刷真题

考研数学（一）

2018

◎张同斌 主编

考研数学（一）必备工具书

三十一年真题分类详解＋双色印刷

世界图书出版公司

学府考研
十年专注·只做考研

考研数学（一）刷真题

张同斌　主编

司

西安　北京　上海　广州

图书在版编目(CIP)数据

考研数学(一)刷真题 / 张同斌主编. —西安:世界图书出版西安有限公司,2017.6

ISBN 978-7-5192-2948-1

Ⅰ.①考… Ⅱ.①张… Ⅲ.①高等数学—研究生—入学考试—题解 Ⅳ.①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 126413 号

书　　名	考研数学(一)刷真题 Kaoyan Shuxue Yi Shua Zhenti
主　　编	张同斌
责任编辑	王会荣
装帧设计	职　吉
出版发行	世界图书出版西安有限公司
地　　址	西安市北大街 85 号
邮　　编	710003
电　　话	029-87214941　87233647(市场营销部) 029-87234767(总编室)
网　　址	http://www.wpcxa.com
邮　　箱	xast@wpcxa.com
经　　销	新华书店
印　　刷	陕西思维印务有限公司
开　　本	787mm×1092mm　1/16
印　　张	23
字　　数	530 千字
版　　次	2017 年 6 月第 1 版　2017 年 6 月第 1 次印刷
国际书号	ISBN 978-7-5192-2948-1
定　　价	46.80 元

风雨考研路　学府伴你行

“学府考研”是学府教育旗下专业从事考研辅导的品牌！

“学府考研”是一个为实现人生价值和理想而欢聚一堂的团队。2006 年从 30 平方米办公室起步，历经十年，打造了一个考研培训行业的领军品牌。如今学府考研已发展成为集考研培训、图书编辑、在线教育为一体的综合性教育机构，扎根陕西，服务全国。

学府考研的辅导体系满足了考研学子不同层面的需求，主要以小班面授教学、全日制考研辅导、网络小班课为核心，兼顾大班教学、专业课一对一辅导等多层次辅导。学府考研在教学中的“讲、练、测、评、答”辅导体系，解决了考研辅导“只管教，不管学”的问题，保证学员在课堂上听得懂，课下会做题。通过定期测试，掌握学员的学习进度，安排专职教师答疑，保证学习效果。总结多年教学实践经验，学府考研逐渐形成了稳定的辅导教学体系，尽量做到一个学员一套学习计划、一套辅导方案，大大降低了学员考取目标院校的难度。在公共课教学方面实现零基础教学，在专业课方面，建立了遍及全国各大高校的研究生专业信息资源库，解决考生跨院校、跨专业造成的信息不对称、复习资料缺乏等难题。

“学府考研”的使命是帮助每一个信任学府的学员都能考上理想院校。

学府文化的核心是“专注文化”。

“十年专注，只做考研”。因为专业，所以深受万千考研学子信赖！

“让每一个来这里的考研学子都成为成功者”。正是这种责任，让学府考研快速成为考生心目中当仁不让的必选品牌。

人生能有几回搏，三十年太长，只争朝夕！

同学们，春华秋实，为了实现理想，努力吧！

致学府图书用户

亲爱的学府图书用户：

您好！欢迎您选择学府图书，感谢您信任学府！

“学府图书”是学府考研旗下专业从事考研教辅图书研发的图书公司！

为了更好地为您提供“优质教学、始终如一”的服务，对于您所提出的宝贵意见与建议，我们向您深表感谢！

若我们的图书质量或服务未达到您的期望，敬请您通过以下联系方式进行告知。我们珍视并诚挚地感谢您的反馈，谢谢您！

在此祝您学习愉快！

学府图书全国统一客服电话：400-090-8961

学府图书质量及服务监督电话：15829918816

学府图书总经理投诉电话：张城 18681885291 投诉必复！

您也可将信件投入此邮箱：34456215@qq.com 来信必回！

图书微博

图书微信

图书微店

前言

Preface

考研数学真题是宝藏，是考研数学复习的指南针，它既蕴含着命题的指导思想、基本原则，又通过真题试卷的结构、题目的特点，反映考研数学大纲要求的考生对各部分内容的基本概念、基本理论和基本方法的掌握程度以及答题能力的选拔测试水平。研究历年考研真题，不难发现考研数学考题的命题特点和出题思路与规律。因此，刷真题就成了必不可缺的备考环节。

刷真题，把握命题方向

通过刷真题，尤其是近 15 年的真题，考生应全面总结“高频考点”“中低频考点”的命题规律、出题方向以及题型的变化与延伸情况，全面提高解题能力。

刷真题，训练考场心态

通过大量真题的训练，可帮助考生在熟悉真题的过程中，培养良好的应试心态，使考生在复习的过程中不慌不忙，有计划地完成备考，胸有成竹地面对考试。

刷真题，积累考试经验

通过刷真题，考生应形成一个自己的答题模式，合理安排客观题（选择题、填空题）与解答题的答题时间，答题的先后顺序；找准遇到难题的应对办法；把握复习的方向和进度，浓缩复习内容。

刷真题，找问题补短板

通过刷真题，看哪部分内容经常出错丢分，分析其原因，是基本概念没理解透彻、解题方法不对还是计算错误，找出问题进行有针对性的训练，明确下一步的复习重点。

刷真题，实现考研梦想

本书真题集结了考研数学的精华，既全面又权威，可以为考生助力加分，祝愿同学们考出优

异成绩，摘取考研桂冠，精彩地完成生命中这一青春演绎！

本书在编写过程中，得到了学府考研屈奎老师，学府图书张城老师，王娜老师以及学府考研数学教研室老师们的鼎力帮助，在此向他们表示感谢！

限于作者水平，书中疏漏与不足之处在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

2017 年 1 月

目录

Contents

第一篇　历年真题考点分类

第一部分　高等数学

第一章　函数、极限与连续……(3)
第二章　一元函数微分学……(8)
第三章　一元函数积分学……(17)
第四章　向量代数与空间解析几何……(22)
第五章　多元函数微分学……(24)
第六章　多元函数积分学……(30)
第七章　无穷级数……(39)
第八章　常微分方程……(45)

第二部分　线性代数

第一章　行列式……(50)
第二章　矩阵……(52)
第三章　向量……(57)
第四章　线性方程组……(61)
第五章　矩阵的特征值和特征向量……(66)
第六章　二次型……(70)

第三部分　概率论与数理统计

第一章　随机事件和概率……(73)
第二章　随机变量及其分布……(76)
第三章　多维随机变量的分布……(80)
第四章　随机变量的数字特征……(84)
第五章　大数定律和中心极限定理……(87)
第六章　数理统计的基本概念……(88)
第七章　参数估计……(90)
第八章　假设检验……(94)

第二篇　分类真题答案解析

第一部分　高等数学

第一章　函数、极限与连续 …………………………………………………………… (97)
第二章　一元函数微分学 ……………………………………………………………… (112)
第三章　一元函数积分学 ……………………………………………………………… (139)
第四章　向量代数与空间解析几何 …………………………………………………… (154)
第五章　多元函数微分学 ……………………………………………………………… (159)
第六章　多元函数积分学 ……………………………………………………………… (174)
第七章　无穷级数 ……………………………………………………………………… (205)
第八章　常微分方程 …………………………………………………………………… (223)

第二部分　线性代数

第一章　行列式 ………………………………………………………………………… (239)
第二章　矩阵 …………………………………………………………………………… (243)
第三章　向量 …………………………………………………………………………… (254)
第四章　线性方程组 …………………………………………………………………… (263)
第五章　矩阵的特征值和特征向量 …………………………………………………… (281)
第六章　二次型 ………………………………………………………………………… (295)

第三部分　概率论与数理统计

第一章　随机事件和概率 ……………………………………………………………… (306)
第二章　随机变量及其分布 …………………………………………………………… (312)
第三章　多维随机变量的分布 ………………………………………………………… (322)
第四章　随机变量的数字特征 ………………………………………………………… (334)
第五章　大数定律和中心极限定理 …………………………………………………… (342)
第六章　数理统计的基本概念 ………………………………………………………… (343)
第七章　参数估计 ……………………………………………………………………… (347)
第八章　假设检验 ……………………………………………………………………… (356)

第一篇

历年真题考点分类

第一部分 高等数学

第一章 函数、极限与连续

常考题型

1.求函数极限或已知函数极限求参数.

2.利用单调有界数列必收敛与夹逼准则证明数列极限存在并求数列极限.

3.无穷小的比较或已知无穷小的比较求参数.

4.求函数的间断点并判断其类型.

真题真练

考点1 函数极限特性

真题1 [2005-(8)-4] 设 $F(x)$ 是连续函数 $f(x)$ 的一个原函数,"$M\Leftrightarrow N$"表示"M 的充分必条件是 N",则必有 ( )

(A) $F(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是奇函数

(B) $F(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是偶函数

(C) $F(x)$ 是周期函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是周期函数

(D) $F(x)$ 是单调函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是单调函数

真题2 [1999-(6)-3] 设 $f(x)$ 是连续函数,$F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数,则 ( )

(A) 当 $f(x)$ 是奇函数时,$F(x)$ 必是偶函数

(B) 当 $f(x)$ 是偶函数时,$F(x)$ 必是奇函数

(C) 当 $f(x)$ 是周期函数时,$F(x)$ 必是周期函数

(D) 当 $f(x)$ 是单调函数时,$F(x)$ 必是单调函数

真题3 [1990-一(3)-3] 设函数 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|\leqslant 1,\\ 0, & |x|>1,\end{cases}$ 则 $f[f(x)]=$________.

真题4 [1988-一(2)-5] 已知 $f(x)=e^{x^2}$,$f[\varphi(x)]=1-x$,且 $\varphi(x)\geqslant 0$,求 $\varphi(x)$ 并写出它的定义域.

考点2 极限的概念及性质

真题5 [2003-(8)-4] 设 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$,$\{c_n\}$ 均为非负数列,且 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$,$\lim\limits_{n\to\infty}b_n=1$,$\lim\limits_{n\to\infty}c_n=\infty$,

则必有 ( )

(A) $a_n < b_n$ 对任意 n 成立　　(B) $b_n < c_n$ 对任意 n 成立

(C) 极限 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n c_n$ 不存在　　(D) 极限 $\lim\limits_{n\to\infty} b_n c_n$ 不存在

(1) 利用夹逼准则求数列极限

真题 6 [2010-(17)-10] (Ⅰ) 比较 $\int_0^1 |\ln t| [\ln(1+t)]^n \mathrm{d}t$ 与 $\int_0^1 t^n |\ln t| \mathrm{d}t (n=1,2,\cdots)$ 的大小,说明理由;

(Ⅱ) 记 $u_n = \int_0^1 |\ln t| [\ln(1+t)]^n \mathrm{d}t (n=1,2,\cdots)$,求极限 $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

真题 7 [1998-(15)-6] 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{\sin\frac{\pi}{n}}{n+1}+\dfrac{\sin\frac{2\pi}{n}}{n+\frac{1}{2}}+\cdots+\dfrac{\sin\frac{n\pi}{n}}{n+\frac{1}{n}}\right]$.

(2) 利用单调有界数列必收敛证明数列极限存在并求其极限

真题 8 [2011-(18)-10] (Ⅰ) 证明:对任意的正整数 n,都有 $\dfrac{1}{n+1} < \ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right) < \dfrac{1}{n}$ 成立;

(Ⅱ) 设 $a_n = 1+\dfrac{1}{2}+\cdots+\dfrac{1}{n}-\ln n (n=1,2,\cdots)$,证明数列 $\{a_n\}$ 收敛.

真题 9 [2008-(4)-4] 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内单调有界,$\{x_n\}$ 为数列,下列命题正确的是 ( )

(A) 若 $\{x_n\}$ 收敛,则 $\{f(x_n)\}$ 收敛　　(B) 若 $\{x_n\}$ 单调,则 $\{f(x_n)\}$ 收敛

(C) 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛,则 $\{x_n\}$ 收敛　　(D) 若 $\{f(x_n)\}$ 单调,则 $\{x_n\}$ 收敛

真题 10 [2006-(16)-12] 设数列 $\{x_n\}$ 满足 $0 < x_1 < \pi$,$x_{n+1} = \sin x_n (n=1,2,\cdots)$.

(Ⅰ) 证明 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 存在,并求该极限.

(Ⅱ) 计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{\frac{1}{x_n^2}}$.

真题 11 [1996-三(2)-5] 设 $x_1 = 10$,$x_{n+1} = \sqrt{6+x_n} (n=1,2,\cdots)$,试证数列 $\{x_n\}$ 极限存在,并求此极限.

考点 3 求函数的极限

(1) 求未定式$\left(\text{基本未定式“}\frac{0}{0}\text{”,“}\frac{\infty}{\infty}\text{”,其他五种未定式“}\infty-\infty\text{”,“}0\cdot\infty\text{”,“}1^{\infty}\text{”,“}0^0\text{”,“}\infty^0\text{”}\right)$的极限.

真题 12 [2016-(9)-4] $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x t\ln(1+t\sin t)\mathrm{d}t}{1-\cos x^2} =$ ______.

真题 13 [2015-(9)-4] $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{x^2} =$ ______.

真题 14 [2014-(15)-10] 求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\int_1^x\left[t^2\left(e^{\frac{1}{t}}-1\right)-t\right]dt}{x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}$.

真题 15 [2011-(15)-10] 求极限$\lim\limits_{x\to0}\left[\dfrac{\ln(1+x)}{x}\right]^{\frac{1}{e^x-1}}$.

真题 16 [2010-(1)-4] 极限$\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{x^2}{(x-a)(x+b)}\right]^x=$ ( )

(A)1 (B)e (C)e^{a-b} (D)e^{b-a}

真题 17 [2008-(15)-9] 求极限$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{[\sin x-\sin(\sin x)]\sin x}{x^4}$.

真题 18 [2016-(1)-4] $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\ln(1+x)}{1-\cos x}=$________.

真题 19 [2003-(1)-4] $\lim\limits_{x\to0}(\cos x)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}=$________.

真题 20 [1999-(1)-3] $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x\tan x}\right)=$________.

真题 21 [1998-(1)-3] $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-2}{x^2}=$________.

真题 22 [1997-(1)-3] $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3\sin x+x^2\cos\dfrac{1}{x}}{(1+\cos x)\ln(1+x)}=$________.

真题 23 [1994-(1)-3] $\lim\limits_{x\to0}\cot x\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}\right)=$________.

真题 24 [1993-三(1)-5] 求$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sin\dfrac{2}{x}+\cos\dfrac{1}{x}\right)^x$.

真题 25 [1992-三(1)-5] 求$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-\sin x-1}{1-\sqrt{1-x^2}}$.

真题 26 [1991-三(1)-5] 求$\lim\limits_{x\to0^+}(\cos\sqrt{x})^{\frac{\pi}{x}}$.

真题 27 [1990-一(2)-3] 设 a 是非零常数,则$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+a}{x-a}\right)^x=$________.

(2) 利用(隐性)左右极限求函数极限

真题 28 [2000-(11)-5] 求$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\dfrac{\sin x}{|x|}\right)$.

真题 29 [1992-二(1)-3] 当 $x\to1$ 时,函数$\dfrac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}$ 的极限 ( )

(A) 等于 2 (B) 等于 0 (C) 为 ∞ (D) 不存在但不为 ∞

(3) 已知一个极限求与其相关的另一个极限或求参数

真题 30 [2016(数三)-(9)-4] 已知函数 $f(x)$ 满足 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+f(x)\sin 2x}-1}{e^{3x}-1}=2$，则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$__________.

真题 31 [2013-(1)-4] 已知极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arctan x}{x^k}=c$，其中 k,c 为常数，且 $c\neq 0$，则 (　　)

(A) $k=2,c=-\dfrac{1}{2}$　　(B) $k=2,c=\dfrac{1}{2}$

(C) $k=3,c=-\dfrac{1}{3}$　　(D) $k=3,c=\dfrac{1}{3}$

真题 32 [1996-一(1)-4] 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2a}{x-a}\right)^x=8$，则 $a=$__________.

真题 33 [1994-二(4)-3] 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a\tan x+b(1-\cos x)}{c\ln(1-2x)+d(1-e^{-x^2})}=2$，其中 $a^2+c^2\neq 0$，则必有 (　　)

(A) $b=4d$　　(B) $b=-4d$　　(C) $a=4c$　　(D) $a=-4c$

真题 34 [1987-二-8] 求正常数 a 与 b，使等式 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{bx-\sin x}\displaystyle\int_0^x\dfrac{t^2}{\sqrt{a+t^2}}\mathrm{d}t=1$ 成立.

考点 4 无穷小的比较

真题 35 [2015-(15)-10] 设函数 $f(x)=x+a\ln(1+x)+bx\sin x$，$g(x)=kx^3$. 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $x\to 0$ 时是等价无穷小，求 a,b,k 的值.

真题 36 [2009-(1)-4] 当 $x\to 0$ 时，$f(x)=x-\sin ax$ 与 $g(x)=x^2\ln(1-bx)$ 是等价无穷小量，则 (　　)

(A) $a=1,b=-\dfrac{1}{6}$　　(B) $a=1,b=\dfrac{1}{6}$　　(C) $a=-1,b=-\dfrac{1}{6}$　　(D) $a=-1,b=\dfrac{1}{6}$

真题 37 [2007-(1)-4] 当 $x\to 0^+$ 时，与 $\sqrt{x}$ 等价的无穷小量是 (　　)

(A) $1-e^{\sqrt{x}}$　　(B) $\ln\dfrac{1+x}{1-\sqrt{x}}$

(C) $\sqrt{1+\sqrt{x}}-1$　　(D) $1-\cos\sqrt{x}$

真题 38 [2004-(7)-4] 把 $x\to 0^+$ 时的无穷小量 $\alpha=\displaystyle\int_0^x\cos t^2\mathrm{d}t$，$\beta=\displaystyle\int_0^{x^2}\tan\sqrt{t}\,\mathrm{d}t$，$\gamma=\displaystyle\int_0^{\sqrt{x}}\sin t^3\mathrm{d}t$ 排列起来，使排在后面的是前一个的高阶无穷小量，则正确的排列次序是 (　　)

(A) α,β,γ　　(B) α,γ,β　　(C) β,α,γ　　(D) β,γ,α

真题 39 [2002-(11)-6] 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某领域内具有一阶连续导数，且 $f(0)\neq 0$，$f'(0)\neq 0$，若 $af(h)+bf(2h)-f(0)$ 在 $h\to 0$ 时是比 h 高阶的无穷小，试确定 a,b 的值.

真题 40 [1996-二(4)-3] 设 $f(x)$ 有连续导数，$f(0)=0$，$f'(0)\neq 0$，$F(x)=\displaystyle\int_0^x(x^2-t^2)f(t)\mathrm{d}t$，且当 $x\to 0$ 时，$F'(x)$ 与 x^k 是同阶无穷小，则 k 等于 (　　)

(A)1　　(B)2　　(C)3　　(D)4

真题 41 [1993-二(1)-3] 设 $f(x)=\int_0^{\sin x}\sin^2 \mathrm{d}t$, $g(x)=x^3+x^4$,则当 $x\to 0$ 时,$f(x)$ 是 $g(x)$ 的　　(　　)

(A) 等价无穷小　　(B) 同阶但非等价的无穷小

(C) 高阶无穷小　　(D) 低阶无穷小

真题 42 [1991-一(4)-3] 已知当 $x\to 0$ 时,$(1+ax^2)^{\frac{1}{3}}-1$ 与 $\cos x-1$ 是等价无穷小,则常数 $a=$________.

考点 5　函数的连续性与间断点的类型

真题 43 [2017-(14)-4] 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos\sqrt{x}}{ax}, & x>0,\\ b, & x\leqslant 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则 (　　).

(A) $ab=\dfrac{1}{2}$　　(B) $ab=-\dfrac{1}{2}$　　(C) $ab=0$　　(D) $ab=2$

真题 44 [2013(数三)-(2)-4] 函数 $f(x)=\dfrac{|x|^x-1}{x(x+1)\ln|x|}$ 的可去间断点的个数为　(　　)

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)3

真题 45 [2010(数二)-(1)-4] 函数 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x^2-1}\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}$ 的无穷间断点的个数为　(　　)

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)3

真题 46 [2003(数二)-13-10] 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+ax^3)}{x-\arcsin x}, & x<0,\\ 6, & x=0,\\ \dfrac{e^{ax}+x^2-ax-1}{x\sin\dfrac{x}{4}}, & x<0.\end{cases}$ 问 a 为何值时,$f(x)$ 在 $x=0$ 处连续;a 为何值时,$x=0$ 是 $f(x)$ 的可去间断点?

第二章　一元函数微分学

常考题型

1.利用导数的定义求某些特殊形式函数在某点处的导数,求曲线 $y=f(x)$(尤其是隐函数,参数方程所确定的函数)在某点处的切线与法线方程.

2.求初等函数、隐函数、参数方程所确定的函数等的一阶、二阶导数或微分.

3.求函数的单调区间与极值,求函数曲线的凹凸区间与拐点.

4.讨论方程 $f(x)=0$ 根的个数或函数 $f(x)$ 零点的个数.

5.与微分中值定理相关的证明问题.

6.证明不等式.

7.求函数曲线的渐近线.

真题真练

考点1 导数与微分的概念

真题1 [2016-(4)-4] 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x, & x\leqslant 0, \\ \dfrac{1}{n}, & \dfrac{1}{n+1}<x\leqslant\dfrac{1}{n}, \end{cases}$ $n=1,2,\cdots$,则　(　　)

(A)$x=0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点　　(B)$x=0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点

(C)$f(x)$ 在 $x=0$ 处连续但不可导　　(D)$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导

真题2 [2015-(18)-10](Ⅰ)设函数 $u(x),v(x)$ 可导,利用导数定义证明 $[u(x)v(x)]'=u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$;

(Ⅱ)设函数 $u_1(x),u_2(x),\cdots,u_n(x)$ 可导,$f(x)=u_1(x)u_2(x)\cdots u_n(x)$,写出 $f(x)$ 的求导公式.

真题3 [2013-一(9)-4]设函数 $y=f(x)$ 由方程 $y-x=e^{x(1-y)}$ 确定,则 $\lim\limits_{n\to\infty}n\left[f\left(\dfrac{1}{n}\right)-1\right]=$ ________.

真题4 [2012-(2)-4] 设函数 $f(x)=(e^x-1)(e^{2x}-2)\cdots(e^{nx}-n)$,其中 n 为正整数,则 $f'(0)=$　(　　)

(A)$(-1)^{n-1}(n-1)!$　　(B)$(-1)^n(n-1)!$

(C)$(-1)^{n-1}n!$　　(D)$(-1)^n n!$

真题5 [2007-(4)-4] 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续,下列命题错误的是　(　　)