

◎ 张同斌 主编

考研数学
(二)

刷真题

考研数学(二)必备工具书
三十一年真题分类详解 + 双色印刷



非外借



世界图书出版公司



学府考研

十年专注·只做考研

图书在版编目(CIP)数据

考研数学(二)刷真题 / 张同斌主编. —西安:世界图书出版西安有限公司, 2017.6

ISBN 978-7-5192-2949-8

I. ①考… II. ①张… III. ①高等数学—研究生—入学考试—习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 126395 号

书 名	考研数学(二)刷真题 Kaoyan Shuxue Er Shua Zhenti
主 编	张同斌
责任编辑	王会荣
装帧设计	职 吉
出版发行	世界图书出版西安有限公司
地 址	西安市北大街 85 号
邮 编	710003
电 话	029-87214941 87233647(市场营销部) 029-87234767(总编室)
网 址	http://www.wpcxa.com
邮 箱	xast@wpcxa.com
经 销	新华书店
印 刷	陕西思维印务有限公司
开 本	787mm×1092mm 1/16
印 张	20
字 数	460 千字
版 次	2017 年 6 月第 1 版 2017 年 6 月第 1 次印刷
国际书号	ISBN 978-7-5192-2949-8
定 价	42.80 元

版权所有 翻印必究
(如有印装错误,请与出版社联系)

风雨考研路 学府伴你行

“学府考研”是学府教育旗下专业从事考研辅导的品牌!

“学府考研”是一个为实现人生价值和理想而欢聚一堂的团队。2006 年从 30 平方米办公室起步,历经十年,打造了一个考研培训行业的领军品牌。如今学府考研已发展成为集考研培训、图书编辑、在线教育为一体的综合性教育机构,扎根陕西,服务全国。

学府考研的辅导体系满足了考研学子不同层面的需求,主要以小班面授教学、全日制考研辅导、网络小班课为核心,兼顾大班教学、专业课一对一辅导等多层次辅导。学府考研在教学中的“讲、练、测、评、答”辅导体系,解决了考研辅导“只管教,不管学”的问题,保证学员在课堂上听得懂,课下会做题。通过定期测试,掌握学员的学习进度,安排专职教师答疑,保证学习效果。总结多年教学实践经验,学府考研逐渐形成了稳定的辅导教学体系,尽量做到一个学员一套学习计划、一套辅导方案,大大降低了学员考取目标院校的难度。在公共课教学方面实现零基础教学,在专业课方面,建立了遍及全国各大高校的研究生专业信息资源库,解决考生跨院校、跨专业造成的信息不对称、复习资料缺乏等难题。

“学府考研”的使命是帮助每一个信任学府的学员都能考上理想院校。

学府文化的核心是“专注文化”。

“十年专注,只做考研”。因为专业,所以深受万千考研学子信赖!

“让每一个来这里的考研学子都成为成功者”。正是这种责任,让学府考研快速成为考生心目中当仁不让的必选品牌。

人生能有几回搏,三十年太长,只争朝夕!

同学们,春华秋实,为了实现理想,努力吧!

学府考研 | 全国统一客服电话 | 400-090-8961 |
总 部 | 陕西·西安友谊东路75号新红锋大厦三层

学府官方微博



学府官方微信



图书在版编目(CIP)数据

致学府图书用户函风

ISBN 978-7-5192-2949-9

亲爱的学府图书用户：

您好！欢迎您选择学府图书，感谢您信任学府！

“学府图书”是学府考研旗下专业从事考研教辅图书研发的图书公司！

为了更好地为您提供“优质教学、始终如一”的服务，对于您所提出的宝贵意见与建议，我们向您深表感谢！

若我们的图书质量或服务未达到您的期望，敬请您通过以下联系方式进行告知。我们珍视并诚挚地感谢您的反馈，谢谢您！

在此祝您学习愉快！

学府图书全国统一客服电话：400-090-8961

学府图书质量及服务监督电话：15829918816

学府图书总经理投诉电话：张城 18681885291 投诉必复！

您也可将信件投入此邮箱：34456215@qq.com 来信必回！

图书微博



图书微信



图书微店



张 20

字 数 150

版 次 2017

国 标 号 ISBN

定 价 42.80



2017年4月第1次印刷
2949-9

新编教育丛书



(如有印装错误，请与出版社联系)

前言

Preface

考研数学真题是宝藏,是考研数学复习的指南针,它既蕴含着命题的指导思想、基本原则,又通过真题试卷的结构、题目的特点,反映考研数学大纲要求的考生对各部分内容的概念、基本理论和基本方法的掌握程度以及答题能力的选拔测试水平。研究历年考研真题,不难发现考研数学考题的命题特点和出题思路与规律。因此,刷真题就成了必不可少的备考环节。

刷真题,把握命题方向

通过刷真题,尤其是近 15 年的真题,考生应全面总结“高频考点”“中低频考点”的命题规律、出题方向以及题型的变化与延伸情况,全面提高解题能力。

刷真题,训练考场心态

通过大量真题的训练,可帮助考生在熟悉真题的过程中,培养良好的应试心态,使考生在复习的过程中不慌不忙,有计划地完成备考,胸有成竹地面对考试。

刷真题,积累考试经验

通过刷真题,考生应形成一个自己的答题模式,合理安排客观题(选择题、填空题)与解答题的答题时间,答题的先后顺序;找准遇到难题的应对办法;把握复习的方向和进度,浓缩复习内容。

刷真题,找问题补短板

通过刷真题,看哪部分内容经常出错丢分,分析其原因,是基本概念没理解透彻、解题方法不对还是计算错误,找出问题进行有针对性的训练,明确下一步的复习重点。

刷真题,实现考研梦想

本书真题集结了考研数学的精华,既全面又权威,可以为考生助力加分,祝愿同学们考出优异成绩,摘取考研桂冠,精彩地完成生命中这一青春演绎!

本书在编写过程中,得到了学府考研屈奎老师,学府图书张城老师,王娜老师以及学府考研

数学教研室老师们的鼎力帮助,在此向他们表示感谢!

限于作者水平,书中疏漏与不足之处在所难免,恳请读者批评指正。

编者

2017年1月

目录

Contents

第一篇 历年真题考点分类

第一部分 高等数学

第一章 函数、极限与连续	(3)
第二章 一元函数微分学	(14)
第三章 一元函数积分学	(31)
第四章 多元函数微分学	(46)
第五章 二重积分	(51)
第六章 常微分方程	(54)

第二部分 线性代数

第一章 行列式	(61)
第二章 矩阵	(63)
第三章 向量	(67)
第四章 线性方程组	(70)
第五章 矩阵的特征值和特征向量	(74)
第六章 二次型	(77)

第二篇 分类真题答案解析

第一部分 高等数学

第一章 函数、极限与连续	(81)
第二章 一元函数微分学	(112)
第三章 一元函数积分学	(168)

第四章 多元函数微分学 (211)

第五章 二重积分 (221)

第六章 常微分方程 (231)

第二部分 线性代数

第一章 行列式 (256)

第二章 矩阵 (260)

第三章 向量 (268)

第四章 线性方程组 (276)

第五章 矩阵的特征值和特征向量 (292)

第六章 二次型 (302)

(11) 行列式 第一章

(12) 矩阵 第二章

(13) 向量 第三章

第三部分 微分方程

(14) 微分方程 第四章

(15) 微分方程 第五章

(16) 微分方程 第六章

附录 答案与提示

附录 答案与提示

(17) 行列式 第一章

(18) 矩阵 第二章

(19) 向量 第三章

第一篇

历年真题考点分类

第一章 函数、极限与连续

（考试题型分类）

真题 1 [2003-(A)-1] 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, “ $M \Rightarrow N$ ”表示“ M 的充分必要条件是 N ”, 则必有

(A) $F(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是奇函数 (B) $F(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是偶函数
(C) $F(x)$ 是周期函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是周期函数 (D) $F(x)$ 是单调函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是单调函数

真题 2 [2002-(7)-3] 设函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上连续, 且 $f(0)=0$, 则在函数中必为偶函数的是

(A) $\int_0^x f(t) dt$ (B) $\int_0^x f(t) dt$
(C) $\int_0^x f(t) dt + f(-x)$ (D) $\int_0^x f(t) dt + f(-x)$

真题 3 [2001-(B)-3] 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, 1] \\ 0, & x \in (-1, 0) \cup (1, 2] \end{cases}$, 则 $\int_{-1}^2 f(x) dx =$ ()

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$

真题 4 [1979-(8)-3] 设 $f(x)$ 是连续函数, $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数, 则

(A) 当 $f(x)$ 是奇函数时, $F(x)$ 必是偶函数
(B) 当 $f(x)$ 是偶函数时, $F(x)$ 必是奇函数
(C) 当 $f(x)$ 是周期函数时, $F(x)$ 必是周期函数
(D) 当 $f(x)$ 是单调函数时, $F(x)$ 必是单调函数

第一部分

高等数学

第一章 函数、极限与连续

常考题型

1. 求函数极限或已知函数极限求参数.
2. 利用单调有界数列必收敛与夹逼准则证明数列极限存在并求数列极限.
3. 无穷小的比较或已知无穷小的比较求参数.
4. 求函数的间断点并判断其类型.

真题真练

考点 1 函数及其特性

真题 1 [2005-(8)-4] 设 $F(x)$ 是连续函数 $f(x)$ 的一个原函数, “ $M \Leftrightarrow N$ ” 表示 “ M 的充分必要条件是 N ”, 则必有 ()

- (A) $F(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是奇函数 (B) $F(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是偶函数
(C) $F(x)$ 是周期函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是周期函数 (D) $F(x)$ 是单调函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是单调函数

真题 2 [2002-(7)-3] 设函数 $f(x)$ 连续, 则下列函数中必为偶函数的是 ()

- (A) $\int_0^x f(t^2) dt$ (B) $\int_0^x f^2(t) dt$
(C) $\int_0^x t[f(t) - f(-t)] dt$ (D) $\int_0^x t[f(t) + f(-t)] dt$

真题 3 [2001-(6)-3] 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$ 则 $f\{f[f(x)]\} =$ ()

- (A) 0 (B) 1 (C) $\begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 0, & |x| \leq 1, \\ 1, & |x| > 1 \end{cases}$

真题 4 [1999-(8)-3] 设 $f(x)$ 是连续函数, $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数, 则 ()

- (A) 当 $f(x)$ 是奇函数时, $F(x)$ 必是偶函数
(B) 当 $f(x)$ 是偶函数时, $F(x)$ 必是奇函数
(C) 当 $f(x)$ 是周期函数时, $F(x)$ 必是周期函数
(D) 当 $f(x)$ 是单调函数时, $F(x)$ 必是单调函数

真题 5 [1997-(10)-3] 设函数 $g(x) = \begin{cases} 2-x, & x \leq 0, \\ x+2, & x > 0, \end{cases}$ $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ -x, & x \geq 0, \end{cases}$ 则 $g[f(x)] =$ ()

- (A) $\begin{cases} 2+x^2, & x < 0, \\ 2-x, & x \geq 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 2-x^2, & x < 0, \\ 2+x, & x \geq 0 \end{cases}$
(C) $\begin{cases} 2-x^2, & x < 0, \\ 2-x, & x \geq 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 2+x^2, & x < 0, \\ 2+x, & x \geq 0 \end{cases}$

真题 6 [1993-二(1)-3] 当 $x \rightarrow 0$ 时, 变量 $\frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$ 是 ()

- (A) 无穷小 (B) 无穷大
(C) 有界的, 但不是无穷小 (D) 无界的, 但不是无穷大

真题 7 [1992-二(2)-3] 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ x^2+x, & x > 0, \end{cases}$ 则 ()

- (A) $f(-x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0, \\ -(x^2+x), & x > 0 \end{cases}$ (B) $f(-x) = \begin{cases} -(x^2+x), & x < 0, \\ -x^2, & x \geq 0 \end{cases}$
(C) $f(-x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ x^2-x, & x > 0 \end{cases}$ (D) $f(-x) = \begin{cases} x^2-x, & x < 0, \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$

真题 8 [1990-一(3)-3] 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$ 则 $f[f(x)] =$.

真题 9 [1988-三(1)-5] 已知 $f(x) = e^{x^2}$, $f[\varphi(x)] = 1-x$, 且 $\varphi(x) \geq 0$, 求 $\varphi(x)$ 并写出它的定义域.

真题 10 [1987-九(1)-4] 设 $f(x) = |x \sin x| e^{\cos x}$ ($-\infty < x < +\infty$) 是 ()

- (A) 有界函数 (B) 单调函数 (C) 周期函数 (D) 偶函数

真题 11 [1987-九(2)-4] 函数 $f(x) = x \sin x$ ()

- (A) 当 $x \rightarrow \infty$ 时为无穷大 (B) 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有界
(C) 在 $(-\infty, +\infty)$ 内无界 (D) 当 $x \rightarrow \infty$ 时有有限极限

考点 2 极限的概念及性质

真题 12 [2017-(3)-4] 设数列 $\{x_n\}$ 收敛, 则 ()

- (A) 当 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin x_n = 0$ 时, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$
(B) 当 $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + \sqrt{|x_n|}) = 0$ 时, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$
(C) 当 $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + x_n^2) = 0$ 时, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$
(D) 当 $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + \sin x_n) = 0$ 时, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$

真题 13 [2012-(3)-4] 设 $a_n > 0$ ($n=1, 2, \dots$), $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, 则数列 $\{S_n\}$ 有界是数列 $\{a_n\}$ 收敛的 ()

- (A) 充分必要条件 (B) 充分非必要条件 (C) 必要非充分条件 (D) 既不充分也不必要条件

(C) 必要非充分条件

(D) 既非充分又非必要条件

真题 14 [2003-(7)-4] 设 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 均为非负数列, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \infty$, 则必有 ()

(A) $a_n < b_n$ 对任意 n 成立

(B) $b_n < c_n$ 对任意 n 成立

(C) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n c_n$ 不存在

(D) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n c_n$ 不存在

真题 15 [1999-(9)-3] “对任意给定的 $\varepsilon \in (0, 1)$, 总存在正整数 N , 当 $n > N$ 时, 恒有 $|x_n - a| \leq 2\varepsilon$ ” 是数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a 的 ()

(A) 充分条件但非必要条件

(B) 必要条件但非充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既非充分条件又非必要条件

真题 16 [1998-(6)-3] 设数列 x_n 与 y_n 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$, 则下列断言正确的是 ()

(A) 若 x_n 发散, 则 y_n 必发散

(B) 若 x_n 无界, 则 y_n 必有界

(C) 若 x_n 有界, 则 y_n 必为无穷小

(D) 若 $\frac{1}{x_n}$ 为无穷小, 则 y_n 必为无穷小

考点 3 求数列极限

(1) 利用夹逼准则求数列极限

真题 17 [2012-(21)-10] (I) 证明方程 $x^n + x^{n-1} + \cdots + x = 1$ (n 为大于 1 的整数) 在区间 $(\frac{1}{2}, 1)$ 内有且仅有一个实根;

(II) 记 (I) 中的实根为 x_n , 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在, 并求此极限.

真题 18 [2010-(16)-10] (I) 比较 $\int_0^1 |\ln t| [\ln(1+t)]^n dt$ 与 $\int_0^1 t^n |\ln t| dt$ ($n=1, 2, \cdots$) 的大小, 说明理由;

(II) 记 $u_n = \int_0^1 |\ln t| [\ln(1+t)]^n dt$ ($n=1, 2, \cdots$), 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

真题 19 [1995-(4)-3] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 + n + 1} + \frac{2}{n^2 + n + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n + n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

(2) 利用单调有界数列必收敛证明数列极限存在并求其极限.

真题 20 [2013-(20)-11] 设函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小值;

(II) 设数列 $\{x_n\}$ 满足 $\ln x_n + \frac{1}{x_{n+1}} < 1$. 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在, 并求此极限.

真题 21 [2011-(19)-10] (I) 证明: 对任意的正整数 n , 都有 $\frac{1}{n+1} < \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) < \frac{1}{n}$ 成立;

(II) 设 $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n$ ($n=1, 2, \cdots$), 证明数列 $\{a_n\}$ 收敛.

真题 22 [2008-(5)-4] 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调有界, $\{x_n\}$ 为数列, 下列命题正

确的是

- (A) 若 $\{x_n\}$ 收敛, 则 $\{f(x_n)\}$ 收敛 (B) 若 $\{x_n\}$ 单调, 则 $\{f(x_n)\}$ 收敛
(C) 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛, 则 $\{x_n\}$ 收敛 (D) 若 $\{f(x_n)\}$ 单调, 则 $\{x_n\}$ 收敛.

真题 23 [2006-(18)-12] 设数列 $\{x_n\}$ 满足 $0 < x_1 < \pi, x_{n+1} = \sin x_n (n=1, 2, \dots)$.

(I) 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在, 并求该极限;

(II) 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{\frac{1}{x_n^2}}$.

真题 24 [2002-(16)-8] 设 $0 < x_1 < 3, x_{n+1} = \sqrt{x_n(3-x_n)} (n=1, 2, \dots)$, 证明数列 $\{x_n\}$ 的极限存在, 并求此极限.

真题 25 [1999-(18)-7] 设 $f(x)$ 是区间 $[0, +\infty]$ 上单调减少且非负连续函数,

$$a_n = \sum_{k=1}^n f(k) - \int_1^n f(x) dx (n=1, 2, \dots),$$

证明数列 $\{a_n\}$ 的极限存在.

(3) 利用定积分求(和式)数列极限

真题 26 [2017-(17)-10] 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} \ln \left(1 + \frac{k}{n} \right)$.

真题 27 [2016-(10)-4] 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left(\sin \frac{1}{n} + 2 \sin \frac{2}{n} + \dots + n \sin \frac{n}{n} \right) =$ _____.

真题 28 [2012-(10)-4] $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{2^2+n^2} + \dots + \frac{1}{n^2+n^2} \right) =$ _____.

真题 29 [2004-(9)-4] $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} \right)^2 \left(1 + \frac{2}{n} \right)^2 \dots \left(1 + \frac{n}{n} \right)^2}$ 等于 ()

(A) $\int_1^2 \ln^2 x dx$

(B) $2 \int_1^2 \ln x dx$

(C) $2 \int_1^2 \ln(1+x) dx$

(D) $\int_1^2 \ln^2(1+x) dx$

真题 30 [2002-(4)-3] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{1 + \cos \frac{\pi}{n}} + \sqrt{1 + \cos \frac{2\pi}{n}} + \dots + \sqrt{1 + \cos \frac{n\pi}{n}} \right) =$ _____.

(4) 杂题

真题 31 [2014-(20)-11] 设函数 $f(x) = \frac{x}{1+x}, x \in [0, 1]$, 定义函数列:

$$f_1(x) = f(x), f_2(x) = f(f_1(x)), \dots, f_n(x) = f(f_{n-1}(x)), \dots$$

记 S_n 是由曲线 $y = f_n(x)$, 直线 $x = 1$ 及 x 轴所围平面图形的面积, 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n S_n$.

真题 32 [2009-(11)-4] $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 e^{-x} \sin nx dx =$ _____.

真题 33 [2003-(8)-4] 设 $a_n = \frac{3}{2} \int_0^{\frac{n}{n+1}} x^{n-1} \sqrt{1+x^n} dx$, 则极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n$ 等于 ()

(A) $(1+e)^{\frac{3}{2}} + 1$

(B) $(1+e^{-1})^{\frac{3}{2}} - 1$

(C) $(1+e^{-1})^{\frac{3}{2}}+1$

(D) $(1+e)^{\frac{3}{2}}-1$

真题 34 [1994-三(3)-5] 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \tan^n \left(\frac{\pi}{4} + \frac{2}{n} \right)$.

真题 35 [1987-一(4)-3] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+1} \right)^n =$ _____.

考点 4 求函数极限

(1) 求未定式(基本未定式“ $\frac{0}{0}$ ”, “ $\frac{\infty}{\infty}$ ”, 其他五种未定式“ $\infty - \infty$ ”, “ $0 \cdot \infty$ ”, “ 1^∞ ”, “ 0^0 ”, “ ∞^0 ”) 的极限

真题 36 [2017-(15)-10] 求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x \sqrt{x-t} e^t dt}{\sqrt{x^3}}$.

真题 37 [2016-(15)-10] 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x + 2x \sin x)^{\frac{1}{x^4}}$.

真题 38 [2014-(15)-10] 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_1^x [t^2(e^{\frac{1}{t}} - 1) - t] dt}{x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)}$.

真题 39 [2014-(5)-4] 设函数 $f(x) = \arctan x$, 若 $f(x) = xf'(\xi)$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\xi^2}{x^2} =$ ()

(A) 1

(B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{3}$

真题 40 [2013-(9)-4] $\lim_{x \rightarrow 0} \left[2 - \frac{\ln(1+x)}{x} \right]^{\frac{1}{x}} =$ _____.

真题 41 [2011-(9)-4] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+2^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}} =$ _____.

真题 42 [2009-(15)-10] 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)[x - \ln(1 + \tan x)]}{\sin^4 x}$.

真题 43 [2008-(15)-9] 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sin x - \sin(\sin x)] \sin x}{x^4}$.

真题 44 [2007-(11)-4] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - \sin x}{x^3} =$ _____.

真题 45 [2005-(15)-11] 设函数 $f(x)$ 连续, 且 $f(0) \neq 0$, 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (x-t)f(t)dt}{\int_0^x f(x-t)dt}$.

真题 46 [2004-(15)-10] 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left[\left(\frac{2+\cos x}{3} \right)^x - 1 \right]$.

真题 47 [2002-(8)-3] 设 $y = y(x)$ 是二阶常系数微分方程 $y'' + py' + qy = e^{3x}$ 满足初始

条件 $y(0) = y'(0) = 0$ 的特解, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $\frac{\ln(1+x^2)}{y(x)}$ 的极限 ()

- (A) 不存在 (B) 等于 1 (C) 等于 2 (D) 等于 3

真题 48 [2001-(1)-3] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{1+x}}{x^2 + x - 2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

真题 49 [2000-(1)-3] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{\ln(1+2x^3)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

真题 50 [1999-(11)-5] 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1+\sin x}}{x \ln(1+x) - x^2}.$

真题 51 [1998-(1)-3] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} - 2}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

真题 52 [1997-(11)-5] 求极限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x-1} + x + 1}{\sqrt{x^2+\sin x}}.$

真题 53 [1996-一(4)-3] $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\sin \ln \left(1 + \frac{3}{x} \right) - \sin \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right] = \underline{\hspace{2cm}}.$

真题 54 [1995-三(1)-5] 求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x(1 - \cos \sqrt{x})}.$

真题 55 [1993-一(1)-3] $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = \underline{\hspace{2cm}}.$

真题 56 [1993-三(2)-5] 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2+100} + x).$

真题 57 [1992-一(3)-3] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{e^x - \cos x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

真题 58 [1992-三(1)-5] 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{6+x} \right)^{\frac{x-1}{2}}.$

真题 59 [1991-一(5)-3] $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - e^{\frac{1}{x}}}{x + e^{\frac{1}{x}}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

真题 60 [1991-三(3)-5] 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^2(e^x - 1)}.$

真题 61 [1989-一(1)-3] $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot 2x = \underline{\hspace{2cm}}.$

真题 62 [1989-二(3)-4] 求 $\lim_{x \rightarrow 0} (2 \sin x + \cos x)^{\frac{1}{x}}.$

真题 63 [1988-一(4)-4] $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{\tan x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

真题 64 [1987-二-6] 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$

(2) 利用(隐)左右极限求函数极限

真题 65 [1992-二(3)-3] 当 $x \rightarrow 1$ 时, 函数 $\frac{x^2-1}{x-1} e^{\frac{1}{x-1}}$ 的极限 ()