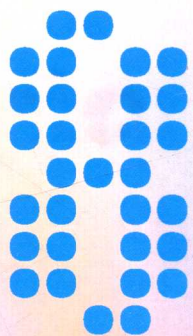
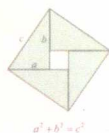


义务教育教科书

数 学

八年级 上册

教师用书



$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\frac{38-2}{9x} + \frac{2}{x} = 1$$

$$\sqrt{a}$$

$$\frac{m}{v+20}$$

河北教育出版社

义务教育教科书

数 学 八年级 上册

教师用书

图书在版编目(CIP)数据

义务教育教科书数学教师用书. 八年级. 上册/杨俊英主编. —石家庄:河北教育出版社, 2013. 7(2018. 6 重印)
ISBN 978-7-5545-0248-8

I. ①义… II. ①杨… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G633. 603

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第135590号

书 名 义务教育教科书
数学 八年级 上册 教师用书

作 者 本书编写组

责任编辑 王东芳

装帧设计 李关栋

出 版 河北教育出版社 <http://www.hbep.com>
(石家庄市联盟路705号 邮政编码: 050061)

发 行 河北省新华书店

印 刷 山东百润本色印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 12

字 数 280千字

版 次 2013年7月第1版

印 次 2018年6月第6次印刷

印 数 11501-14600

书 号 ISBN 978-7-5545-0248-8

定 价 35.70元

版权所有 翻印必究

如有印刷质量问题, 请与本社出版部联系调换, 电话: 18603114066

购书电话: 0311-88643600

致数学教师

敬爱的老师们：

感谢您使用这套教科书！

依据教育部正式颁布的《义务教育数学课程标准（2011年版）》（以下简称《标准（2011年版）》），冀教版义务教育教科书《数学（八年级上册）》进行了相应的修订，并于2013年3月经教育部基础教育课程教材专家工作委员会审查通过。

为了适应修订后的教科书，我们对原教师用书也进行了重新修订。这本教师用书，是配合冀教版教科书《数学（八年级上册）》（2013年版）修订而成的，供教师教学中参考。

借此《标准（2011年版）》颁布、教科书和教师用书修订之际，想和大家交流的想法很多，仅就以下几点寥做数语，以寄殷切期待。

一、《标准（2011年版）》有关内容简述

《标准（2011年版）》是在《义务教育数学课程标准（实验稿）》的基础上修订而成的，是原《标准（实验稿）》的提升、完善和发展。《标准（2011年版）》中出现了一些新的变化，这些内容有（知识内容的变化省略）：

1. 基本理念.

(1) 人人都能获得良好的数学教育，不同的人 在数学上得到不同的发展。

(2) 教学活动是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程。

(3) 学生学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程。认真听讲、积极思考、动手实践、自主探索、合作交流等，都是学习数学的重要方式。

(4) 教师教学应当以学生的认知发展水平和已有的经验为基础，面向全体学生，注重启发式和因材施教。

2. 十大核心概念.

数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、应用意识和创新意识。

3. “四基”目标.

数学的基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验。

4. 四种能力.

发现和提出问题的能力，分析和解决问题的能力。

5. 总目标中的四个维度.

知识技能、数学思考、问题解决和情感态度。

二、教科书修订说明

依据《标准（2011年版）》，本套教科书进行了较大的修订。

1. 修订理念.

一套好的教科书应当具有促进学生全面发展的教育功能。全力把数学课程打造成较好的“促进学生发展的教育形态”的数学课程，是我们这次教材修订的核心理念。

(1) 以“促进学生发展的教育形态”为出发点, 修订教材内容, 安排知识结构与体系. 首先, 素材选择的着眼点应贴近学生的生活实际和已有的数学经验, 本着“现实性”的原则, 在相对严谨的情况下, 知识的组织更要符合学生的认知水平和年龄特征. 其次, 努力使教科书呈现的内容形成螺旋式上升的过程, 体现数感、符号意识、数学模型、推理意识、应用意识等核心概念逐步生成的过程.

(2) 以“促进学生发展的教育形态”为出发点, 构建知识的形成过程. 解决好“具体与抽象”“特殊与一般”“合情推理与演绎推理”“正向与逆向”以及“整体与部分”的关系, 使知识的形成过程成为一个“数学化”的过程、一个“再创造”的过程.

(3) 以“促进学生发展的教育形态”为出发点, 设置课堂活动过程. 创设恰当的问题情境, 向学生提供探究的机会, 在教师恰当的组织、引领、合作之下, 使学生体验到努力后的成功和问题解决后的喜悦, 使学生的自信心、责任感、实践能力、创新意识和情感态度的培养目标落在实处.

(4) 以“促进学生发展的教育形态”为出发点, 把“数学基本思想”渗透到数学内容中, 增强数学知识的生命力. 坚持从现实开始, 经过探索达到抽象, 构建数学模型, 进而验证、推广和应用.

2. 教材特色.

本次教科书的修订有两个着力点, 一是按《标准(2011年版)》的要求, 增减知识内容, 调整整体结构、教学方式和学习方式; 二是发扬优良的做法, 克服缺陷与不足, 力争在教师的“教”和学生的“学”两个方面做到互相兼顾, 突出特色, 打造亮点.

(1) 整合知识内容, 确保数学知识和整体结构的科学性.

按照数学内在的知识结构, 适度调整知识展现的先后顺序, 对相关内容进行科学、合理的整合. 按照“螺旋上升”和“提前体验渗透, 适时集中揭示”的原则, 对一些数学知识的呈现进行适度调整, 以反映数学知识之间的密切联系.

(2) 紧密围绕修订理念, 努力渗透“数学基本思想”.

《标准(2011年版)》明确提出了“基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验”四项培养目标, 尤其是“数学基本思想”的提出, 给教材编写带来了新的发展机遇. 在本次修订中, 我们做了认真的梳理, 并进行了积极的尝试.

(3) 关注学生的“基本活动经验”积累, 致力于改进学生的活动方式.

一是围绕数学本质特征, 兼顾学生的生活经验和数学知识经验, 继续做好“问题情境”的创设环节. 二是根据学生的认知规律和数学知识内容的需要, 灵活组织教材编写内容的展开方式. 为此, 设置了诸如: 一起探究、试着做做、大家谈谈等栏目, 具体展开方式有问题式启发、对比式辨析、示例性引导、反思性总结和讨论式拓展等.

(4) 重视教师的组织、引领作用, 致力于教学方式的改进和完善.

学生是学习的主体, 在学生的学习过程中, 教师应发挥好主导作用, 组织和引领学生开展有效的教学活动, 取得良好的教学效果. 为此, 在教科书的修订过程中, 根据数学知识内容的本质属性, 对有些内容做了较大的修改. 如数学概念、运算法则、代数基本性质、几何基本事实、定理的发现与证明等方面, 一般都设计成了教师引领下的学生认知活动.

3. 知识结构和展开方式.

(1) 数与代数.

修订后的教科书更加突出和强化“数与式——方程(不等式)——函数”之间的共性

和内在联系,突出它们对数量和数量关系的“表达”和“刻画”的功能,更为明晰地展现了“数学模型”的形成过程及其作用。

“数与代数”的学习,最重要的特征是“水平数学化”的过程,即由“实际问题中的数量关系”到“数学模型”,其思维形式主要是“抽象”。“数学模型”和“抽象”能力的培养,一是需要典型和适当的“具体”,二是需要恰当的“螺旋上升”。修订中,“数与代数”内容的呈现方式,就是以创设这种螺旋上升的由“具体”到“抽象”的生成情境和过程为基本模式的。

(2) 图形与几何.

修订后的教科书不再将推理的学习分为“合情推理”与“推理证明”两个阶段,而是将“合情推理与推理证明”两种推理形式,以对图形的“观察”“操作”为基础有机地融合在一起,以突出和强化“发现和提出问题”“分析和解决问题”的能力培养。

“图形与几何”的学习,最主要的特征是认识和把握图形的性质和图形间的关系,其思维形式是以“观察”为基础的。本套教科书的修订,“图形与几何”内容的呈现方式,便是把观察、操作、猜想到归纳、概括并说理证明作为最主要的模式。

(3) 统计与概率.

对原教科书中相关内容进行了整合,由原来的五章内容,调整为三章:数据的收集与整理、数据分析和随机事件的概率。

统计内容的学习,要结合大量有价值的实际问题,经历“收集数据—整理和表示数据—数据分析—作出判断”这样完整的过程,渗透统计思想,逐步培养学生数理统计分析观念。

(4) 综合与实践.

从“课题学习”修订为“综合与实践”,内容变化较大,思维空间更广,研究性学习的特征更加明显。修订后的教科书中,适当增加了一些“数学活动”的内容。

“综合与实践”内容的展开方式一般为:情境(问题)—解决方案—启发与引导—问题解决—反思与交流。“数学活动”一般按“问题—活动”两个环节展开。

三、对教师的建议

经过十多年的课程改革和教学实践,人们对数学学习、数学教学和学习评价的认识也在不断地完善和发展,这也需要老师们进一步的理解和把握,并贯彻落实在教学实践当中。

1. 学习方式.

有意义的接受式学习和自主性学习都是学生进行学习的有效方式,二者应当有机结合,做到和谐统一。

认真听讲仍是一种有效的学习方式。当然,这种学习方式与自主学习方式不能是对立的,而应是相互关联、相互协调的。

积极思考、动手实践、自主探索和合作交流是学生自主学习的重要方式,也是应大力倡导的学习方式。学生的数学学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程,在这个过程中,应当留给学生足够的时间和空间来经历观察、实验、猜测、计算、推理和验证等活动,使学生获得直接数学经验。这种直接数学经验的获得,只有“认真听讲”显然是难以完成的,还需要通过自主学习方式的有力支持才能实现。当然,那些形式上的、无序的、无目的的所谓“自主”也是价值不大的、低效的甚至是无效的。

2. 教学方式.

教学方式,一般来说没有固定的模式,应当根据具体的数学知识、内容、思想和方法,选择不同的教学方式.教学方式的选择应有利于教与学两个方面共同开展,应有利于教学活动的有效开展.目前,取得肯定和共识的教学方式有:

启发式——这是我们的优秀教育传统,也是卓有成效的教学方式之一.启发式教学的显著特征体现在激发学生的学习兴趣、引发学生的数学思考、培养学生良好的学习习惯以及帮助学生掌握正确的学习方法.

面向全体和因材施教——这是我国的重要教育思想,也可以说是重要的教学方式.教学中需要正确处理好二者之间的关系,既要关注全体学生的共同发展,也要关注学生的个性差异和个体需求,最终实现全体学生的全面发展.

3. 学习评价.

评价的根本目的是为了“促进学生的发展”.

(1)“四基目标”评价,应改变以往的以“双基”为主、以应试技能为重点的评价方式,在评价“基础知识和基本技能”的同时,关注数学“基本思想和基本活动经验”的评价,突出“发现和提出问题”“分析和解决问题”能力的评价.

(2)过程性评价,是一种重要的评价形式,对于促进学生发展具有十分积极的意义和作用.过程性评价,包括反馈学习信息,诊断学习问题的评价;激励学生学习积极性的评价;学生在学习活动中的态度和行为表现的评价;学习状况和教学状况的评价等方面.教学中应给予高度的重视,认真、及时的进行过程性评价,做好过程性评价.

(3)多样性评价,指的是评价目标多元和评价方式多样的双重意义,这是应大力倡导的评价方法和方式.应立足于学生的发展,立足于知识与技能、数学思考、问题解决、情感与态度四维目标,结合具体的评价内容,确定多角度、多层面、多维度的评价问题.应改变一张试卷、一次考试下定论的做法,对学生的数学档案袋、数学反思小结、数学调查报告、数学观察记录、数学小课题等材料的评价,都是开展多样性评价的内容.

四、关于教师用书

(1)设计.本套教师用书采用了与教科书“套排”的方式进行编写,它既包含相应教科书的全部内容,也包含教学和使用的建议.

(2)内容.本套教师用书的内容有:每章教科书内容的设计说明和教学建议;每节课的教学目标和每课时的教学活动建议;教科书内容的关注点;教科书栏目的注释和要求;练习题、习题和复习题的答案等.

(3)编写队伍.本套教师用书是由教科书的所有编者共同参与编写的,他们是:杨俊英、王洁敏、缴志清、程海奎、王佐、徐建乐、苏桂海、李会芳、简友.

教师用书与教科书一样,它的开发和建设需要广大教育工作者的热情关心和大力支持,特别是需要您的积极参与,希望您能多提宝贵意见和积极建议,以便我们共同做好这套教师用书,更好地服务于数学教学.

编者

2013年6月

目 录

第十二章教学说明和建议	(1)
第十二章 分式和分式方程	(3)
12.1 分式	(4)
12.2 分式的乘除	(9)
12.3 分式的加减	(14)
12.4 分式方程	(20)
12.5 分式方程的应用	(24)
○ 数学活动 胡萝卜汁与苹果汁的多少	(28)
○ 回顾与反思	(29)
○ 复习题	(30)
第十三章教学说明和建议	(33)
第十三章 全等三角形	(35)
13.1 命题与证明	(36)
13.2 全等图形	(39)
13.3 全等三角形的判定	(42)
13.4 三角形的尺规作图	(56)
○ 回顾与反思	(59)
○ 复习题	(60)
第十四章教学说明和建议	(63)
第十四章 实数	(65)
14.1 平方根	(66)
14.2 立方根	(72)
14.3 实数	(75)
14.4 近似数	(85)
14.5 用计算器求平方根与立方根	(88)
○ 回顾与反思	(92)
○ 复习题	(93)
第十五章教学说明和建议	(95)
第十五章 二次根式	(97)
15.1 二次根式	(98)
15.2 二次根式的乘除运算	(103)
15.3 二次根式的加减运算	(106)
15.4 二次根式的混合运算	(109)
○ 回顾与反思	(112)

○ 复习题	(113)
第十六章教学说明和建议	(115)
第十六章 轴对称和中心对称	(117)
16.1 轴对称	(118)
16.2 线段的垂直平分线	(122)
16.3 角的平分线	(130)
16.4 中心对称图形	(134)
16.5 利用图形的平移、旋转和轴对称设计图案	(138)
○ 数学活动 中心对称图形与面积等分	(141)
○ 回顾与反思	(142)
○ 复习题	(144)
第十七章教学说明和建议	(149)
第十七章 特殊三角形	(151)
17.1 等腰三角形	(152)
17.2 直角三角形	(159)
17.3 勾股定理	(162)
17.4 直角三角形全等的判定	(171)
17.5 反证法	(174)
○ 回顾与反思	(177)
○ 复习题	(178)
综合与实践活动一 直觉的误导	(181)
综合与实践活动二 最优化种植方案	(183)

第十二章教学说明和建议

一、设计说明

1. 本章的内容、地位和作用.

代数式可分为有理式和无理式(现阶段后面只学习二次根式)两类,而有理式又可分为整式和分式两种情况,因此,可以说本章内容是代数式知识内容的自然延伸.

本章主要内容是通过现实情境建立分式的概念,探索分式的基本性质,进行分式的加、减、乘、除运算,建立分式方程的概念并解分式方程.

分式的运算实质上都是转化为整式的运算来进行的,分式的通分和约分一般需要分解因式,因此,分式的运算是整式的运算及多项式因式分解的综合运用和进一步发展,也是学习分式方程、函数等内容的重要基础.

分式方程是一元一次方程、二元一次方程(组)的进一步发展,是解决实际问题的又一类方程模型.

2. 本章内容呈现方式及特点.

(1)突出了模型的建立过程.教科书通过用代数式表示现实问题中的数量关系,并对代数式进行分类、比较,建立起分式的概念;在与已学过的方程进行比较的过程中,抓住了知识的“生长点”,建立了分式方程的概念.本章突出了模型思想和建立模型的过程,降低了概念过分形式化的要求,进一步发展了学生的符号感.

(2)突出了“类比”过程.类比是合情推理的重要方式之一,是“发现”和“创新”的重要方法,也是解决问题的常用方法.本章让学生充分经历了与分数类比、提出猜想、获得分式的基本性质和运算法则的过程,增进了对分式的基本性质和运算法则的理解,感受到数学活动充满着探索和创造,发展了合情推理能力.

(3)突出了“转化”过程.转化是解决问题常用的思想方法,教科书在异分母分式的加减运算和解分式方程中都突出了转化的过程,以进一步使学生感悟数学思想,积累解决问题的经验.

二、教学目标

1. 经历由实际问题中的数量关系建立分式和分式方程概念的过程,进一步发展符号感.

2. 经历由观察、类比、猜想获得分式的基本性质及分式的运算(加、减、乘、除)法则的过程,从中体会类比的含义,发展数学思考与合情推理的能力.

3. 了解分式和最简分式的概念,能用分式的基本性质进行通分、约分,能进行分式的加、减、乘、除运算.

4. 能解可化为一元一次方程的分式方程,会检验方程的根的合理性.能根据问题中的数量关系列出分式方程,并解决简单问题,增强应用意识.

三、教学建议

1. 让学生充分经历概念的形成过程.学生获得知识,必须建立在数学思考的基础上,因

此,对于分式、分式方程和分式方程的增根等概念,要创设好情境,向学生提供充足的素材,留有充裕的空间,让学生充分经历观察、比较、表达与交流等活动过程,使概念的建立过程成为学生头脑中自然而然的形成过程.进一步发展符号感,促进数学思考的发展.教学中,还可以补充一些更具有现实性和挑战性的问题,以进一步充实“过程”.切忌把这个“过程”作为概念的引例直接讲授而淡化“过程”,因为“过程”本身就是重要的教学目标.

2. 分式的通分、约分和运算的教学,实际上是分式基本性质、运算法则的运用,应通过适当的运算让学生进一步理解运算的意义,掌握算法,在理解算理的基础上选择适当的算法,不要追求训练的数量和技巧,不要增加繁难的计算题.

3. 在解分式方程中,要理解去分母的目的和由此会产生增根的原因,从而体会去分母的意义和对根进行检验的必要性.能解可化为一元一次方程的分式方程即可,不必增加难度和进行大量的训练.用分式方程解决实际问题时,应关注对数量关系的分析和经历完整的解决问题过程,以及有条理地表达解决问题的过程.

4. 关注数学思想方法的感悟.类比是数学发现和合情推理的重要形式.分式与分数在意义上、形式上都是相似的.在教学中,要鼓励学生对分式大胆提出猜想,给学生提供充足的的活动空间,让学生充分参与观察、比较、猜想与交流等活动,并组织他们对活动的过程及结果进行交流,以获得对分式基本性质及运算的理解,从而发展学生的合情推理能力和创新意识.异分母分式的加减运算是转化为同分母分式的加减运算进行的,分式方程是转化为整式方程来求解的,教学中要通过学生的思考与交流活动进行提炼、提升,使学生感悟转化的思想方法.

四、课时建议

12.1 分式	2 课时	12.2 分式的乘除	2 课时
12.3 分式的加减	2 课时	12.4 分式方程	1 课时
12.5 分式方程的应用	2 课时	数学活动	1 课时
回顾与反思			1 课时
合计			11 课时

五、评价建议

1. 对分式的概念、分式的运算、分式方程及解分式方程等基础知识、基本技能的评价,要更多地关注学生对概念和算理的理解.如能够举出分式的正例和反例,能够运用运算法则正确合理地进行运算,能够按步骤解分式方程并进行检验等.不搞繁难运算,不提倡追求特殊技巧.知识与技能的掌握是一个逐步积累并内化的过程,不应在初始时就提出过高的要求.

2. 对于观察、比较、类比、归纳、概括等数学思维过程的评价,应注重过程性评价.看学生是否积极参与并思考了、能否提出猜想、能否表达自己的猜想、能否提出问题或与与众不同的解决问题的策略、能否交流自己的猜想等.即使没有提出自己的猜想,但能接受别人提出的猜想等,也应予以肯定.

3. 对学生在本章学习过程中所反映出来的积极态度、克服困难的精神等方面的评价,应在课堂中随时进行.要特别注意对学习有困难的学生的激励性评价,考虑到学生间的差异,肯定他们的点滴进步,使他们体验到获得成功的喜悦,树立起学好数学的信心.

第十二章

分式和分式方程

在本章中，我们将学习

- 分式
- 分式的乘除
- 分式的加减
- 分式方程

$$\frac{38-2}{9x} + \frac{2}{2} = 1$$

某一种商品，原来每盒售价为 p 元，现在每盒的售价降低了2元。用500元钱购买这种商品，现在比原来可多买多少盒？



章题页以“商品价格”为问题情境，以“分式”为知识背景，展示了本章要学习的主要内容。

在这个问题情境中，通过表示降价前后用500元钱可购买商品的盒数以及计算降价后比降价前可多买的盒数，体现学习分式及其运算的意义，反映数学与现实生活的密切联系，激发起学生学习分式的热情。

* * * * *

教学目标

1. 经历分式概念的建立过程,发展符号感.

2. 经历由类比、猜想获得分式基本性质的过程,发展学生的合情推理能力.

3. 了解分式的概念,掌握分式的基本性质.会用分式的基本性质进行约分.

做一做

$$1. \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{a}, \frac{b}{a}.$$

$$2. \frac{m}{n}, \frac{m}{n+20}.$$

大家谈谈

通过对所得代数式的观察、分类与交流,归纳出这类代数式的特征——它们都是“分数”的表达式,但它们的分母有的含字母,有的不含字母.

12.1 分式

“数和式”是刻画现实世界中数量关系的数学模型,从整式到分式,如同从整数到分数一样,都是源于现实世界的客观需要.现在,我们就来研究分式.



做一做

1. 一项工程,甲施工队5天可以完成.甲施工队每天完成的工程量是多少?3天完成的工程量又是多少?如果乙施工队 a 天可以完成这项工程,那么乙施工队每天完成的工程量是多少? $b(b < a)$ 天完成的工程量又是多少?

2. 已知甲、乙两地之间的路程为 m km.如果A车的速度为 n km/h, B车比A车每小时多行20 km,那么从甲地到乙地,A车和B车所用的时间各为多少?



大家谈谈

由上面的问题,我们分别得到下面一些代数式:

$$\frac{1}{5}, \frac{3}{5}; \frac{1}{a}, \frac{b}{a}; \frac{m}{n}, \frac{m}{n+20}.$$

将这些代数式按“分母”含与不含字母来分类,可分成怎样的两类?

一般地,我们把形如 $\frac{A}{B}$ 的代数式叫做分式(fraction),其中, A, B 都是整式,且 B 含有字母. A 叫做分式的分子, B 叫做分式的分母.

例1 指出下列各式中,哪些是整式,哪些是分式.

$$x-2, \frac{x+3}{5}, 5x^2, \frac{x-3}{3x+2}, \frac{ab}{x-y}, \frac{1}{4}, \frac{2}{x}.$$

解: $x-2, \frac{x+3}{5}, 5x^2, \frac{1}{4}$ 都是整式;

因为 $\frac{x-3}{3x+2}, \frac{ab}{x-y}, \frac{2}{x}$ 的分母都含有字母,所以它们都是分式.

在分数中,分母不能等于0.同样,在分式中,分母也不能等于0,即

分式的分母必须含有字母.分式也可以看做两个整式相除(除式中不含字母)的商.

教学建议

1. “做一做”应由学生独立完成并进行交流.此外,还可以增加一些符合学生现实的、富有挑战性的问题,通过表示其中的数量关系,让学生体会所列代数式与整式的区别,发现这类代数式的共同特征.

2. 在学生完成“大家谈谈”的活动后,进一步提出“这些代数式的分子和分母都是怎样的代数式?”“分母不含字母的代数式属于我们学过的哪类代数式?”“分母含有字母的代数式有什么特点?”“你能举出类似的实例吗?”等问题,引导学生进行思考与交流,以进一步明晰分式的特征,自然而然地建立起分式的概念.分式从运算的角度可以看作是两个整式相除的结果(分母含有字母);也可以看作是分数的“扩充”,即把分数中的分子、分母用整式来代替,且

当分式的分母等于0时,分式没有意义.如分式 $\frac{1}{x-5}$,当 $x-5 \neq 0$,即 $x \neq 5$ 时,它有意义;当 $x-5=0$,即 $x=5$ 时,它没有意义.



大家谈谈

在什么情况下,下列各分式无意义?

$$\frac{2}{x}, \frac{x-3}{3x+2}, \frac{ab}{x-y}$$



观察与思考

分数的分子和分母同乘(或除以)一个不等于0的数,其值不变.如

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2}, \frac{10}{100} = \frac{10 \div 10}{100 \div 10}$$

类比分数的这种性质,思考:分式的分子和分母同乘(或除以)一个不等于0的整式,分式的值会怎样?

分式的基本性质

分式的分子和分母同乘(或除以)一个不等于0的整式,分式的值不变.

$$\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}, \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M} \quad \text{其中, } M \text{ 是不等于 } 0 \text{ 的整式.}$$



做一做

分式 $\frac{a-b}{a(a-b)}$ 与 $\frac{b}{ab}$ 相等吗?还有与它们相等的分式吗?如果有,请你写出两个这样的分式.



练习

1. 当 x 取何值时,下列分式有意义?

(1) $\frac{1}{x-1}$; (2) $\frac{2x-3}{2x+3}$.

大家谈谈

$$x = 0, x = -\frac{2}{3},$$

$$x = y.$$

观察与思考

分式的值不变.

注意,因为0不能作除数,所以分式的分子、分母同乘(或除以)的这个整式不能等于0.

做一做

相等.

还应让学生再举出一些与这两个分式相等的分式,以进一步理解分式的基本性质.

练习

1. (1) $x \neq 1$,
(2) $x \neq -\frac{3}{2}$.

分母中的整式含有字母.这样,分数的基本性质和运算法则在分式中也“仍然适用”,这就是分式与分数类比的基础.

3. 分式基本性质是通过“观察与思考”活动获得的,可将这个活动设计为下面的问题:(1)分式与分数有哪些类似的地方?(2)你认为分式具有与分数类似的性质吗?(3)类比分数的基本性质,猜想分式的基本性质.让学生充分经历分式与分数类比并获得分式基本性质的过程,为后面分式的运算打下基础.

4. 例1是对分式概念的巩固和深化,引导学生判断分式要抓住两点:(1)形式上符合“ $\frac{A}{B}$ ”;(2) B (分母)中含有字母.

2. (1) 正确, 分子、分母都乘 2; (2) 错误, 分子、分母乘了不相等的数; (3) 正确, 分子、分母都除以 2; (4) 正确, 分子、分母都除以 x .

习题

1. 2 辆/s.
 2. $x \neq -1, x = 0$.
 3. (1) 分子、分母同乘 x^2 ;
 (2) 分子、分母同除以 x ;
 (3) 分子、分母同乘 5;
 (4) 分子、分母同除以 $(x-2)$.
 4. 与分式 $\frac{2}{x^2}$ 相等的分式

有无穷多个, 如 $\frac{2xy}{x^3y}$,

$\frac{4x}{2x^3}$ 等.

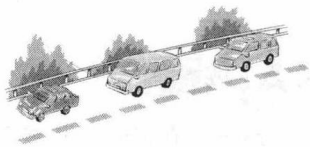
2. 判断下面的语句是否正确, 并说明理由.

- (1) 分式 $\frac{1}{x}$ 与 $\frac{2}{2x}$ 相等. (2) 分式 $\frac{5}{a}$ 与 $\frac{5 \times 5}{a \cdot a}$ 相等.
 (3) 分式 $\frac{4}{6a}$ 与 $\frac{2}{3a}$ 相等. (4) 分式 $\frac{xy}{x^2}$ 与 $\frac{y}{x}$ 相等.



习题

1. 如果在一条公路上, 同向行驶且前后相邻的两辆车的车头与车头之间的平均距离为 d (米/辆), 车辆的平均速度为 v (m/s), 那么 $\frac{v}{d}$ (辆/秒) 叫做这条公路的同向行驶的车流量. 求当 $v = 20$ m/s, $d = 10$ 米/辆时同向行驶的车流量.



2. 当 x 取何值时, 分式 $\frac{x}{x+1}$ 有意义? 当 x 取何值时, 分式 $\frac{x}{x+1}$ 的值为 0?
 3. 在下列等式中, 从等号的左端到右端是通过怎样的变形得到的?

(1) $\frac{y}{x} = \frac{x^2y}{x^3}$;

(2) $\frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$;

(3) $\frac{4x}{x+y} = \frac{20x}{5(x+y)}$;

(4) $\frac{x-2}{(x-2)^2} = \frac{1}{x-2}$.

4. 写出与分式 $\frac{2}{x^2}$ 相等的两个分式.

利用分式的基本性质可以对分式进行化简.



观察与思考

分式 $\frac{ab+ac}{bd+cd}$ 能不能化简? 如果能, 那么化简的依据是什么, 化简的结果又是什么?

分式 $\frac{ab+ac}{bd+cd}$ 可以化简, 化简过程为:

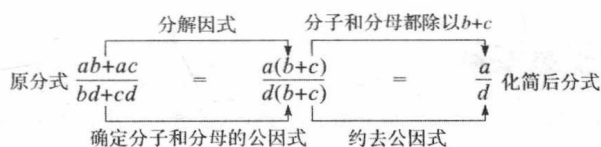
教学建议

1. 教科书设计了“观察与思考”来探究分式约分的过程. 围绕对分式进行化简, 可先通过实例回顾分数的约分, 再设计如下问题引导学生进行思考: (1) 分式中的分子、分母能否因式分解? (2) 分子、分母因式分解后有没有公因式? 约去分子、分母的公因式的根据是什么? 最后展示教材中约分的过程, 以便进一步理解分式约分的过程.

2. 例题的教学可以让学生尝试完成, 教师给以适当的指导, 最后规范分式约分的过程和格式. 例 2(3) 应注意因式分解的符号.

3. “做一做”由学生完成, 然后进行比较, 以进一步体现分式求值时化简的作用, 总结分式求值的正确方法.

4. 对于“最简分式”的概念, 只要学生在约分时能化为最简分式就可以了, 不必深究.



像上面这样，把分式中分子和分母的公因式约去，叫做分式的约分(reduction of a fraction). 分子和分母没有公因式的分式叫做最简分式(simplest fraction).

分式化简的结果应是最简分式. 有时, 分式化简的结果可能是整式.

如在分式 $\frac{ab+ac}{bd+cd}$ 中, 分子和分母的公因式为 $b+c$, 约去这个公因式, 得到 $\frac{a}{d}$ 是最简分式.

约分是为了将分式化为最简分式.

例2 约分:

- (1) $\frac{35a^2b^2}{15a^3b}$; (2) $\frac{x^2-y^2}{a(x+y)}$; (3) $\frac{4m-m^2}{m^2-8m+16}$.

解: (1)
$$\begin{aligned} \frac{35a^2b^2}{15a^3b} &= \frac{7b \cdot 5a^2b}{3a \cdot 5a^2b} \\ &= \frac{7b}{3a} \end{aligned}$$

确定分子和分母的公因式

约去公因式, 得到最简分式

(2)
$$\begin{aligned} \frac{x^2-y^2}{a(x+y)} &= \frac{(x-y)(x+y)}{a(x+y)} \\ &= \frac{x-y}{a} \end{aligned}$$

将分子和分母分解因式, 确定分子和分母的公因式

(3)
$$\begin{aligned} \frac{4m-m^2}{m^2-8m+16} &= \frac{m(4-m)}{(4-m)^2} \\ &= \frac{m}{4-m} \end{aligned}$$

我们学过代数式的求值, 分式是代数式, 因此分式也有求值的问题.

框图的上标注说明约分的前提, 下标注说明约分的过程, 二者合二为一才是约分的方法.

做一做

$$\frac{p}{p-q}, \frac{3}{5}$$

练习

1. (1) 正确; (2) 不正确, $\frac{a}{2}$
或 $\frac{1}{2}a$; (3) 不正确, $\frac{1}{n}$;
(4) 正确.

2. (1) $\frac{3a}{4b}$; (2) $\frac{x}{x-2y}$;
(3) $\frac{a+1}{a}$.

习题

1. (1) $\frac{m}{2x}$; (2) $-\frac{2}{3+a}$;
(3) $x-3$; (4) $\frac{ab}{1-b}$;
(5) $\frac{a-b}{a+b}$; (6) $-\frac{a-2b}{a+2b}$.
2. $\frac{x}{x+y}, \frac{2}{5}$.
3. $\frac{1}{2}$.



做一做

当 $p=12, q=-8$ 时, 请分别用直接代入求值和化简后代入求值两种方法求分式 $\frac{p^2-pq}{p^2-2pq+q^2}$ 的值, 并比较哪种方法较简单.



练习

1. 下列分式的约分是否正确? 请把不正确的改正过来.

(1) $\frac{x^3}{x^2}=x$; (2) $\frac{a^2}{2a}=1$; (3) $\frac{mn}{mn^2}=0$; (4) $\frac{-x+y}{x-y}=-1$.

2. 约分:

(1) $\frac{6ab^2}{8b^3}$; (2) $\frac{x^2-2xy}{x^2-4xy+4y^2}$; (3) $\frac{a^2+2a+1}{a^2+a}$.



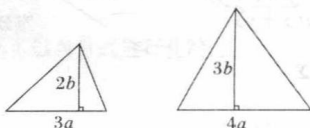
习题

1. 约分:

(1) $\frac{5m^2x}{10mx^2}$; (2) $\frac{-2a}{3a+a^2}$; (3) $\frac{x^2-9}{x+3}$;
(4) $\frac{ab+ab^2}{1-b^2}$; (5) $\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}$; (6) $\frac{a^3-4ab^2}{-a^3-4a^2b-4ab^2}$.

2. 当 $x=2, y=3$ 时, 求 $\frac{x^2+xy}{x^2+2xy+y^2}$ 的值.

3. 如图, 计算小三角形与大三角形的面积比.



(第3题)