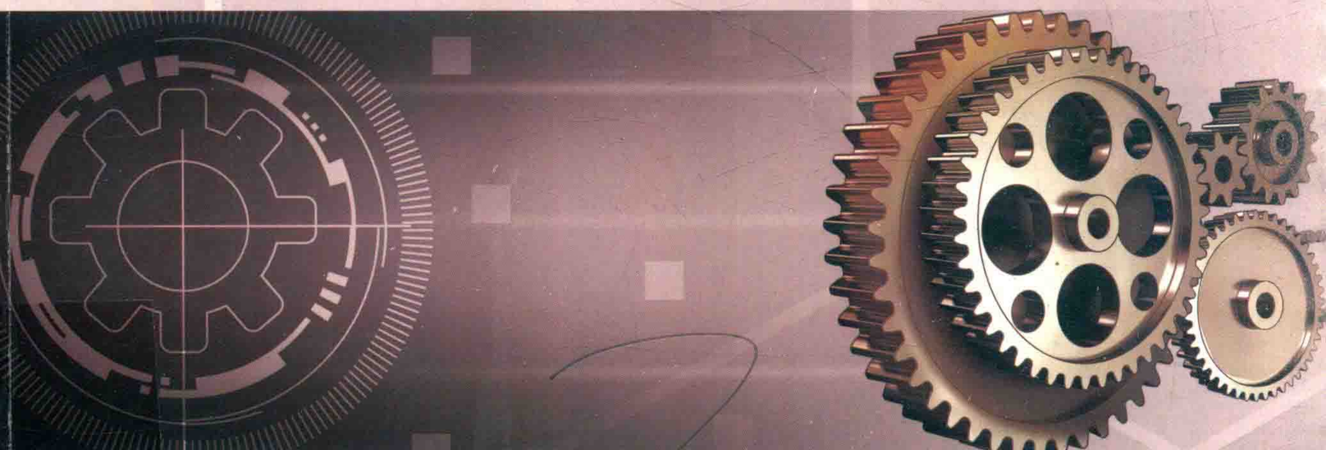
高等学校研究生精品课程教材

机械动力学基础
及其仿真方法

韩清凯　翟敬宇　张　昊　编著



武汉理工大学出版社
WUTP
Wuhan University of Technology Press

高等学校研究生精品课程教材

机械动力学基础及其仿真方法

韩清凯　翟敬宇　张　昊　编著

武汉理工大学出版社
·武汉·

内容提要

本书简要介绍了机械动力学与振动的发展历史、现状、研究方法及其发展趋势，系统介绍了质点和刚体动力学、多刚体系统动力学、机械振动学等基础理论，接着对机械结构系统的刚柔耦合动力学、板壳结构动力学、转子系统和齿轮系统的动力学与振动理论进行了详细阐述，最后在非线性振动理论的基础上对典型机械结构和系统的非线性动力学与振动问题进行了分析。为了实现对机械动力学与振动问题的深入理论研究，本书引入了数字仿真方法，给出了主要问题研究所用的仿真程序，以及相应的数值算例。

本书为高等学校机械工程等专业研究生教材，也可供机械动力学与振动领域的研究、技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

机械动力学基础及其仿真方法/韩清凯，翟敬宇，张昊编著. —武汉：武汉理工大学出版社，2017.9

ISBN 978-7-5629-5629-7

Ⅰ.①机… Ⅱ.①韩… ②翟… ③张… Ⅲ.①机械动力学 ②机械动力学—仿真 Ⅳ.①TH113

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 223832 号

项目负责人：王兆国　　**责任编辑**：李兰英
责任校对：徐　环　　**封面设计**：许伶俐
出版发行：武汉理工大学出版社(武汉市洪山区珞狮路 122 号　邮编：430070)
http://www.wutp.com.cn
经 销 者：各地新华书店
印 刷 者：武汉天星美润设计印务有限公司
开　　本：787mm×1092mm　1/16
印　　张：20.75
字　　数：531 千字
版　　次：2017 年 9 月第 1 版
印　　次：2017 年 9 月第 1 次印刷
定　　价：39.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请向出版社发行部调换。
本社购书热线电话：027-87515778　87515848　87785758　87165708(传真)

前　言

机械动力学基础理论在机械设计制造中起着关键性作用，是决定装备功能、性能和质量的重要内容之一。面向我国重大机械装备制造业的现实需求及理论与技术国际发展前沿，以典型机械结构与系统的动力学特性与振动问题为对象，凝练机械结构和系统的动力学与振动的基础理论，解决复杂结构和系统的动力学与振动的理论分析与数值仿真技术难题，形成相对完善的机械动力学与振动基础理论和仿真分析方法体系，对于重大机械装备设计制造、数字制造科学与技术等学科发展、满足工程应用需求具有重要意义。

机械动力学研究机械在运转过程中的受力、机械中各构件的质量与机械运动之间的相互关系，是现代机械设计的理论基础。机械动力学理论主要包括机械运转过程中能量的平衡和分配关系、机械系统的运动规律、各构件之间的相互作用、回转构件和机构平衡的理论及方法等，通过动力学分析以达到机械的运动学和动力学设计要求。

当前，机械动力学的研究对象已经扩展到包括不同类型的动力机械和不同特性的控制调节装置在内的复杂机电系统。在高速精密机械设计中，为了保证机械运动的精确度和稳定性，构件的弹性效应已成为设计中不可忽视的重要因素。在某些机械设计中，变质量变刚度等时变系统的机械动力学问题十分突出。面向复杂机械结构和系统的数值模拟理论和方法及相应的测试试验技术，也成为机械动力学研究的重要手段。

机械动力学原则上包含着机械振动的分析。随着重大机械装备的发展和振动理论与技术的进步，机械振动已经发展成为自成体系的一门学科。机械振动一般是指物体或质点在其平衡位置附近所做的往复运动。振动量如果超过允许范围，机械设备将产生较大的动载荷和噪声，从而影响其工作性能和使用寿命，甚至导致零部件失效。由于机械结构日益复杂，运动速度日益提高，振动的危害更为突出。在机械工程领域，除固体振动外还有流体振动及固体和流体耦合的振动等。

自从 17 世纪惠更斯首次提出物理摆理论、创制单摆机械钟以来，机械振动问题就是一个重要的理论和技术研究热点领域。长期以来，人们关心的机械振动问题主要集中在避免共振上，研究的重点仍然是机械结构与系统的固有频率和振型问题。20 世纪 30 年代，机械振动的研究由线性振动发展到非线性振动。20 世纪 50 年代，机械振动的研究则发展到用概率和统计方法描述的随机振动。近十几年来，计算机技术的发展，使大型复杂机械结构系统的多自由度振动分析计算成为可能，使复杂机械结构系统以及多场耦合振动的数值模拟与仿真技术得到了跨越式发展，机械振动分析与数值模拟已经成为现代机械设计的重要工具。

作为研究生教材，本书首先简要介绍了机械动力学与振动的发展历史、现状、研究方法及其发展趋势，强调了在机械工程领域的重要意义，以及对数字制造科学与技术发展的重要支撑作用。然后，介绍了质点和刚体动力学、多刚体动力学、机械振动学等基础理论。对机械结构系统的刚柔耦合动力学、板壳结构动力学、转子系统和齿轮系统的动力学与振动理论进行了详细阐述。最后介绍了非线性动力学与振动基本理论，并对大变形薄板结构和转子系统的非线

性问题进行了分析。

为了对机械动力学与振动问题进行定性和定量的理论研究与深入分析，本书引入了针对不同动力学与振动分析研究的数字仿真方法，并给出了相应的算例。这些算例可以为读者准确理解理论要点、快速掌握分析手段提供支持。

本书得到了国家重点基础研究发展计划（“973 计划”，项目编号：2012CB026000-05、2013CB0354-02）、国家自然科学基金（项目编号：51175070、11472068）等的支持。本书由大连理工大学韩清凯教授、翟敬宇博士、张昊博士负责编著完成，具体编写分工如下：韩清凯编写第1章、第2章、第9章及附录，翟敬宇编写第3章、第10章、第11章，张昊编写第4章、第12章，武汉理工大学王兆国编写第5章、第6章、第7章、第8章，王美令、杨铮鑫、宋旭圆、高培鑫、唐玲、王汉熙、谭跃刚等也参与了本书有关内容的撰写，全书由韩清凯教授统稿。由于水平有限，本书难免存在一些错误和不妥之处，敬请广大读者批评指正。

作 者

2017 年 5 月

目　　录

下篇　非线性振动与分岔混沌

1 绪　论

机械动力学理论是现代装备设计与制造的基础理论体系的重要组成部分。机械动力学是研究机械在运转过程中的受力、机械中各构件的质量与机械运动之间的相互关系，主要包括机械运转过程中能量的平衡和分配关系、机械系统的运动规律、各构件之间的相互作用、回转构件和机构平衡的理论和方法等，通过动力学分析以达到机械的运动学和动力学设计要求。机械动力学原则上也包含对机械振动的分析。机械振动一般是指物体或质点在其平衡位置附近所做的往复运动。现代机械装备的振动问题越来越突出，涉及固体振动、流体振动以及固体和流体的耦合振动等。

本章从机械动力学基础理论的发展历程、机械结构系统动力学与振动问题的典型应用分析、机械动力学与振动问题的数值模拟方法三个方面进行综合评述。

1.1 机械动力学基础理论发展历程

1.1.1 机械动力学理论的发展历程

力学是物理学的一个重要分支，它研究物体受到力的作用时的静止或运动状态。工程力学可以分为两个领域，即静力学和动力学。静力学是研究静止或匀速运动的物体在力的作用下处于平衡状态的规律，以及如何建立各种力学的平衡条件。动力学主要研究作用于物体的力与物体运动状态的关系。对工程力学做出最重要贡献的科学家是牛顿(Isaac Newton，1642—1727)，他提出了力学的三个基本定律和万有引力定律。此后，很快在此基础上，欧拉(Euler)、达兰贝尔(D'Alembert)、拉格朗日(Lagrange)等发展了动力学中可以实用的重要理论技术。

从历史上讲，动力学理论的形成起始于能够对时间进行精确测量的时代，伽利略(Galileo Galilei，1564—1642)是最早对动力学理论做出贡献的科学家。人们对电机、泵、机床、工业机械臂和各种各样的机械设备或装备，甚至对诸如卫星、导弹、太空飞行器的运动预测是基于动力学理论的。随着高科技的飞速发展，人们对动力学理论的需求更为迫切。动力学(广义)的研究内容分为两部分，即运动学和动力学(狭义)，前者分析运动的几何特征，后者则是分析引起运动的力。动力学理论特别是其基本概念和内涵，体现在具有基础性的质点动力学和平面或空间刚体动力学的分析中。

1.1.2 振动基础理论的发展历程

振动学也是力学的一个重要组成部分，可以认为也属于动力学领域，但又有其侧重和特

点，自成体系。机械振动是指物体或质点在其平衡位置附近所做的往复运动。振动的研究包括两方面，即物体的振荡运动和作用在其上的力。一般地，所有具有质量和弹性的物体都具有产生振动的能力。在大多数机械装备和结构设计中，都要考虑其振动特性。

机械振动有不同的分类方法。按产生振动的原因可分为自由振动、受迫振动和自激振动；按振动的规律可分为简谐振动、非谐周期振动和随机振动；按振动位移的特征可分为扭转振动和直线振动；按其参数的分布性质可分为离散系统的振动和连续系统的振动；按其稳定性质可分为稳定振动和非稳定振动；按其参数随时间变化的性质可分为定常振动和时变振动。

工程实际中的振动系统，其性能参数一般不随时间而变化，大多属于微幅振动。这样，大多数问题可以近似地被简化为线性问题来处理。非线性振动一般是指恢复力与位移不成正比或阻尼力不与速度一次方成正比的系统的振动。尽管线性振动理论早已相当完善，在工程上已被广泛应用，但很多时候按线性问题处理会引起较大误差，甚至会出现本质的差异。非线性振动在振动系统的分析与动态设计中具有重要价值。

人类对振动现象的认识有着悠久的历史。伽利略于 1581 年发现了摆的等时性，1673 年惠更斯利用几何方法得到单摆振动周期的正确公式，1687 年牛顿考察了单摆在有阻尼介质中的运动；1636 年梅森报告了弦振动的实验研究，1638 年伽利略也明确了弦线振动与其长度、密度和张力的关系。振动理论的物理基础是 1678 年胡克(Hooke)提出的弹性定律，即建立了弹性体变形与恢复力之间的线性关系，引入了振动系统的弹簧概念。此后，牛顿建立了运动变化与受力之间的基本定律，提出了质量概念。牛顿还假设了介质阻尼与速度或速度平方成正比的阻尼概念。到了 18 世纪，线性振动理论已经从物理学中独立出来，并且与数学中的常微分方程和偏微分方程同步发展。离散系统的振动理论在 18 世纪就基本成熟。

在连续体振动理论方面，弦线振动理论也于 18 世纪建立。1746 年，达兰贝尔导出了弦线振动的波动方程并求出了行波解，1753 年，伯努利(Daniel Bernoulli)用无穷多个振型模态叠加得到了弦线振动的驻波解，更有效的数学工具直到 1811 年傅里叶(Fourier)提出函数的三角级数展开形式才出现。1744 年，欧拉研究了梁的横向振动，导出了自由、铰支和固定三种边界条件下的振型函数和频率方程。1916 年，铁摩辛柯(Timoshenko)对截面转动和剪切变形的影响进行了修正。1828 年，纳维(Navier)建立了板弯曲振动的严格理论并研究了三维弹性体的振动。三维弹性体振动理论由泊松(Poisson)于 1829 年和克莱布希(Clebsch)于 1862 年分别建立。

面向工程的振动理论还有一个重要特点，即发展各种近似方法以满足实际需要。1945 年普罗尔(Prohl)用离散化方法分析连续梁，1950 年汤姆孙(Thomson)用矩阵重新表述该方法并形成传递矩阵法。1873 年瑞利(Rayleigh)基于动能和势能分析给出了确定系统基频的近似方法，1909 年里茨(Ritz)推广了该方法以求解几个低阶固有频率。1925 年奥勒特(Oehler)用里茨法研究了汽轮机叶片振动。1943 年柯朗(Courant)基于最小势能原理并采用三角形单元组成分区近似函数来讨论柱体扭转。1956 年特纳(Turner)等把处理杆结构的方法用于连续体力学问题，形成了有限元法。到如今，有限元法已经被广泛应用于振动问题，成为最重要的机械振动分析的数值方法。

在非线性振动方面，惠更斯于 1673 年发现摆的大幅振动不具有等时性，1749 年欧拉研究

的压杆失稳所涉及的平衡点分岔，具有典型的非线性系统的动力学特征。非线性振动的系统研究始于19世纪的天体力学问题，20世纪70年代后期发展成为以混沌问题为核心的非线性动力学，成为新兴交叉学科非线性科学的重要组成部分。在非线性动力学定性分析发展历史上，比较有代表性的成果如下所述：1868年马蒂厄(Mathieu)在研究椭圆薄膜振动时给出了以余弦函数为系数的常微分方程。1883年弗洛凯(Floquet)证明了系数为周期函数的高阶线性微分方程周期解的存在性。1881—1886年期间，庞加莱(Poincaré)讨论了三阶系统的奇点分类，提出了极限环的概念，研究了分岔问题，形成了非线性问题的定性理论。1948年，霍普夫(Hopf)探讨了由定态变为周期运动的机制，即Hopf分岔。

在非线性振动的近似解析方法方面，1830年泊松在研究摆振动时提出了摄动法的基本思想。1883年林德施泰特(Lindstedt)把振动频率按小参数展开，解决了长期项问题。1918年达芬(Duffing)在研究硬式弹簧的非线性振动时采用了谐波平衡法。1920年范德波尔(Van der Pol)提出了慢变系数法的思想，1934年克雷洛夫(Krylov)和博戈柳博夫(Bogoliubov)将其发展成为适用于一般弱非线性系统的平均法，1947年米特罗波利斯基(Mitropolsky)又将其发展为可求任意阶近似的渐近法，并逐渐形成了可求解非定常振动的KBM法。20世纪70年代，奈弗(Nayfeh)在非线性振动的多尺度法方面做了大量工作，这一方法得到了广泛应用。

在非线性振动领域，同样包含非线性科学中有关混沌(chaos)研究的重要内容。混沌是指在确定性动力学系统中出现的一种貌似随机的运动。在某些非线性系统中，会因初始值小的扰动而引起运动过程产生很大的变化，即存在初值敏感性。混沌是比分岔更为复杂的一类非线性现象，没有明显的周期和对称性，是一种具备丰富的内部层次的有序状态。混沌现象最初是由洛伦茨(Lorenz)于20世纪60年代在研究大气流动问题时发现的。约克(York)在1975年的论文《周期3则混沌(chaos)》中引入了“混沌”这个名称。1976年梅(May)在对季节性繁殖的昆虫的模拟研究中揭示了通过倍周期分岔达到混沌这一途径。1978年费根鲍姆(Feigenbaum)重新对梅的虫口模型进行计算机数值实验时发现了称之为费根鲍姆常数的两个常数。曼德尔布罗特(Mandelbrot)用分形几何描述一大类复杂无规则的几何对象，说明奇异吸引子具有分数维。20世纪70年代后期，科学家们在许多确定性系统中都发现了混沌现象。目前用来识别混沌的方法主要有三种，即功率谱法、相空间重构法和李雅谱诺夫指数法(Lyapunov Exponents)，后者是定量刻画复杂动力学性态规则性程度的一个量。由于混沌系统的初值敏感性，那些初始状态比较接近的轨迹总体上会指数发散，李雅谱诺夫指数描述了这种轨迹收敛或发散的比率，当同时存在正负李雅谱诺夫指数时，便意味着混沌的存在。

1.2　机械结构系统动力学与振动问题的典型应用

上节对机械动力学与振动基础理论的发展历程进行了概述。面向工程实际需求，机械动力学与振动理论具体应用的领域应具有典型性、独特性和代表性。在这里，主要包括以机器人或机械臂为代表的多体系统、以板壳结构为代表的机械结构、以转子系统和齿轮传动系统为代表的复杂机械系统，评述其动力学与振动，以及它们可能涉及的非线性振动问题。

1.2.1 工业机器人的多体动力学问题

当前，工业机器人日益成为能够代替人类工作的机械装置。机器人是具有可编程的或具有智能控制能力的、能执行某些操作作业或移动动作的自动控制机械。在机器人领域，工业机械臂（操作手）在工业领域中应用最为广泛。很多机械臂由机座、腰部、大臂、小臂、腕部和手部构成，大臂与小臂一般以串联方式连接，也称为串联机械臂。从机械原理角度，一个串联机械臂就是由关节将刚性连杆连接在一起的连杆机构。基于制造和控制操作相对简单等方面考虑，机械臂通常只包括旋转或移动的关节和相互垂直或平行的轴线。

在工业机器人特别是机械臂的发展过程中，多体系统动力学得到了广泛应用。利用动力学理论，可以分析其各个杆件的位移、速度、加速度及其运动轨迹，寻求并获得理想的机械臂运动学和动力学参数，使得机器人系统在最佳状态下工作。

柔性机械臂与刚性机械臂相比，具有可实现高速操作的能力、较高的负载自重比、较低的能耗和更大的工作空间等优点。但是由于柔性机械臂会产生弹性变形，因此柔性机械臂是一个非常复杂的多体动力学系统，其动力学方程具有高度非线性、强耦合以及时变等特点，是目前研究的热点。柔性机械臂的动力学分析还涉及动特性分析与动态设计理论与方法，包括结构动力修改、再设计和结构重分析等。

1.2.2 板壳结构的动力学与振动问题

在机械装备中大量存在着板壳类结构。在工程中，板壳结构的动力学与振动问题十分突出。常规的板壳理论是弹性力学基本理论具体应用到板壳结构中的一种工程简化理论。板壳理论以弹性力学与若干工程假设（Kirchhoff 假设、Kirchhoff-Love 假设等）为基础，研究工程中的板壳结构在外力作用下的应力分布、变形规律和稳定性。

板壳结构动力学与振动的研究已经有一个世纪的历史。其中最主要的贡献来自于铁摩辛柯的板壳振动理论，以及 Mindlin-Reissner 理论的引入弥补了薄板理论的不足。

1874 年，阿兰（Aron）将薄板理论中的 Krichhoff 假设推广到壳体，给出了五个描述壳体振动的方程。1882 年，瑞利将壳体分为两类，一类中面不能延伸，弯曲是主要的考虑因素，另一类只考虑中面的延伸而忽略弯曲刚度。1888 年，勒夫（Love）修正了这一理论并形成了广泛采用的壳体理论。在实际应用中，为了方便计算，往往根据具体问题进行某种近似，这样也就形成了后来的各种圆柱壳理论，主要有针对圆柱壳小挠度问题的 Flügge 圆柱壳理论，在 Flügge 壳体理论基础上考虑扁柱面壳的几何特性和 Sander 几何大变形关系而建立的 Donnell 圆柱壳理论，以及考虑剪切效应的 Reissner 壳体理论等。在板壳结构非线性振动方面，冯·卡门（Von Karman）是板壳非线性理论的奠基者。1941 年，他和钱学森在求解 Donnell（唐奈）大挠度方程的基础上提出了非线性理论。1981 年，赛德尔（Werner Soedel）出版了壳和板线性振动的研究专著 *Vibrations of Shells and Plates*，研究了壳和板的固有频率和固有振型、简化壳方程、近似求解方法、圆柱壳的受迫振动（振型叠加法）、动态影响函数、力矩载荷问题、存在初始应力时壳和板的振动问题等。我国的曹志远等人于 20 世纪 80 年代出版了专著《板壳振动理论》，系统介绍了壳体动力学基本理论和研究方法。目前，板壳振动理论仍在发展，多层板与智能材料结构、复合材料板壳结构为这一领域的研究带来了新的挑战。

1.2.3 转子系统动力学与振动问题

旋转机械在工业部门中被广泛应用，重大旋转机械设备如航空发动机、火箭发动机、汽轮机、压缩机、鼓风机、给水泵、核主泵等，在航空航天、能源动力、交通运输等行业中发挥着重要的作用。旋转机械中的转轴以及安装在其上的叶片、轮盘或叶轮等旋转类部件统称为转子系统。转子系统是旋转机械的核心结构系统，航空发动机、汽轮机、压缩机等典型旋转机械都是以转子系统作为功能实现的主体，也是要求确保安全运行的关键对象。由于很多情况下轴承、轴承座等相关结构对转子的动力学特性有较大影响，也可以将轴承、支承甚至机械基础纳入转子系统。转子动力学就是处理机械装置中的旋转部件即转子(由铰接或轴承支承、以一定角动量绕定轴回转的旋转部件)的相关动力学问题的学科，是机械系统动力学的一个分支。

转子动力学的研究已经有上百年的历史。1869 年兰金(Ran Kine)关于旋转轴的离心力的论文是关于转子动力学研究的开端，兰金定义了柔性旋转系统的所谓临界转速。19 世纪末蒸汽轮机的发展，促进了对高转速机器有关的动力学问题的研究。拉伐尔(De Laval)正确地分析了超过临界转速后转子的行为，成功设计了著名的乳酪分离器和蒸汽轮机。从此，涡轮机械的成功设计都离不开对于转子动力学的全面掌握。弗普尔(Foeppl，1895)，贝里佐(Belluzzo，1905)，斯托多拉(Stodola，1905)，杰夫考特(Jeffcott，1919)等最早完成了有关过临界运行的理论解释。早期的实际转子都相对简单，可以用简单的模型如杰夫考特(Jeffcott)转子模型来定性地解释许多重要的实际特征，包括过临界状态的自定心、转子阻尼与静子阻尼不同的影响规律等。

20 世纪初期，燃气轮机与航空发动机的发展进一步推动了转子动力学的研究，研究内容和方向进一步细化，形成了相应的解析理论和分析方法。人们对转子系统的集中质量模型作了很多简化，偏重于定性分析。传递矩阵法适合于分析具有复杂链式结构的转子系统的固有特性。随着有限元技术的发展，利用有限元进行转子系统的建模和动力学分析越来越重要。采用有限元法可以实现对转子系统复杂结构的建模，也可以引入陀螺效应、轴向载荷、内外阻尼、剪切变形以及轴承、基础弹性等因素，实现对流固耦合和多场边界条件的处理，且可以获得足够的建模精度以分析较宽频率范围内的动态特性和动态响应。纳尔逊(Nelson)较早采用了有限元法进行转子系统动力学研究，在拉兰纳(Lalanne)和蔡尔德(Childs)的转子动力学著作中均以有限元模型为基础。根塔(Genta)利用旋转机械整机有限元模型，可以分析常规的转子动力学特性，如临界转速、坎贝尔图、不平衡响应，还可以进一步分析零部件应力以及多工况和多场耦合作用。肯森斯基(Kicinski)详细介绍了以有限元法为基础、进行转子-轴承-支承系统建模以及非线性响应分析的理论与方法，并在汽轮发电机组轴系设计与故障诊断中加以应用。费舍(Fischer)等采用有限元法分析了滚动轴承间隙、油轴承的油膜涡动、干摩擦等非线性特性。

目前，转子动力学的研究内容主要包括转子弯曲振动的形式、临界转速特性、不平衡响应和稳定性，此外还涉及转子动平衡、瞬态响应分析等，有些需要进行转子系统的扭转振动分析。转子动力学研究也向更多相关学科扩展，如转子系统的振动与噪声、强度疲劳与可靠性、状态监测与故障诊断、被动与主动控制等，相关领域的研究十分活跃，所取得的新理论不断得到应用和检验。转子系统动力学领域的研究还有很多新产生的热点，例如非线性和非稳态转子动

力学以及主动控制旋转机械系统等，人们给予了高度的重视并已经取得了明显的进步。

1.2.4 齿轮系统动力学与振动问题

齿轮是机械传动系统的重要部件，通过主动件与从动件啮合或借助中间件啮合传递动力或运动。齿轮系统由于具有高扭矩、高质量比、高可靠性、高平稳性和高传动效率等优点，被广泛应用于航空航天、交通船舶、汽车与车辆工程、能源动力、工程机械等各个工业领域。齿轮系统动力学特性及振动是机械系统动力学与振动的重要研究内容，它以齿轮副啮合过程的动力学特性为核心，以提高和改善齿轮系统的动力学特性和振动行为为目的，利用机械动力学与振动理论与方法，揭示齿轮系统在传递动力和运动过程中的振动、冲击和噪声的发生及发展规律。

齿轮系统动力学一直受到人们的重视。近20年来，随着相关力学与实验技术的发展，形成了较为完整的齿轮系统动力学基本理论体系，主要包括齿轮系统动力学建模、动载特性、自由振动、振动响应、固有特性及其参数敏感性、振动噪声抑制方法等。

在早期的齿轮系统动力学的研究中，主要将齿轮简化为单自由度振动系统，以啮合冲击作为描述和解释齿轮动态激励与动态响应的基础。后来，将齿轮系统作为弹性机械系统，以振动理论为基础，分析在啮合刚度、传递误差和啮合冲击等作用下的扭转和平移等多自由度齿轮系统的动力学行为。

根据建立齿轮系统动力学模型时所考虑的因素和使用方法，通常可以分为集中质量模型和有限元模型。由于质量集中是齿轮传动系统所具有的明显特点，因此在大量的文献中都采用了集中质量法建立其动力学模型。根据动力学模型的复杂程度通常可将动力学模型分为两大类，即纯扭转动力学模型和平移-扭转耦合动力学模型。前者仅考虑各个构件的扭转自由度而忽略支承刚度的影响，即认为构件的支承刚度足够大而忽略横向振动的自由度，模型相对简单；而后者则要考虑构件支承刚度的影响，除了考虑绕构件自身轴线的扭转自由度外还要考虑构件平移振动的自由度。

在齿轮动载荷模型方面，近年来，人们考虑了啮合参数时变激励。如帕克(Parker)等以弹性动力学为基础建立了行星轮系的纯扭转动力学模型，分析了行星轮系的固有特性及参数敏感性。阿姆巴瑞沙(Ambarisha)等在有限元分析轮齿啮合刚度的基础上，采用集中参数模型研究了行星轮系在啮合刚度激励下的非线性动力学问题，建立了行星轮系的3D有限元(齿圈)/集中参数混合模型，分析了系统振动特性和齿圈变形。

在目前已有的研究成果中，虽然在单级齿轮传动系统动力学模型中已考虑轴承柔性支承的影响，但在齿轮传动系统中考虑轴承影响的研究相对较少。帕克等建立的行星轮系扭转-平动耦合动力学模型，将滚动轴承模拟为线性弹簧柔性支承，分析了行星齿轮传动的固有特性及振动模态等动态特性。李(Lim)、辛格(Singh)对滚动轴承的时变刚度进行了研究并引入了单级平行轴齿轮系统的耦合振动分析。

上述研究虽然包含了许多非线性因素，如时变啮合刚度、传动误差等，但可把这些归结为线性系统的参数振动问题，因此还属于线性理论的研究范畴。目前，人们在齿轮系统的非线性振动研究方面做了许多工作，在建立考虑不同非线性因素的齿轮系统非线性动力学模型的基础上，通过谐波平衡法等进行分析求解，取得了一定的研究成果。

1.3 机械动力学与振动问题的数值模拟方法

一般地,数值模拟是指利用计算机,结合有限元或有限容积等概念,通过数值计算和图像显示的方法,达到对物理问题或工程问题研究的目的。数值模拟也可以理解为利用计算机进行的实验。数值模拟技术诞生于1953年布鲁斯(Bruce)和皮斯曼(Peaceman)模拟的一维气相不稳定径向和线形流。到目前,数值模拟技术已经日趋成熟,成为重要的研究工具和研究策略。

机械动力学与振动理论的研究,除了经典的和现代的力学分析方法以及非线性分析方法之外,数值模拟技术也占有重要的地位。对于复杂机械结构和系统,往往只有通过数值模拟才能获得工程所需要的结果。数值模拟主要包括对所建立的不同形式的机械动力学与振动系统所对应的常微分方程和偏微分方程进行数值求解,以及面向机械结构系统的诸如有限元法建模与求解等内容。

进行机械结构系统动力学与振动问题的数值模拟时,首先要建立反映问题本质的数学模型,即建立反映问题各量之间的微分方程及相应的定解条件。然后,需要寻求高效率、高精确度的计算方法。目前已经发展了许多数值计算方法,包括微分方程的离散化及其求解方法。在确定了计算方法后,需要编制程序和进行计算。对于计算完成后所获得的大量数据,需要通过图形加以显示,即科学计算的可视化。

在机械动力学与振动研究领域,可以采用通用计算机程序编制相应的计算软件,还可以利用许多平台软件,如Mathematica、MathCAD等,进行复杂系统的动力学方程推导与求解。在机械结构系统的有限元分析方面,还可以利用现有大规模有限元软件平台,如ANSYS、ABAQUS、ADINA等。除此之外,MATLAB也具有较强大的计算功能,有利于进行机械动力学与振动分析的数值模拟。在本书中,这些软件和平台都在机械动力学与振动基础理论介绍和典型应用示例中得到使用。

▶▶▶▶ 上篇 基础理论 ◀◀◀◀

2 质点和刚体动力学

本章介绍质点的位置、位移、速度、加速度等基本概念，给出质点沿直线或曲线运动时的描述方法，介绍动能定理以解决质点动力学问题即力与运动的关系，给出刚体运动学的描述方法以及刚体动力学问题的解决方法。

2.1 质点运动学

2.1.1 基本概念

质点运动学给出了质点的运动描述方法，即任一时刻质点的位置、位移、速度、加速度的描述方法。

(1) 位置

通过单轴坐标系上的 s 来定义位置。如图 2.1 所示，原点 O 是轴上的固定点。s 的大小即为质点到原点 O 的距离，而位置的方向性可以通过 s 的代数符号来表示。在图 2.1 所示的情况下，对应的位置 s 为正值。因此，位置是一种既有大小又有方向的矢量。

(2) 位移

位移定义为质点位置的改变量。如图 2.2 所示，当质点从一点移动到另一点时，它的位移可以表述为：

$$\Delta s = s' - s \tag{2.1}$$

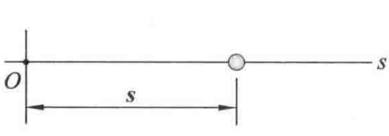


图 2.1 质点位置图

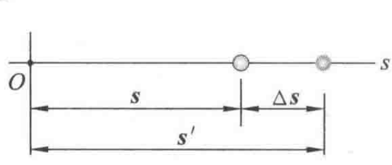


图 2.2 质点位移图

在图 2.2 所示的情况下，由于质点的终点位置沿 s 方向在起始位置的右侧，Δs 为正值；同样，如果终点位置在起始位置的左侧，则得到的 Δs 就为负值。位移也是一个有大小和方向的矢量。位移与质点移动的距离不同，质点移动的距离是对质点在直线上所移动的长度的数量度量。

(3) 速度

如果质点在时间间隔 Δt 内移动的距离为 Δs，那么质点在这段时间间隔内的平均速度为：

$$v_{avg}=\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{2.2}$$

当 Δt 趋近于无穷小时，平均速度就近似为一个瞬时点的速度，由此可得出瞬时速度 $\boldsymbol{v}$ 的表达式：

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{s}}{\Delta t} \tag{2.3}$$

或者

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{s}}{\mathrm{d}t} \tag{2.4}$$

因为 Δt 和 $\mathrm{d}t$ 始终为正值，所以速度的正负是由 Δs 或者 $\mathrm{d}s$ 决定的，而速度的大小则由速率来表示。

(4) 加速度

如果质点在任意两点处的瞬时速度已知，那么在时间间隔 Δt 内质点的平均加速度定义为：

$$\boldsymbol{a}_{avg}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{2.5}$$

式中　$\Delta \boldsymbol{v}$——在时间间隔 Δt 内速度的变化量(m/s)，也即：$\Delta \boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v}$。

与瞬时速度公式相仿，任一时刻的瞬时加速度也可由令 Δt 趋于无穷小得到：

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{2.6}$$

或者

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{2.7}$$

又已知式(2.4)瞬时速度的表达式，式(2.7)可以进一步写成如下形式：

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{s}}{\mathrm{d}t^2} \tag{2.8}$$

通过消去以上公式中的时间变量 $\mathrm{d}t$，可以得到位移与速度之间的关系，如下式所示：

$$\boldsymbol{a}\mathrm{d}s=\boldsymbol{v}\mathrm{d}\boldsymbol{v} \tag{2.9}$$

2.1.2 质点在空间曲线运动时的一般描述

当一个质点沿着曲线路径运动时，所产生的轨迹称为质点的曲线运动。以下采用三维直角坐标系描述质点曲线运动的位置、速度和加速度。

(1) 质点的位置

建立如图 2.3 所示的空间直角坐标系，质点的位置 $\boldsymbol{r}$ 为：

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{2.10}$$

质点与坐标原点的距离为：

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2} \tag{2.11}$$

(2) 质点的速度

对质点的位置 $\boldsymbol{r}$ 求导得到质点的速度 $\boldsymbol{v}$，质点的速度矢量示意图如图 2.4 所示。

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i})+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(y\boldsymbol{j})+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(z\boldsymbol{k}) \tag{2.12}$$