

北京教育科学研究院学业标准项目组
义务教育阶段学业标准与评价丛书

义务教育阶段
学业标准与评价：
：

小学数学

XIAOXUE
SHUXUE

YIWU JIAOYU
JIEDUAN XUEYE
BIAOZHUN YU PINGJIA

贾福录 等著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

北京教育科学研究院学业标准项目组
义务教育阶段学业标准与评价丛书

义务教育阶段
学业标准与评价：
：

小学数学

XIAOXUE
SHUXUE

YIWU JIAOYU
JIEDUAN XUEYE
BIAOZHUN YU PINGJIA

贾福录 等著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

义务教育阶段学业标准与评价. 小学数学 / 贾福录等著.
—北京: 北京师范大学出版社, 2017. 2
(义务教育阶段学业标准与评价丛书)
ISBN 978-7-303-21825-7

I. ①义… II. ①贾… III. ①小学数学课—教学参考资料
IV. ①G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 007383 号

营销中心电话 010-58802181 58805532
北师大出版社高等教育分社网 <http://gaojiao.bnup.com>
电子信箱 gaojiao@bnupg.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com
北京市海淀区新街口外大街 19 号
邮政编码: 100875

印刷: 北京玺诚印务有限公司
经销: 全国新华书店
开本: 787 mm×1092 mm 1/16
印张: 11.25
字数: 168 千字
版次: 2017 年 2 月第 1 版
印次: 2017 年 2 月第 1 次印刷
定 价: 30.00 元

策划编辑: 路 娜 责任编辑: 刘文平 王玲玲
美术编辑: 焦 丽 装帧设计: 焦 丽
责任校对: 陈 民 责任印制: 陈 涛

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58808284

主要编写者

第一部分 小学数学学科学生学业标准

贾福录 范存丽 谭晓培 高 萍

周卫红 张 杰

第二部分 评价方式及评价样例

贾福录 范存丽 谭晓培 高 萍

周卫红 张 杰

第三部分 教学设计样例及评析

四年级：于 萍 陶文迪

五年级：赵 东 赵伯静 周星文

王彦伟 韩玉强 董春艳

六年级：赵 芸 杜春林 王晓松

附 录 义务教育阶段小学数学学科学生学业标准研究与 实践报告

贾福录



序

PREFACE



21 世纪以来的课程改革迄今已经走过 16 年的历程，今年的热点问题“中国学生核心素养”也从理论层面的探讨逐渐进入学校的学科教学领域，成为中小学教师在教育教学中普遍关注的问题。课程改革的深化和核心素养的落实，都与中小学的教育活动和学科教学的改进走向以及如何看待和评价学生的学习质量息息相关。在这种情况下，中小学教师非常渴望获得一套基于国家课程标准、具有较强操作性的学科学业标准，以便科学地指导日常教学设计与教学评价工作。

北京教育科学研究院学业标准项目组持续数年对义务教育阶段的学生学业标准进行研究和实验。2015 年春，该项目的初步研究成果——《义务教育阶段学业标准：研究与实践》于北京师范大学出版社正式出版，其中包括了初中语文、初中数学、初中地理、品德与社会 4 个学科的学业标准。其后，该项目继续深入拓展，到目前完成了义务教育阶段 11 个学科（小学语文、数学、英语、品德与社会，初中语文、数学、英语、物理、化学、历史、地理）的学业标准。学科学业标准的内容结构主要由三部分构成：学生学业标准，包括背景、目的和意义、评价框架、内容标准、学业成就水平描述；评价方式及评价样例，包括评价方式及评价样例、内容标准的评价样例；教学设计样例及评析。部分学科还附有学科学业标准的研究报告，供使用者和研究者进行深入分析和研究参考。

这套“义务教育阶段学业标准与评价丛书”的出版，为中小学各学科依据国家课程标准提升教学质量提供了重要的参照标准，也为“中国学生核心素

养”在学科教学实践中的落实提供了可见的载体与现实的途径。

这套丛书是北京市教育委员会委托项目“首都义务教育阶段学生学业标准的研究”的重要研究成果。此项研究的重要理念之一，是始终强调义务教育阶段学科学生学业标准是在新课程理念的指导下，对课程标准内涵的不断丰富；强调研制学业标准的目的在于改善和提高教师日常教学设计与评价水平，充分发挥评价对教学的诊断和反馈功能。丛书的结构清晰，采用“理论框架设计—学业标准—评价示例—教学设计示例”的结构，为义务教育阶段教师提供学业标准解读评价示例与教学设计示例，为教师在教学实践中正确理解与运用标准提供支持与服务。内容呈现架构也从项目研究早期研制的由内容和能力两个维度构成的基础理论框架，扩展到内容、能力、情感态度价值观三个维度的建构，并力图在内容标准中渗透情感态度价值观的具体要求。在此基础上，又将部分原有仅适用于描述合格水平的内容标准条目，进一步拓展、区分、细化为包括合格、良好、优秀3个学业水平的内容标准条目。该套丛书强调基于学业标准学科教学与评价示例等的实践操作研究，每个学科都提供了学业标准的评价示例和教学设计示例，供教师在日常教育教学实践中落实学业标准参考。

该项研究的一部分工作是在中小学教学一线展开的，实践中的研究结果表明，科学的学科学业标准对促进广大中小学教育工作者全面、细致、深入理解和实践学科课程标准，对区域考试评价改革以及教师日常教学实践具有很好的指导作用。

项目团队由来自多个专业领域的研究人员构成。心理和教育测量研究小组负责学业标准的顶层设计。教学研究小组负责各学科学业标准的研制及教学与评价的示例设计与实践验证。课程标准研究小组重点负责学业标准的审定。研究团队中的各专业小组均以文献研究法、专家研讨法、访谈法、数据分析法为基础，并重点探讨了通过调查法、测验法、口语报告法等实证研究方法修订学业标准。在取得成果的同时，也为学业标准领域未来研究提供了专业领域人员构成方式、分工合作机制以及方法整合等方面的典型范例。

最后，还要感谢北京师范大学出版社为该套丛书出版提供的大力支持！

耿申

2016年12月



序 二

PREFACE



近期，教育部发布中国学生发展核心素养体系，学生发展核心素养研究与实践将成为未来教育教学改革的重要与关键问题。“义务教育阶段学业标准与评价丛书”基于当前义务教育教学现状及实证诊断分析，是对教育部颁发的义务教育各学科课程标准(2011年版)的进一步解读，从课程标准内涵、学生发展核心素养、学业成就等角度进行了深入研究与丰富细化。

呈献在广大教师面前的这套丛书，共涉及中小学 11 个学科，是北京教育科学研究院项目团队集体研究成果。全部书稿均包括以下三个部分：第一部分为学生学业标准，包括背景、目的和意义、评价框架、内容标准、学业成就水平描述；第二部分为评价方式及评价样例；第三部分为教学设计样例及评析。部分书稿还呈现了学科学业标准的研究与实践报告。

该研究成果从某种意义上说，不是写出来的，是做出来的，是实践探究出来的，凸显了以下几个特点。

在研究团队构成方面，突出分工协作、团队合作，形成学习、合作、研究的共同体。其中，评价团队负责学业标准的顶层设计、文献研究和框架建构；教学研究团队负责学科学业标准的研制，以及教学与评价的样例设计与实践；教学专家团队负责学业标准的审定。

在研究价值方面，强调义务教育阶段学科学业标准是在新课程理念指导下对课程标准内涵的不断丰富，旨在改善、提高教师日常教学评价水平，充分发挥评价对教学的诊断、反馈功能，促进广大中小学教育工作者全面、细致、深入地理解、实践课程标准。这对于区域考试评价改革以及教师日常

教学实践具有很好的指导作用。

在研究视野方面，重视汲取国内外理论与实践成果。由于国内关于学科学生学业标准的研究属于新的开拓性研究课题，项目组基于国际视野，学习与借鉴最新的、前瞻性的丰富研究成果，包括 TIMSS、NAEP、PISA、美国《州共同核心标准》等。

在研究方法方面，以文献研究法、专家研讨法、访谈法、数据分析法为基础，重点探讨如何通过测验法、口语报告法等实证研究方法修订学业标准。

在研究内容方面，呈现结构化系列，体现为：评价框架—学业标准—评价样例—教学设计样例。这为义务教育阶段教师基于教学实践的学业标准解读评价样例与教学设计样例，为教师在教学实践中正确理解与运用学业标准提供了支持与服务。

在评价框架建构以及内容标准研制方面，框架建构更为全面，由内容、能力两个维度发展到内容、能力、情感态度价值观三个维度的建构，并力图在内容标准中对情感态度价值观进行分解呈现；内容标准对课程标准的学段表现分解细化为不同发展水平(合格、良好、优秀)的呈现。

在本丛书出版之际，需要说明的是，本次出版的书稿是对 2011 年以来课题研究成果的进一步扩展、丰富与深化。主要体现在，从原有课题研究的 4 个学科(初中语文、初中数学、初中地理、品德与社会)拓展到义务教育阶段的中小学 11 个学科，并独立成书出版；从侧重学业标准课题研究发展到强调基于学业标准的学科教学与评价样例等的实践操作研究，每个学科都提供了基于学业标准的丰富的评价样例以及教学设计样例，供教师在日常教育教学实践中落实学业标准参考；研究的目的是更聚焦于服务教师，指向改善、提高教师日常教学评价水平，充分发挥基于学业标准的教育教学评价对教学的诊断、反馈功能。

值得欣喜的是，本丛书是义务教育阶段学科学生学业标准的研究成果，为北京市教育委员会 2012 年、2013 年、2015 年委托资助项目，相关领导多次参加学业标准研讨会，并给予指导及支持。

衷心感谢北京市教委、北京教育科学研究院各位领导的长期关注与指导，以及兄弟区教研部门负责同志的大力协助，特别是广大教科人员的积极参与和倾情付出。最后，对北京师范大学出版社提供的出版支持致以谢意！

贾美华

2016 年 12 月



目 录
CONTENTS



第一部分 小学数学学科学生学业标准	1
一、背景	1
二、目的和意义	2
三、评价框架	3
四、内容标准	5
五、学业成就水平描述	39
第二部分 评价方式及评价样例	44
一、评价方式	44
二、评价样例	45
第三部分 教学设计样例及评析	56
一、四年级教学设计样例及评析	56
二、五年级教学设计样例及评析	76
三、六年级教学设计样例及评析	125
附 录 义务教育阶段小学数学学科学生学业标准研究与 实践报告	150

第一部分 小学数学学科学生学业标准

一、背景

《国家中长期教育改革和发展规划纲要（2010—2020年）》中明确指出：“把提高质量作为教育改革发展的核心任务。树立科学的质量观，把促进人的全面发展、适应社会需要作为衡量教育质量的根本标准。”“提高义务教育质量。建立国家义务教育质量基本标准和监测制度。严格执行义务教育国家课程标准、教师资格标准。”2011年，《北京市中长期教育改革和发展规划纲要（2010—2020年）》发布，其中明确提出：“建立全市义务教育质量标准和监测制度。巩固小学和初中建设成果，加强对义务教育学校的办学水平和教学质量的督导，着力促进学校内涵发展。以提高质量为核心，凝练办学特色，提高办学水平。”随着各学科课程标准的颁布，尤其是2011年年底义务教育阶段

课程标准的修订，国家将对义务教育质量的要求体现在教育教学标准的研制和实施方面，而学生学业标准是其中的主要组成部分。

《义务教育数学课程标准(2011年版)》[以下简称《数学课程标准(2011年版)》]规定了义务教育阶段学生进行数学学习的内容和经过一段时间学习后所应达到的知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观的目标，体现了国家对中小学生在数学学科领域所应具备的基本素养的要求，是教师教学的指导纲领和依据。随着义务教育新课程的实施，小学数学课堂教学质量稳步提升，教学内容的逐步调整，教学方式和学习方式的变革，为学生提升综合素质创造了良好的条件。但是，广大教师在教学一线中也生成了对课程标准如何进一步深入理解与执行的新问题，课程标准的高度概括化不能满足教师的教学评价需求，因此需要对基于学科课程标准的学生学业标准做跟进研究。

为更好地贯彻落实《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020年)》，进一步提高义务教育教学质量，指导学校、教师有效推进课程改革的全面深化，需要在总结十余年课程改革经验的基础上，在课程改革的全面深化阶段制定更具长远性、更符合实际情况的各学科学生学业标准。因此，制定深入、细致、具有针对性的义务教育阶段数学学科学业标准势在必行。

二、目的和意义

通过制定义务教育阶段小学数学学科学业标准，旨在为教学过程、学习过程提供具体依据和指导；为全方位、准确地评价学生的学业水平提供依据；促进小学数学课堂教学质量的提升。

义务教育阶段小学数学学科学业标准将充分考虑小学数学教学的实际，使课程标准的内容进一步具体化、可操作化，提供更丰富、更详细的评价方式建议和案例。该学业标准将搭建起课程标准与教学实践之间的桥梁，将有助于教师更准确、更规范地理解和落实课程标准。此次研制的学业标准不仅将内容领域进行了丰富和具体化，更关注能力领域中内容维度、水平维度的发展标准。此外，该学业标准还将为学校 and 教师开展学生学业评价提供重要的资源。

三、评价框架

(一)依据

义务教育阶段小学数学学科学生学业标准是以教育部颁布的《数学课程标准(2011年版)》为依据,结合义务教育小学数学教学的实际情况,在多年来对义务教育教学质量分析与评价反馈系统方案及测试结果分析和小学数学学科能力标准研制的基础上制定的。

(二)特点与说明

1. 特点

(1)本框架是在《北京市义务教育教学质量分析与评价反馈系统数学学科学生学业水平测试方案》基础上对课程标准的深入研究。

(2)本框架关注义务教育小学阶段不同年级学生的数学学业要求。将《数学课程标准(2011年版)》第一、二学段的总体目标分解到一至六年级(共六个年级)。并细化每个年级对课程内容不同学习水平的描述,分成优秀、良好、合格三个层次。本次学业标准仅将四、五、六三个年级的目标进行了细化,以后会逐渐增加其他年级的细化目标。

(3)本框架对《数学课程标准(2011年版)》中内容标准的各个要点进行了四级编码,其中依据《数学课程标准(2011年版)》的内容标准列出一级、二级主题和内容标准,在此基础上进行分解,细化成内容标准细目。以表格方式呈现,条理更加清晰。对每一条内容标准,用与各个能力层次要求对应的行为动词进行表述,提高了教学和评价的可操作性。

(4)本框架不仅关注学生掌握必备的数学基础知识和基本技能的情况,更关注学生数学能力的发展。主要体现在对学生数学学科学业水平描述的用词方面、评价方式方面、教学设计样例中的目标解析及过程安排方面。

(5)本框架倡导评价方式的创新。除了纸笔测验外,还提供了学生自主评价、设计实践活动任务单、撰写数学日记等多种评价方式,可以多角度地评价教学和学习效果。

(6)本框架结合提供的教学设计案例,详细解读了本学业标准的要求和达成形式及结果,可以指导教师和学生更好地理解学业标准,规范教学过程,

提升教学质量。

2. 说明

义务教育阶段小学数学学科学生学业标准的框架包括数学内容领域、能力领域、总体学业水平描述，共三个部分。

依据《数学课程标准(2011年版)》，将数学内容分为数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践四个分领域，数学能力包括知识技能、数学思考和问题解决三个分领域。依据涉及的知识点对具体内容进行了四级编码，并用不同的认知行为动词体现对能力的具体要求。其中一、二、三级代码分别对应《数学课程标准(2011年版)》中的内容领域、各内容领域的子领域、内容标准的细化，四级代码对应具体的知识内容和要求。例如，五年级数与代数中“1.1.2.2”代表一级主题为第一个，数与代数；二级主题为第一个，数的认识；三级内容标准为第二个，“在1~100的自然数中，能找出10以内自然数的所有倍数”；四级内容标准细目为第二个，“在1~100的自然数中，能有序找出10以内自然数的所有倍数”；学业水平层次是良好。总体学业成就水平分三个年级呈现，将学生经历每一学年后的总体行为目标进行了描述和水平界定。

学业标准以数学内容为线索，参考了布卢姆认知目标分类的内容，体现了对数学能力的要求。一般而言，本框架中，用了解、知道、说出、列举、识别等描述知识技能；用理解、说明、举例说明、会等描述数学思考；用运用、判断、解释、反思、积累、设计等描述解决问题。(见表1-1)

表 1-1 数学能力领域目标对应的行为动词

目标	具体要求	对应的行为动词
了解	从具体实例中知道或举例说明对象的有关特征；根据对象的特征，从具体情境中辨认或者举例说明对象	说出，列举，举例说明，识别，知道
理解	描述对象的特征和由来，阐述此对象与相关对象之间的区别和联系	会(会操作、计算、表示、记录、观察等)，描述，阐述
运用	综合使用已掌握的对象，选择或创造适当的方法解决问题	运用(运用……判断、选择、解释、设计等)，反思，积累

四、内容标准

(一)数与代数领域学生学业内容标准

1. 四年级

此领域在四年级要求学生认识万以上的数，了解十进制计数法，会用万、亿为单位表示大数；结合实际情境感受大数的意义，并能进行估计；会用数描述事物的某些特征，进一步体会数在日常生活中的作用；理解小数的意义，能比较小数的大小；了解负数的意义，会用负数表示日常生活中的一些量；能计算三位数乘两位数的乘法、三位数除以两位数的除法；能进行简单的整数四则混合运算；探索并了解运算律，会应用运算律进行一些简便运算；在具体运算和解决简单实际问题的过程中，体会加与减、乘与除的互逆关系；能进行小数加、减计算并解决简单的实际问题；了解常见的数量关系，总价=单价×数量、路程=速度×时间，并能解决简单的实际问题；在解决问题的过程中，能选择合适的方法进行估算；能借助计算器进行运算，解决简单的实际问题，探索简单的规律。（见表 1-2）

表 1-2 四年级数与代数内容标准

一级主题	二级主题	内容标准	内容标准细目	学业水平层次		
				合格	良好	优秀
1. 数与代数	1.1 数的认识	1.1.1 在具体情境中，认识万以上的数	1.1.1.1 借助数位顺序表，认识数级，认识万以上数的数位和计数单位；能正确读、写大数	√		
			1.1.1.2 能够和万以内数联系，扩展对数位顺序表的认识；能够概括出读、写大数的方法		√	
		1.1.2 了解十进制计数法	1.1.2.1 借助数位顺序表，进一步认识位值，了解十进制计数法	√		
			1.1.2.2 了解十进制计数法的历史，知道除了十进制计数法还有其他进制计数法		√	

续表

一级主题	二级主题	内容标准	内容标准细目	学业水平层次		
				合格	良好	优秀
1. 数与代数	1.1 数的认识	1.1.3 比较万以上数大小	1.1.3.1 会比较两个大数的大小，能够概括出比较万以上数的大小的方法	√		
			1.1.3.2 在具体情境中会比较多个万以上数的大小		√	
			1.1.3.3 通过比较万以上数的大小，进一步深化对数位、计数单位、位值的认识			√
		1.1.4 改写成用万、亿作单位的数	1.1.4.1 会把大数改写成用万、亿作单位的数	√		
			1.1.4.2 在实际情境中理解改写成用万、亿作单位的数的意义和作用		√	
			1.1.4.3 通过大数的改写，进一步深化对数位、计数单位、位值的认识			√
		1.1.5 用四舍五入法省略大数的尾数	1.1.5.1 结合实际情境了解近似数的含义，会根据要求用“四舍五入”法求一个数的近似数	√		
			1.1.5.2 在具体情境中，会判断近似数和准确数		√	
			1.1.5.3 会在具体情境中选用恰当的近似数或准确数来表示实物数量的多少			√
	1.1.6 认识自然数	1.1.6.1 了解数产生的历史，认识自然数	√			
		1.1.6.2 知道最小的自然数是0，没有最大的自然数，自然数的个数是无限的		√		
	1.1.7 结合现实情境感受大数的意义，并能进行估计	1.1.7.1 结合现实情境感受大数的意义，并能对大数进行估计	√			
		1.1.7.2 通过尝试、探究，能运用恰当的策略对大数进行合理的估计		√		
		1.1.7.3 在对大数的估计过程中，能合理选用数的单位			√	

续表

一级主题	二级主题	内容标准	内容标准细目	学业水平层次		
				合格	良好	优秀
1. 数与代数	1.1 数的认识	1.1.8 会运用数描述事物的某些特征,进一步体会数在日常生活中的作用	1.1.8.1 在实际生活中,知道用数可以描述事物的某些特征(如身份证号码的含义)	√		
			1.1.8.2 会运用数描述事物的某些特征(如尝试为本班学生编学号),进一步体会数在日常生活中的作用		√	
		1.1.9 能结合具体情境,理解小数的意义	1.1.9.1 结合具体情境,能说出小数所表示的意义;能正确读、写小数	√		
			1.1.9.2 结合具体情境,能尝试描述小数与分数的关系,认识小数是特殊的分数		√	
			1.1.9.3 在交流与反思活动中,沟通小数、整数、分数的联系			√
		1.1.10 认识小数的计数单位	1.1.10.1 认识小数的数位、计数单位及相邻单位间的进率,认识小数的数位顺序表	√		
			1.1.10.2 能主动沟通小数与整数的数位、计数单位的联系,扩展对数位顺序表的认识		√	
		1.1.11 理解小数的性质	1.1.11.1 能结合具体实例,知道小数的性质,会按要求化简小数	√		
			1.1.11.2 能尝试从多个角度解释、理解小数的性质,并会在具体情境中应用		√	
		1.1.12 会比较小数的大小	1.1.12.1 在具体情境中,会比较两个小数的大小,能够概括出比较小数的方法	√		
			1.1.12.2 在具体情境中,会比较多个小数的大小		√	
			1.1.12.3 通过比较小数的方法,进一步深化对数位、计数单位、位值的认识			√
		1.1.13 理解小数点位置移动引起小数大小变化的规律	1.1.13.1 认识小数点位置移动引起小数大小变化的规律,并会按数的大小变化的要求移动小数点的位置	√		

续表

一级主题	二级主题	内容标准	内容标准细目	学业水平层次		
				合格	良好	优秀
1. 数与代数	1.1 数的认识	1.1.13 理解小数点位置移动引起小数大小变化的规律	1.1.13.2 能通过观察、操作、交流等活动，主动探索小数点位置移动引起小数大小变化的规律		√	
			1.1.14 能进行小数的改写	1.1.14.1 利用对小数意义的理解及单位换算的方法，进行小数的改写	√	
		1.1.14.2 通过对小数的改写进一步深化对小数意义的理解			√	
		1.1.15 会求小数的近似数	1.1.15.1 结合实际情境理解近似数的意义，会根据要求用“四舍五入”法求一个小数的近似数	√		
			1.1.15.2 在解决具体问题的情境中，能主动探索求一个小数近似数的方法，感受近似数的价值		√	
		1.1.16 在熟悉的生活情境中，了解负数的意义，会用负数表示日常生活中的一些量	1.1.16.1 能在熟悉的生活情境中，了解负数的意义；会正确读写负数；会用正数、负数表示一些生活中具有相反意义的量	√		
	1.1.16.2 能结合具体生活情境理解负数产生的必要性，感受负数的价值			√		
	1.1.16.3 通过在数线上表示负数，知道负数与0和正数的关系，扩展对数的认识				√	
	1.2 数的运算	1.2.1 能进行三位数乘两位数的运算	1.2.1.1 理解三位数乘两位数的意义，会正确计算三位数乘两位数	√		
			1.2.1.2 利用已有的知识经验，能主动探索三位数乘两位数的方法，解释算理、提炼出算法并与同学交流		√	
1.2.1.3 进一步理解整数乘法的意义，能沟通整数乘法算理与算法的联系					√	