doob）的《随机过程论》，哈尔莫斯（P. R. Halmos）的《测度论》等世界数学名著，使我终身受益。简言之，即“始于精于一，返于精于博”。正如中国革命一

样,必须先有一块根据地,站稳后再开创几块,最后连成一片。

丰富我文采,澡雪我精神

辛苦了一周,人相当疲劳了,每到星期六,我便到旧书店走走,这已成为生活中的一部分,多年如此。一次,偶然看到一套《纲鉴易知录》,编者之一便是选编《古文观止》的吴楚材。这部书提纲挈领地讲中国历史,上自盘古氏,直到明末,记事简明,文字古雅,又富于故事性,便把这部书从头到尾读了一遍。从此启发了我读史书的兴趣。

我爱读中国的古典小说,例如《三国演义》和《东周列国志》。我常对人说,这两部书简直是世界上政治阴谋诡计大全。即以近年来极时髦的人质问题(伊朗人质、劫机人质等),这些书中早就有了,秦始皇的父亲便是受害者,堪称“人质之父”。

《庄子》超尘绝俗,不屑于名利。其中“秋水”“解牛”诸篇,诚绝唱也。《论语》束身严谨,勇于面世,“己所不欲,勿施于人”,有长者之风。司马迁的《报任少卿书》,读之我心两伤,既伤少卿,又伤司马;我不知道少卿是否收到这封信,希望有人做点研究。我也爱读鲁迅的杂文,果戈理、梅里美的小说。我非常敬重文天祥、秋瑾的人品,常记他们的诗句:“人生自古谁无死,留取丹心照汗青”“休言女子非英物,夜夜龙泉壁上鸣”。唐诗、宋词、《西厢记》《牡丹亭》,丰富我文采,澡雪我精神,其中精粹,实是人间神品。

读了邓拓的《燕山夜话》,既叹服其广博,也使我动了写《科学发现纵横谈》的心。不料这本小册子竟给我招来了上千封鼓励信。以后人们便写出了许许多多

的“纵横谈”。

从学生时代起,我就喜读方法论方面的论著。我想,做什么事情都要讲究方法,追求效率、效果和效益,方法好能事半功倍。我很留心一些著名科学家、文学家写的心得体会和经验。我曾惊讶为什么巴尔扎克在51年短短的一生中能写出上百本书,并从他的传记中去寻找答案。文史哲和科学的海洋无边无际,先哲们的明智之光沐浴着人们的心灵,我衷心感谢他们的恩惠。

读书的另一面

以上我谈了读书的好处,现在要回过头来说说事情的另一面。

读书要选择。世上有各种各样的书:有的不值一看,有的只值看20分钟,有的可看5年,有的可保存一辈子,有的将永远不朽。即使是不朽的超级名著,由于我们的精力与时间有限,也必须加以选择。决不要看坏书,对一般书,要学会速读。

读书要多思考。应该想想,作者说得对吗?完全吗?适合今天的情况吗?从书本中迅速获得效果的好办法是有的放矢地读书,带着问题去读,或偏重某一方面去读。这时我们的思维处于主动寻找的地位,就像猎人追找猎物一样主动,很快就能找到答案,或者发现书中的问题。

有的书浏览即止,有的要读出声来,有的要心头记住,有的要笔头记录。对重要的专业书或名著,要勤做笔记,“不动笔墨不读书”。动脑加动手,手脑并用,既可加深理解,又可避忘备查,特别是自己的灵感,更要及时抓住。清代章学诚在《文史通义》中说:“札记之功必不可少,如不札记,则无穷妙绪如雨珠落大海矣。”

许多大事业、大作品，都是长期积累和短期突击相结合的产物。涓涓不息，将成江河；无此涓涓，何来江河？

爱好读书是许多伟人的共同特性，不仅学者专家如此，一些大政治家、大军事家也如此。曹操、康熙、拿破仑、毛泽东都是手不释卷，嗜书如命的人。他们的巨大成就与毕生刻苦自学密切相关。

王梓坤

◎

目

录

第 1 章	一道别出心裁的赛题	//1
第 2 章	Peterson 谈打结的问题	//22
第 3 章	Conway 论纽结	//34
第 4 章	Witten 论纽结与量子理论	//50
第 5 章	纽结与奇点	//61
5.1	序	//61
5.2	复数	//64
5.3	预备知识	//67
5.4	对应着奇点的纽结—— 特殊情况	//74
5.5	对应奇点的纽结—— 一般代数曲线	//80
5.6	结论	//87
第 6 章	弦,纽结和量子群:1990 年三位 Fields 奖章获得者工作一览	//89
6.1	引言	//89
6.2	关系:Witten-Drinfel'd-Jones	//92
6.3	弦理论:E. Witten	//94
6.4	纽结理论:V. Jones	//109
6.5	量子群:V. Drinfel'd	//117
6.6	Michel Kervaire, 1927—2007	//122
第 7 章	数学基础的统一和持久性	//126
7.1	森重文和三维代数几何	//129
7.2	Jones 的结和多项式	//130
7.3	Дринфельд 和量子群	//132

7.4	Witten 和 Jones 多项式	//132
第8章	Alexander 多项式:绳结理论	//134
8.1	绳结的历史,数学	//134
8.2	打结,解结	//136
8.3	你的结是什么颜色的	//139
8.4	解开 DNA	//147
8.5	Alexander 的重大不变量	//153
8.6	与物质世界的联系	//160
8.7	一切都纠缠到一起了	//163
8.8	结与能	//166
第9章	辫子和环链理论的最新进展	//170
9.1	环链和闭辫子	//171
9.2	辫子群	//175
9.3	B_n 的代数结构	//177
9.4	Markov 定理	//179
9.5	对称群和辫子群	//180
9.6	组合与环链论	//183
9.7	Yang-Baxter 方程	//186
9.8	Vassiliev 不变量的公理与初始条件	//189
9.9	奇异辫子	//194
9.10	定理 1 的证明	//199
9.11	未解决的问题	//201
第10章	Alexei Sossinsky 论结与物理	//209
10.1	巧合	//210
10.2	题外话:巧合和数学结构	//212
10.3	统计模型与结多项式	//213
10.4	Kauffman 括号和量子场	//215
10.5	量子群是制造不变量的机器	//218
10.6	Vassiliev 不变量和物理	//219
10.7	结束语:事情还没完结	//220

第 11 章	J. S. Birman 论纽结理论中的新观点	//222
11.1	纽结及其 Alexander 多项式引论	//225
11.2	交叉点变换	//233
11.3	辫群的 R -矩阵表示	//236
11.4	所有纽结的空间	//247
第 12 章	纽结缆线和辫子	//252
12.1	综述	//252
12.2	数学	//254
12.3	教学方法	//259
12.4	怎样使枕垫型的辫子等价	//263
第 13 章	Poincaré 和三维流形的早期历史	//265
13.1	引言	//265
13.2	Poincaré 和基本群	//266
13.3	Heegaard	//272
13.4	Wirtinger	//274
13.5	Tietze	//276
13.6	Dehn	//282
13.7	Alexander	//289
附录 A	Alexander 多项式的 20 年	//294
附录 B	AR 纽结 APP 使用说明书	//319
参考文献		//330
编辑手记		//336

一道别出心裁的赛题

第 1 章

在 1991 年的北京市高中一年级数学竞赛的复赛中有如下试题:

试题 对两条有方向的曲线的交叉点 A , 我们定义“交叉特征值” $\varepsilon(A)$ 如图 1 所示.

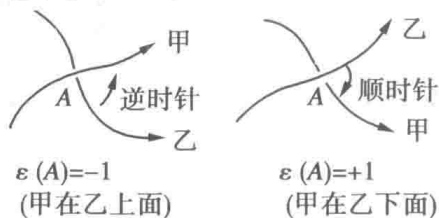


图 1

现有一张两条曲线圈放在一起的模糊照片(在各交点处哪条曲线在上面已分辨不清),对两曲线圈所规定的方向如图 2 所示,照片中四个点的“交叉特征值”满足

$$\varepsilon(A_1) + \varepsilon(A_2) + \varepsilon(A_3) + \varepsilon(A_4) = 0$$

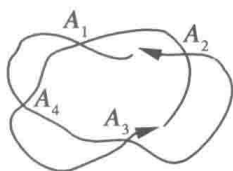


图 2

求证: 这两条曲线圈实际上是可以完全离开的(即成为两个单独放置没有重叠的曲线圈).

证明 由于

$$\varepsilon(A_1) + \varepsilon(A_2) + \varepsilon(A_3) + \varepsilon(A_4) = 0$$

必有两个加项为 $+1$, 两个加项为 -1 , 那么, 在 $(A_1, A_2), (A_2, A_3), (A_3, A_4), (A_4, A_1)$ 中必有一对恰好符号相反. 不妨设 (A_2, A_3) 两点的交叉特征值符号相反, $\varepsilon(A_2)$ 及 $\varepsilon(A_3)$ 中一个为 -1 , 另一个为 $+1$, 则依交叉特征值定义判定, 横向的两股曲线都在竖向的上部或下部, 如图 3 所示.

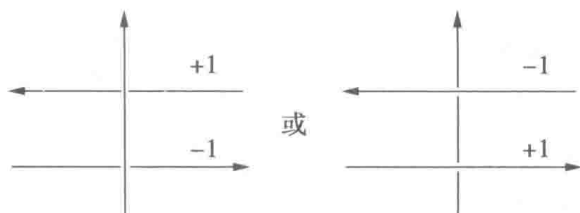


图 3

因此, 图 4 中(a)可分离变为(b), 但 A_1, A_4 两点的交叉特征值也是一个为 $+1$, 另一个为 -1 , 所以同样的两圈可以分离, 变为分离状态, 即可分成两个单独放置的没有重叠的曲线图(c).

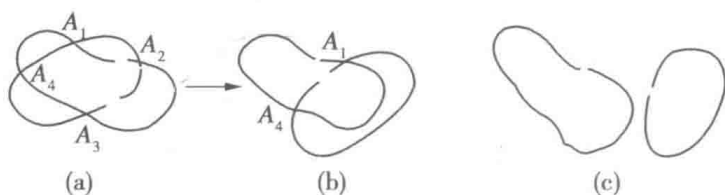


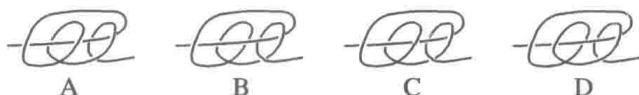
图4

这是一道背景深刻且颇赶“时髦”的赛题. 它与当前数学界和物理学界都风头正健的“纽结理论”联系紧密.

华东师范大学张奠宙教授在回答记者关于“在即将开始的《高中数学课程标准》修订中应该看重解决哪些问题”时回答说:首先是英才教育问题. 2003年的《标准》着重强调选择性,设置了许多进修课,效果不理想. “不同的人学习不同的数学”,是一个很正确的口号,可惜没有实行. 我希望把高中数学课程标准的修订与数学英才教育结合起来,超越高考,让优秀的中学生能够接触到高等数学,包括系统的多元微积分和微分方程. 这些学生可以通过自主招生渠道升入大学. 世界上有许多数学英才学校,如美国科学数学学校,法国、德国的文法学校,俄罗斯的数学寄宿学校等,都很值得我们学习. 华裔学生如澳大利亚的陶哲轩,以及越南的吴宝珠,都是早在中学就显示出数学天才并加以特别培养,最后脱颖而出,最终获得了菲尔兹奖. 我国片面地理解“教育公平”以抑制英才教育,大家都被逼在高考的同一起跑线上,很不妥当.

在高校自主招生的早期,试题大多由高校数学教师命题. 所以有很多试题具有很深的高等背景,反映了当代数学的研究热点,这对于打破应试教育模式,冲出八股式数学教育的樊笼具有重要意义. 例如:下列曲线

中哪一条拿住两端拉直后不打结? _____.



这个题目就是 2009 年复旦大学自主选拔测试的一个题目,它也反映了当前数学和理论物理中研究的一个热点——纽结理论.

为了更好地了解这一理论我们编译了日本数学家竹崎正道对纽结理论的创始人菲尔兹奖获得者 Vaughan Jones 访问记^①.

由物理转向数学,转向算子环理论

竹崎(以下简为竹) 您是 1972 年毕业于 Auckland 大学的吧? 新西兰什么时候学年结束? 与北半球不同吧?

Vaughan Jones(以下简为 VJ) 圣诞节结束.

竹 有没有像毕业论文之类的?

VJ 是的,1973 年 12 月得硕士称号. 然后于翌年 6 月去日内瓦大学. 不过先得学习三个月的法语课程.

竹 准备在日内瓦学习什么呢?

VJ 嗯,这是个很有意思的问题……,我选择日内瓦有好几个理由,一是因为 Jauch 在那儿. 我在新西兰已读过他写的关于量子力学基础的书,非常引人入胜. 他在日内瓦,而且瑞士政府还向新西兰学生提供奖学金. 要想出国除此之外到哪儿去都没有钱;另外一般都到英国、美国去,所以到与众不同的国家去我想是很有意思的. 理由虽然不止一条,但不管怎么说,钱是主

^① 原题:「ヴォヘンズ(Vaughan Jones) interview. 译自:数学セツナ
→ 1991 年 2 月,临时增刊. 国际数学者会议, ICM'90, 28-37 页.