省部级示范性高等职业院校重点专业建设规划教材

水力学实验

主编　朱李英

主审　田明武

黄河水利出版社

省部级示范性高等职业院校重点专业建设规划教材

水力学实验

主　编　朱李英
副主编　李　娜　王巧霞
主　审　田明武

黄河水利出版社
·郑州·

内 容 提 要

本书是省部级示范性高等职业院校重点专业建设规划教材，是为适应现代高职教育培养应用型、技能型人才的需求，结合示范建设对专业改革发展的要求，按照教育部颁布的水力学实验课程标准编写完成的。本书是为水力学课程实验编写的教材，共分 4 个项目，包括水力学实验综合认知、水力学基础参数的测量、操作验证类实验、综合设计类实验等。

本书为高职高专水利水电建筑工程、水利工程、水利工程监理、水利工程施工、城市水利等专业的通用教材，也可作为其他专业教材或教学参考书，同时也可作为水利技术人员的学习参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

水力学实验/朱李英主编. —郑州:黄河水利出版社，2014.7

省部级示范性高等职业院校重点专业建设规划教材

ISBN 978-7-5509-0844-4

Ⅰ.①水… Ⅱ.①朱… Ⅲ.①水力实验-高等职业教育-教材 Ⅳ.①TV131

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 183272 号

组稿编辑:王路平　电话:0371-66022212　E-mail:hhslwlp@163.com

出 版 社:黄河水利出版社

地址:河南省郑州市顺河路黄委会综合楼 14 层　邮政编码:450003

发行单位:黄河水利出版社

发行部电话:0371-66026940、66020550、66028024、66022620(传真)

E-mail:hhslcbs@126.com

承印单位:河南地质彩色印刷厂

开本:787 mm×1 092 mm　1/16

印张:6.5

字数:150 千字　印数:1—2 000

版次:2014 年 7 月第 1 版　印次:2014 年 7 月第 1 次印刷

定价:16.00 元

前 言

本书是根据国家“十二五”教育发展规划纲要及《中共中央　国务院关于加快水利改革发展的决定》(2011 中央 1 号文件)、《国家中长期教育改革和发展规划纲要》(2010～2020 年)、《教育部关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》(教高〔2006〕16 号)、《教育部关于推进高等职业教育改革创新引领职业教育科学发展的若干意见》(教职成〔2011〕12 号)等文件精神,按照现代水利职业教育要求,在总结水利类高等职业教育多年教学改革经验的基础上,在全国水利水电高职教研会指导下,结合示范建设对专业改革发展的要求编写的教材。

本套教材以学生能力培养为主线,融“教、学、练、做”为一体,体现实用性、实践性和创新性的特色,是一套紧密联系生产实际的高职高专教育精品规划教材。

水力学是水利类各专业的一门重要的专业基础课程,水力学教学包括理论教学和实验教学两部分。水力学实验实训在水力学学科发展中占有重要的地位,是整个水力学理论教学不可替代的环节。其重要性在于加强学生对水流现象的感性认识,验证所学理论,掌握基本的水力要素测试技术和方法,认知典型水流流态特征、特点,培养学生基本的实验技能和科学研究的严谨作风,为学生今后进一步深造和工作打下良好的基础。

目前,许多院校使用的是紧扣实验教学内容的实验报告,对实验中的测试技术和方法介绍总结较少。基于这方面的缺陷,本书编写过程中贯彻理论联系实际、学以致用的原则,注重实践创新,结合水力学开放实验的特点,力求教材内容符合学生的认知规律,便于学生独立操作。

本书是在教研室全体同仁多年的水力学理论教学和实验实训教学经验总结的基础上完成的。本书在编排上尽量由浅入深,在实验项目设计上具有较强的完整性、实用性、独立性、系统性、正确性和科学性,内容涵盖了水力学教学大纲要求的所有实验。

本书由四川水利职业技术学院承担编写工作,编写人员及编写分工如下:朱李英编写项目 1、项目 2、项目 3 任务 1 至任务 4,李娜编写项目 3 任务 5 至任务 15、项目 4 任务 1,王巧霞编写项目 4 任务 2 至任务 4。本书由朱李英担任主编并负责全书统稿,由李娜、王巧霞担任副主编,由田明武担任主审。张智涌、潘妮等老师对本书的编写提出了很好的建议和意见。

本书在编写过程中,学习和借鉴了很多参考书,同时得到了相关兄弟院校的大力支持,在此,对相关作者表示衷心的感谢!

对书中存在的不足之处,恳请读者批评指正,多提宝贵意见。

编　者

2014 年 5 月

目 录

项目1 水力学实验综合认知

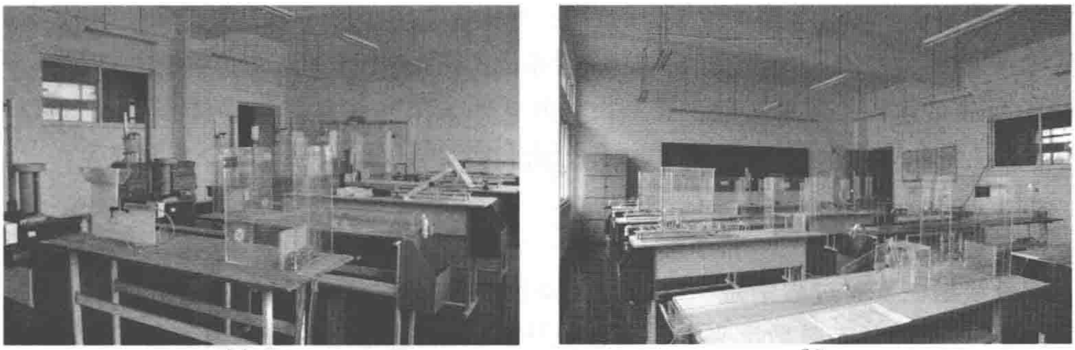
任务1 水力学实验的任务和研究方法

1 水力学实验的任务

人们通过生产实践,逐步认识了自然现象的本质,经过总结提高,上升为理论,然后指导实践。水力学这门课程就是人类在长期与水害斗争中不断总结发展起来的。水力学的研究方法一般有理论分析、实验研究和数值模拟三种,由于水力学问题影响因素错综复杂,以及数学上求解的困难,许多实际流动问题目前还难以通过理论方法精确求解。而水力学实验就是人为地排除某些干扰,抓住主要因素,忽略次要因素,控制或模拟水流的各种现象,进行理论验证和探索水流规律的一种特定的科学实践活动。在实际工程中,利用模型实验来研究水的流动现象及其与建筑物的相互作用,从而验证及优化设计施工方案已经非常普遍。因此,水力学实验的任务不仅是配合理论课讲解、巩固和验证所学的理论知识,更重要的是使学生受到基本实验技能的训练和进行科学实验能力的培养。

实验实训的目的主要是培养学生三方面能力,即对水流的认知、基本实验能力和综合设计实验能力。水流认知的目的在于通过实验实训,让学生对实践中的典型水流流态、水流过程及其主要特征有一个较全面的认识,以便于在其他专业课程学习及实际工作中能够科学、合理地应用水流特点服务于学习工作,服务于实际工程;基本实验能力表现在一般的实验技能和操作技能方面;综合设计实验能力结合水力学知识及其工程应用,要求学生自行设计实验方案,利用实验装置综合分析,探索新知识,写出具有一定深度的实验报告,达到培养学生具有知识应用能力和创新能力的目的。

常规水力学实验实训室见图1-1。



(a) (b)

图1-1 常规水力学实验实训室

2　水力学实验的研究方法

按照运动的相对性理论,水力学实验研究的方法大体可以分为两类:一类是流体不动、物体运动的研究方法,如船舶和飞机的航行阻力实验等;另一类是物体不动、流体运动的研究方法,这种方法在水力学实验中得到广泛应用,如研究水流在不同边界条件下的水流流态等。

大多数实验一般在实验室利用通用实验设备进行,部分实验特别是生产性实验一般要在室内或室外修建的专门模型上进行。生产模型水力学实验见图 1-2。

(a)　　　(b)

图 1-2　生产模型水力学实验

任务 2　水力学实验的基本知识

实验是人们认识自然规律的重要手段,是科学研究的基础,是校验理论的主要途径。水力学实验的目的除培养能力、掌握测量技术外,主要是增加感性认识,验证、巩固、拓宽理论知识,提高理论分析的能力等。每个教学实验都有它一定的目的,只要具有严肃认真的态度,独立思考地完成,就能取得预期的效果。每个实验过程大体分为以下 5 个步骤:①根据实验目的,对照实验仪器,设计实验方案(包括操作程序);②根据实验原理设计记录表格和计算表格;③按设计的实验方案进行实验,并将实验数据记录在表格内;④按规定对实验数据进行处理,得出实验结论,并进行误差分析;⑤编写实验报告。

为了能够达到培养学生实验能力的目的,实验前学生必需详细阅读实验指导书,参阅有关教材,明确实验目的和要求,熟悉实验仪器和设备、有关原理和实验步骤(指导书中未列出步骤的,学生必须自己拟定实验步骤并设计好记录表格)、注意事项等,做到实验前心中有数。下面主要介绍数据的记录、处理、误差分析和实验报告的整理等四个方面内容。

1　数据的记录

记录数据在实验过程中是一项非常重要的工作,它关系到整个实验的成败。在科学与工程中,该用几位有效数字来表示测量或计算结果,总是以一定位数的数字来表示。不是说一个数值中小数点后面位数越多越准确。实验中从测量仪表上所读数值的位数是有限的,在我们测量与计算的实践中,关于数字位数的取法应根据仪器的精度以及有效数字的运算法则来决定。

从仪器上读取数值时，在最小刻度值之间还应估读一位数字，估读的是欠准值。在估读的欠准值之前的数是准确数，是由仪表刻度指示的数字或数字仪表上稳定的数字。准确值和欠准值在一起构成有效数字的位数。例如，一般测压计的最小分划值为 1 mm，估读的欠准值可达 0.1 mm。因此，若测压计的读数是 154.3 mm，则有 4 位有效数字；如果压力不大，也可能只有 3 位有效数字或 2 位有效数字，如 76.5 mm 或 7.9 mm，但是无论如何也读不到小数点后的第二位数字。因而如有读数 76.55 mm，则末位读数是无意义的，就仪器本身的精度而言只能得到读数 76.5 mm；同时，也不能丢掉有效数字的位数，如欠准值正好是零时，应记为 76.0 mm，而不能记为 76 mm，否则就丢掉了一位有效数字。

有效数字有着明确的意义。如水银温度计读数正停在 14 ℃上时，应记为 14.0 ℃，意味着此时的温度可能是 13.9 ℃，也可能是 14.1 ℃，当然也可能是 14.0 ℃，如果将此时的温度记为 14 ℃，那意味着此时的温度可能是 13 ℃，也可能是 14 ℃。可见，这两种表示方法的意义是完全不一样的。也有另外一种情况，如某物体长度为 0.004 50 m，它的实际意义是 4.50 mm，有效数字是 3 位，如必须以 m 为度量单位，则应写成 4.50×10^{-3} m，有效数字仍为 3 位。

在 0.004 50 m 的表示中，小数点后面增加了两个“0”，并不能改变有效数字的位数。通常在这种情况下，采用 4.50 mm 或 4.50×10^{-3} m 两种写法。

因此，记录实验数据时，应根据有效数字的取舍法则来决定。

1.1 记录

(1)记录测量值时，只保留一位欠准值数字。

(2)一般在表示欠准值数字的末位上有 ±1 或 ±2 单位的误差。

(3)书写不带误差的任一数字时，由左起第一个不为零的数一直到最后一个数为止都是有效数字。如常数 π 的有效数字需要几位就写几位。

1.2 计算

不同位数的有效数字经过运算后取多少位？从直接测量取得读数以后，还需要进行各种运算，特别在用计算器计算所得的数据位数很多时，应如何取舍？对于进行运算后的结果的整理，其有效数字的取舍需要遵循下列原则。

(1)当有效数字位数确定后，其余数字一律舍弃。舍弃办法是四舍六入，即末位有效数字后边第一位小于 5，则舍弃不计；大于 5 则在前一位数上增 1；等于 5 时，前一位为奇数，则进 1 为偶数，前一位为偶数，则舍弃不计。这种舍入原则可简述为：“小则舍，大则入，正好等于奇变偶。”如保留 4 位有效数字：

$$3.717\,29\rightarrow3.717$$
$$5.142\,85\rightarrow5.143$$
$$7.623\,56\rightarrow7.624$$
$$9.376\,56\rightarrow9.376$$

(2)在加减计算中，各数所保留的位数，应与各数中小数点后位数最少的相同。例如，将 24.65、0.008 2、1.632 三个数字相加时，应写为 24.65 + 0.01 + 1.63 = 26.29。

(3)在乘除运算中，各数所保留的位数，以各数中有效数字位数最少的那个数为准；其结果的有效数字位数亦应与原来各数中有效数字最少的那个数相同。例如，0.012 1 ×

$25.64 \times 1.057\ 82$ 应写成 $0.012\ 1 \times 25.64 \times 1.06 = 0.328$。上例说明，虽然这三个数的乘积为 0.328 182 3，但只应取其积为 0.328。

(4)在对数计算中，所取对数位数应与真数有效数字位数相同。例如：$\lg 3.474 = 0.540\ 8$。

(5)大位数或特小位数可用 10 的次方表示。例如：$Re = 3.830 \times 10^5$，有效数字为 4 位，如写成 $Re = 383\ 000$，则有效数字就成了 6 位，与实验的精度不合。

(6)平均值的计算。在计算平均值时，若为 4 个或超过 4 个数相平均，则平均值的有效数字位数可增加一位。

(7)乘方与开方运算。在做乘方与开方运算时，运算结果要比原数据多保留一位有效数字。

2　数据的处理

数据的处理就是将收集的数据按照一定规律和形式表示成实验的成果，其表示方法主要有列表法、图形表示法、方程表示法三种。

2.1　列表法

将各变量之间的函数关系用表格的形式表示出来，实质上就是函数式的计算表格，所以又称函数表。列表时应注意按自变量增大或者减小的顺序排列，因变量与其一一对应，自变量间的差值要适当，差值过大使用时内插不准确，过小又会增大表格篇幅，表中应注明各变量的名称、符号和单位，必要时还要加上表注。

列表法的优点是简单易做，数据应用比较方便，在表中可以清楚地看出因变量和自变量的变化关系。例如，表 1-1 为纯水在一个标准大气压下容重 γ 随温度 t 的变化情况。

表 1-1　纯水在标准大气压下的容重随温度的变化

温度(℃)	0	5	10	15	20	25	30
γ(kN/m³)	9.805	9.807	9.804	9.798	9.789	9.777	9.764
温度(℃)	40	50	60	70	80	90	100
γ(kN/m³)	9.730	9.689	9.642	9.589	9.530	9.466	9.399

表 1-1 只是两个变量间的关系，在实际工作中，还有三个变量和四个变量间的列表法。

三个变量的列表法将表格中的第一行表示一个变量，第一列表示另一变量，表中其他各行列皆为第三变量，例如，表 1-2 中表示静水总压强 p 和有压管长度及有压管倾斜程度的关系，由式(1-1)列表，式中 γ 为水的容重，取 $\gamma = 9.8\ \mathrm{kN/m^3}$。

$$p = \gamma L \sin\alpha \tag{1-1}$$

四个变量的列表法一般由几张表格组成一组表格，列表时将变化范围小、连续性差的变量按一定差值记在表格顶部，然后按照三个变量的列表方法进行列表。

例如，水力学中的谢才－曼宁公式含 v、n、R、i 四个变量，列表时将 n 以一定差值放在表顶部，如 n 为 0.02、0.022 5、0.025…，按三变量列成表 1-3 形式的表格。

表 1-2 三个变量列表法

L(m)	α(°)			
	30	45	60	90
0.1	0.49	0.69	0.85	0.98
0.2	0.98	1.39	-1.70	1.96
0.3	1.47	2.08	2.55	2.94

$$v = \frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}i^{\frac{1}{2}} \tag{1-2}$$

式中 v——断面平均流速,m/s;

R——水力半径,m;

n——反映壁面粗糙对水流影响的系数,称为粗糙系数或糙率;

i——明渠底坡坡度。

列表法最多只能用于四个变量的函数式,所以有一定的局限性。

表 1-3 四个变量列表法

R(m)	n=0.022 5					
	i					
	0.000 1	0.000 2	0.000 3	0.000 4	0.000 5	0.000 6
1	0.444	0.629	0.770	0.889	0.994	1.089
2	0.706	0.998	1.222	1.411	1.578	1.728
3	0.924	1.307	1.601	1.850	2.067	2.265
4	1.120	1.584	1.940	2.240	2.504	2.743
5	1.300	1.838	2.251	2.599	2.906	3.183

同时,在列表时应注意以下问题:

(1)表的名称及说明。表的名称应简明扼要,一看就可知其内容。如遇过简不足以说明意愿,应在名称下面或表的下面附以说明,并注明数据来源及实验条件。

(2)表的项目。表的项目应包括名称和单位,一般在不加说明即可了解的情况下,应尽量用符号表示。表内主项习惯代表自变量,副项代表因变量。一般以实验中能够直接测量的物理量作自变量。

(3)数值的写法。数值的写法应注意整齐统一,有效数字位数取舍适当。同项内的数值小数点位置上下应对齐。如有效数字位数相同,但各数值间的变化为数量的变化,则用 10 的次方表示较为方便。

(4)自变量间距的选择。列表时,自变量常取整数或其他方便值,按增加或减少的顺序排列。

2.2 图形表示法

根据实验测得的数据点绘成曲线(或直线)图形,表示变量之间的关系,其优点是变量间的关系明显直观,数据应用方便,并能显示出最大、最小和转折点等情况。所以对实验工作有启示作用,根据实验数据作图时一般要注意以下几点。

(1)图纸的选用。常用的图纸有等分直角坐标纸、双对数坐标纸、半对数坐标纸，究竟选用哪种，应根据实际情况而定。在图形中直线最容易绘制，而且使用方便，因此对于幂函数型曲线，可以采用双对数坐标纸；指数型函数曲线，可采用半对数坐标纸，这样曲线图形就变成直线图形，其实质就是将幂函数和指数函数经过对数变换称为直线函数。

(2)纵横坐标比例尺的确定一般以横坐标表示自变量，纵坐标表示因变量。确定比例尺大小的原则是所有实验点都能在坐标轴上定出来，并考虑实验点的精度，使图纸上绘出的曲线(或直线)接近于1的斜率，或使曲线的坡度位于图纸上30°~60°，为了符合上述要求，根据实验数据采用不同的纵横比例尺进行试绘，符合要求后确定纵横比例尺。

(3)在坐标轴上要标注变量名称、符号、单位，并将实验数据点绘在图纸上，若数据的种类或者来源不同，要用不同的点符加以区别。

(4)根据实验点连曲线，在连曲线之前，要详细观测诸实验点的分布趋势，然后绘出一条光滑曲线，使位于曲线两边的实验点基本相等和两边实验点至曲线的垂线距离的总和大致相等。如在一张图纸上有几条曲线，应分别用不同的线加以区别，以免混乱。

(5)对图中不同线型和不同实验点符所代表的资料或者来源应加以注释，必要时对图还要加以简单的说明，以便应用。

例如，对表1-1中纯水在一个标准大气压下容重 γ 随温度 t 的变化用图形表示如图1-3所示。

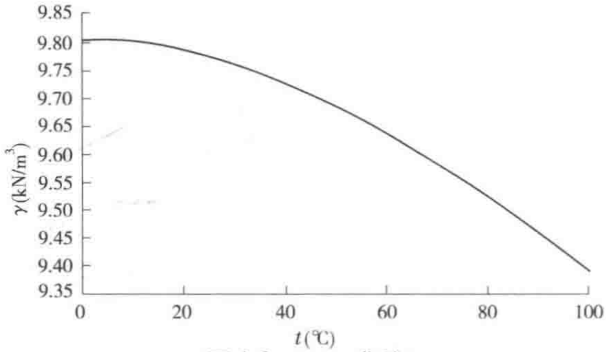


图1-3 γ—t 曲线

2.3 方程表示法

列表法和图形表示法往往就事论事，不能深刻地反映变量间的内在联系，为了克服这一点，可采用方程表示法。将实验数据中因变量和自变量间的变化关系，用数学方程的形式表示出来，称为回归方程(或经验公式)，回归方程有直线回归方程和曲线回归方程。

2.3.1 一元线性回归

如两个变量之间呈线性，则为一元线性回归。在水力学实验中，一元线性回归问题大量存在，最基本也最广泛，且许多非线性的一元回归问题仍可转化为线性问题处理。

对于两个变量 x 和 y，将实验观测到的 n 组数据 (x_1,y_1)、(x_2,y_2)、…、(x_n,y_n) 点绘在坐标纸上，如果变量之间大致呈现线性关系，则采用一元线性回归。

相关直线称为变量 y 对 x 的回归直线，也叫 y 对 x 的回归方程。线性回归方程可以表示为

$$y = a + bx \tag{1-3}$$

式中 a、b——待定系数。

2.3.2 一元非线性回归

若两变量之间的回归关系是非线性的，这种回归关系称为一元非线性回归。建立一元非线性回归曲线方程的步骤如下：①确定回归曲线的类型，一般根据理论推导或以往实

际经验或样本实验数据的散点图的形状来选择，常用的曲线类型有指数函数曲线、幂函数曲线、对数函数曲线和双曲函数曲线等，在许多情况下，可以通过变量代换转化为线性回归；②确定回归方程中的回归系数。

(1)指数函数曲线。

指数函数为

$$y = ae^{bx} \quad (a > 0) \tag{1-4}$$

设

$$Y = \ln y \tag{1-5}$$

则

$$Y = \ln a + bx \tag{1-6}$$

由此可知，(x,y)点绘在半对数坐标纸上的散点图成一直线，作线性回归确定参数$\ln a$和b后再代回$Y = \ln y$，即可求得y和x的回归指数方程。

(2)幂函数曲线。幂函数(如图1-4所示)为

$$y = ax^{b} \quad (a > 0) \tag{1-7}$$

显然，(x,y)点绘在双对数坐标纸上的散点图成一直线，从而可用线性回归法求出系数$\lg a$及b，再利用坐标变换关系，求得x与y的幂函数回归方程。

(3)对数函数曲线。对数函数(如图1-5所示)为

$$y = a + b\lg x \tag{1-8}$$

令$X = \lg x$，$Y = y$，则

$$Y = a + bX \tag{1-9}$$

即可化为线性方程。

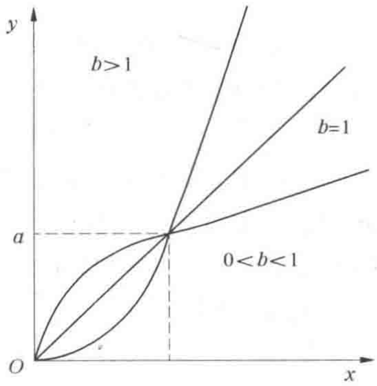


图1-4 幂函数曲线

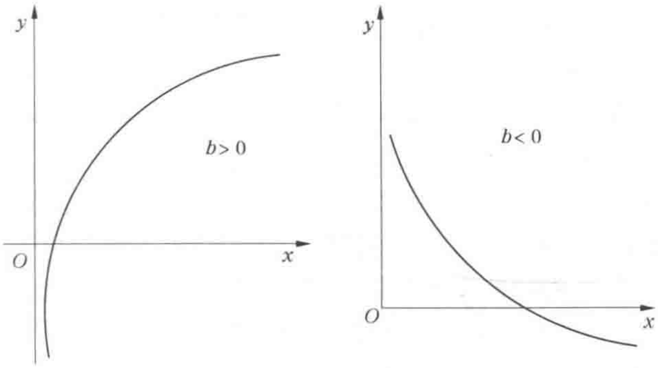


图1-5 对数函数曲线

(4)双曲函数曲线。双曲函数曲线(如图1-6所示)为

$$\frac{1}{y} = a + \frac{b}{x} \tag{1-10}$$

令$X = \frac{1}{x}$，$Y = \frac{1}{y}$，即得

$$Y = a + bX \tag{1-11}$$

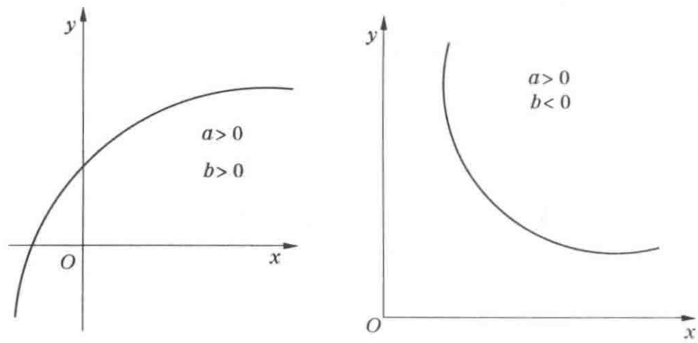


图1-6 双曲函数曲线

3 实验数据的误差分析

由于实验方法和实验设备的不完善、周围环境的影响,以及人的观察力、测量程序等的限制,实验观测值和真值之间总是存在一定的差异。人们常用绝对误差、相对误差或有效数字来说明一个近似值的准确程度。为了评定实验数据的精确性或误差,认清误差的来源及其影响,需要对实验的误差进行分析和讨论。由此可以判定哪些因素是影响实验精确度的主要方面,从而在以后的实验中,进一步改进实验方案,缩小实验观测值和真值之间的差值,提高实验的精确性。

3.1 误差的分类

根据误差的性质和产生的原因,一般分为三类:

(1)系统误差。系统误差是指在测量和实验中未发觉或未确认的因素所引起的误差,而这些因素影响结果永远朝一个方向偏移,其大小及符号在同一组实验测定中完全相同,当实验条件一经确定,系统误差就获得一个客观上的恒定值。

改变实验条件就能发现系统误差的变化规律。

系统误差产生的原因:测量仪器不良,如刻度不准,仪表零点未校正或标准表本身存在偏差等;周围环境的改变,如温度、压力、湿度等偏离校准值;实验人员的习惯和偏向,如读数偏高或偏低等引起的误差。针对仪器的缺点、外界条件变化影响的大小、个人的偏向,待分别加以校正后,系统误差是可以清除的。

(2)随机误差。在已消除系统误差的一切量值的观测中,所测数据仍在末一位或末两位数字上有差别,而且它们的绝对值和符号时大时小,时正时负,没有确定的规律,这类误差称为偶然误差或随机误差。随机误差产生的原因不明,因而无法控制和补偿。但是,倘若对某一量值作足够多次的等精度测量后,就会发现随机误差完全服从统计规律,误差的大小或正负的出现完全由概率决定。因此,随着测量次数的增加,随机误差的算术平均值趋近于零,所以多次测量结果的算术平均值将更接近于真值。

(3)过失误差。过失误差是一种显然与事实不符的误差,它往往是由实验人员粗心大意、过度疲劳和操作不正确等因素引起的。此类误差无规则可寻,只要加强责任感、多方警惕、细心操作,过失误差是可以避免的。

3.2 误差的表示方法

利用任何量具或仪器进行测量时总存在误差,测量结果不可能总是准确地等于被测

量的真值,而只是它的近似值。测量的质量高低以测量精确度作指标,根据测量误差的大小来估计测量的精确度。测量结果的误差愈小,则认为测量就愈精确。

3.2.1 绝对误差

测量值 x 和真值 x_0 之差为绝对误差,通常称为误差,记为

$$\varepsilon = x - x_0 \tag{1-12}$$

式中 ε——绝对误差;

x——测量值;

x_0——真实值。

绝对误差可以是正值或负值。所谓真实值(真值),是指在某一时间和空间状态中体现某一物理量的客观值,所以真值是一个理想概念的数值,一般是不知道的。但某些特定情况下真值又是可知的,例如平面三角形内角之和为180°,一个整圆周角为360°等,一般采用多次测量的算术平均值作为真值。

3.2.2 相对误差

为了统一评定测量值的精确度,一般采用相对误差这个概念。绝对误差与被测量物理量的真值之比称为相对误差:

$$\delta = \frac{x - x_0}{x_0} \times 100\% \tag{1-13}$$

式中 δ——相对误差;

其他符号含义同前。

相对误差为一无因次量,一般以百分数来表示。由于真值一般情况下无法知道,因此相对误差也可近似地用绝对误差与测量值的均值之比作为相对误差,即

$$\delta = \frac{\varepsilon}{x} \times 100\% \tag{1-14}$$

3.2.3 引用误差

引用误差是一种简化的和使用方便的相对误差,常常在多档和连续刻度的仪器仪表中使用。这类仪表可测范围是一个量程,各刻度点的值称为示值,该值与其对应的真值都不一致,为了便于计算和划分准确度等级,一律使用引用误差概念,即

$$\delta_A = \frac{\text{示值绝对误差}}{\text{量程范围}} \times 100\% = \frac{d}{X_n} \times 100\% \tag{1-15}$$

式中 d——示值绝对误差;

X_n——标尺上限值 - 标尺下限值。

在水力学实验中最常用的U形管压差计、转子流量计、秒表、量筒、电压等仪表原则上均取其最小刻度值为最大误差,而取其最小刻度值的1/2作为绝对误差计算值。

3.2.4 精密度、准确度和精确度

精密度反映偶然误差大小的程度,准确度反映系统误差大小的程度,精确度反映综合误差大小的程度。

在一组测量中,精密度高的准确度不一定高,准确度高的精密度也不一定高,但精确度高,则精密度和准确度都高。

为了说明精密度与准确度的区别,可用下述打靶子例子来说明。

如图 1-7 所示,图 1-7(a)中表示精密度和准确度都很好,则精确度高;图 1-7(b)表示精密度很好,但准确度却不高;图 1-7(c)表示精密度与准确度都不好。在实际测量中没有像靶心那样明确的真值,而是设法去测定这个未知的真值。

在测量中应尽量做到偶然误差与系统误差均较小,即综合误差小,从而精确度高。

在测量过程中,除疏忽误差外,系统误差与随机误差通常是同时发生的。系统误差可以用各种方法加以消除;过失误差表现反常,可以直接剔除。

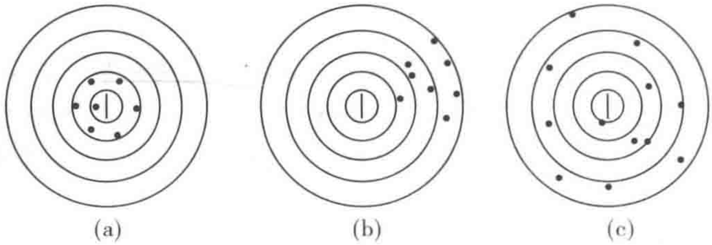


图 1-7　精密度和准确度的关系

3.3　误差分析

3.3.1　统计特征值

水力学实验所测的数据,因偶然因素的影响,是随机的。因此,必须运用数理统计的方法加以分类、归纳,找出其规律性。最能反映数理统计规律性的有两类统计特征值,第一类是平均值,它显示数据的集中位置;第二类为离差,它表示数据的离散程度。

3.3.1.1　平均值

平均值有算术平均值和几何平均值两类。平均值用来作为总体的特征值时,叫作参量;用来作为样本的特征值时,叫作统计量。

设 x_1, x_2,…, x_n 为各次测量值, n 代表测量次数,其最佳近似值为算术平均值,即

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{1-16}$$

算术平均值计算简单,并可据以进一步作代数演算,因此是一种最常用的平均值。将 n 个测量值连乘并开 n 次方求得的结果为几何平均值,即

$$\bar{x}_n = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n} \tag{1-17}$$

几何平均值的求法不便,当资料中有零值或负值时,无法求得几何平均值,故应用不广。

3.3.1.2　离差

可采用不同的参数来表征离差。最常用的为标准误差、平均误差和概率误差。

(1)标准误差。

标准误差(简称标准差)又称均方误差(简称均方误)。标准差 σ 是 n 个测量数据根据其平均值之差的平方和的平均值的平方根,即

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \nu_i^2}{n}} \tag{1-18}$$

式中 ν_i——残差，$\nu_i = x_i - \bar{x}$。

由式(1-18)可知，均方差 σ 大意味着数据的离散程度大。当观测次数较多时，σ 可用式(1-19)计算：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{1-19}$$

该式不取决于观测中个别误差的符号，对观测值中的较大误差或较小误差的反应比较灵敏，故是表示测量误差的常用方法。

(2)平均误差。

平均误差 η 是残差的绝对值的算术平均值，即

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^{n}|\nu_i|}{n} \tag{1-20}$$

平均误差计算比较简单，但无法表示各次观测间彼此符合的情况。如一组观测值中，偏差较接近，而另一组观测值偏差有大、中、小三种，但这两组不同观测所得的平均误差可能相同，所以只有当 n 很大时才叫可靠。

(3)概率误差。

将误差按绝对值的大小顺序排列，序列的中间数就是概率误差。

(4)离散系数。

标准差 σ 或平均误差 η 与算术平均值 $\bar{x}$ 之比称为离散系数：

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% \tag{1-21}$$

$$V = \frac{\eta}{\bar{x}} \times 100\% \tag{1-22}$$

标准差或平均误差是有因次数，不便于相互比较，采用离散系数后，变为无因次数，就可以对两组标准差单位不同或同一组但标准差绝对值不同的离散度进行比较分析。

3.3.2 随机误差的特点和分布

对某一物理参数进行多次重复测量，会得到一系列含有随机误差的测量值。随机误差对个体而言，时大时小，似乎没有什么规律，但就总体而言，却具有统计规律性。因此，需要用概率理论来研究随机误差的统计规律，以便设法估计出随机误差对测量结果总的影响程度。

对随机误差所做的概率统计进行处理是在假定系统误差不存在或已被消除或小得可以忽略不计的情况下进行的。

3.3.2.1 随机误差的特点

(1)绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会多，即误差的概率与误差的大小有关。这是误差的单峰性。

(2)绝对值相等的正误差或负误差出现的次数相当，即误差的概率相同。这是误差的对称性。

(3)极大的正误差或负误差出现的概率都非常小，即大的误差一般不会出现。这是

误差的有界性。

(4)随着测量次数的增加,偶然误差的算术平均值趋近于零。

3.3.2.2　随机误差的分布

根据随机误差的统计特性,可以采用不同的方法推导随机误差分布规律的数学模型。大量实践证明,多数随机误差都服从正态分布规律,加之用正态误差定律比其他误差定律更便于处理,故正态分布的误差定律得到了广泛应用。由于最早提出正态误差定律的是高斯,故又称高斯误差定律。

设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是被测量 x 所进行的 n 次观测值,令其算术平均值为 $\bar{x}$,标准差为 σ,则正态分布的随机误差的分布密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} = \frac{h}{\sqrt{\pi}}e^{-h^2x^2} \tag{1-23}$$

式中　$f(x)$——随机误差 x 的概率密度;

h——精确度指数,$h = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma}$。

正态分布的密度函数的图形如图 1-8 所示,称为误差曲线。σ 越小,测量精度越高,分布曲线的峰越高且窄;σ 越大,分布曲线越平坦且越宽。由此可知,σ 越小,小误差占的比重越大,测量精度越高。反之,则大误差占的比重越大,测量精度越低。

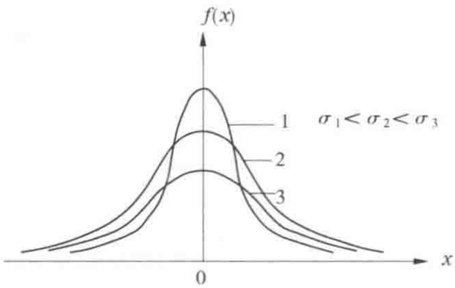


图 1-8　误差曲线

由概率积分知,随机误差正态分布曲线下的全部积分相当于全部误差同时出现的概率,即

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx = 1 \tag{1-24}$$

若误差 x 以标准误差 σ 的倍数表示,即 $x = t\sigma$,则在 $\pm t\sigma$ 范围内出现的概率为 $2\Phi(t)$,超出这个范围的概率为 $1-2\Phi(t)$。$\Phi(t)$ 称为概率函数,表示为

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}}dt \tag{1-25}$$

表 1-4 和图 1-9 给出几个典型及其相应的超出或不超出 $|x|$ 的概率。

表 1-4　误差概率和出现次数

t	$\lvert x\rvert = t\sigma$	不超出 $\lvert x\rvert$ 的概率 $2\Phi(t)$	超出 $\lvert x\rvert$ 的概率 $1-2\Phi(t)$	测量次数 n	超出 $\lvert x\rvert$ 的测量次数
0.67	0.67σ	0.497 14	0.502 86	2	1
1	σ	0.682 69	0.317 31	3	1
2	2σ	0.954 50	0.045 50	22	1
3	3σ	0.997 30	0.002 70	370	1
4	4σ	0.999 91	0.000 09	11 111	1