普通高等教育“十三五”规划教材
全国高等院校医学实验教学规划教材

编审委员会主任委员　马晓健
编写委员会总主编　邬贤斌

医用物理学与电子学实验

主编　廖吾清

科学出版社

普通高等教育“十三五”规划教材
全国高等院校医学实验教学规划教材

医用物理学与电子学实验

主　编　廖吾清
副主编　祝铭山
编　委　（按姓氏笔画排序）
李文成　宋宗根　祝铭山　廖吾清

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本教材是为医学院校学生编写的实验教材，内容包括医用物理学和医用电子学两门基础课的实验。本教材分为三部分，第一部分绪论，主要涉及实验误差和有效数字处理的基本知识；第二部分是医用物理学实验，包括与理论课和医学物理学结合密切的12个基本实验；第三部分是医用电子学实验，包括常用仪器使用、模拟电子电路和数字电路实验，以及模拟、数字技术在单片机中的应用演示实验等12个基本实验。

本教材为医用物理学和医用电子学两门课程的配套实验教材，适合作为普通高等医学院校各专业使用，也可作为相关培训实验教材和自学参考书。

图书在版编目（CIP）数据

医用物理学与电子学实验 / 廖吾清主编. —北京：科学出版社，2017.8
普通高等教育“十三五”规划教材・全国高等院校医学实验教学规划教材
ISBN 978-7-03-053391-3

Ⅰ. ①医… Ⅱ. ①廖… Ⅲ. ①医用物理学–实验–高等学校–教材②医用电子学–实验–高等学校–教材 Ⅳ. ①R312-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 132986 号

责任编辑：周 园 / 责任校对：彭 涛
责任印制：赵 博 / 封面设计：陈 敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
三河市书文印刷有限公司 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2017年8月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2017年8月第一次印刷 印张：11 1/2
字数：267 000
定价：39.80 元
（如有印装质量问题，我社负责调换）

全国高等院校医学实验教学规划教材

编审委员会

主任委员　马晓健

委　　员　（按姓氏笔画排序）

田小英　向开祥　李　青　李树平

饶利兵　蒋乐龙　谢日华

编写委员会

总 主 编　邬贤斌

编　　委　（按姓氏笔画排序）

牛友芽　田玉梅　刘立亚　刘理静

刘新岗　李　兵　李小琳　杨　渊

杨懿农　陈立军　郑莉茗　胡昌军

胡祥上　柳　洁　饶利兵　祝铭山

唐根云　廖吾清

秘　　书　刘新岗　朱　宁

前　言

本书是为医学院校学生编写的实验教材，内容包括医用物理学和医用电子学两门基础课的实验，目的是为医学专业学生提供系统的医用物理学和医用电子学实验知识和技能，为后续课程的学习和将来从事医疗卫生、科研工作打好基础。教材编写贯彻了三基（基础理论、基本知识、基本技能）、五性（思想性、科学性、先进性、启发性、适用性）、三特定（特定的对象、特定的要求、特定的限制）的原则，以理论教材为基础，根据现代医学对医用物理学和医用电子学的基本需求，参考国内外有关教材，结合医学院校实验条件和教学改革经验编写而成，具有较强的实用性和可操作性。

本书分为三部分。第一部分绪论，主要涉及实验误差和有效数字处理的基本知识。第二部分是医用物理学实验，包括与理论课和医学结合密切的 12 个基本实验；通过实验，使学生掌握实验的思想、方法、技术和仪器装置，培养学生的基本实验技能和操作方法，培养学生进行科学实验的能力和良好的工作作风。第三部分是医用电子学实验，包括常用仪器使用、模拟电子电路和数字电路实验，以及模拟、数字技术在单片机中的应用演示实验等 12 个基本实验。通过实验，使学生巩固所学理论，掌握电子技术的实验知识和技能，进而使学生能借助医学仪器说明书看懂电路原理图，正确使用仪器，充分挖掘仪器的功能，为进一步学习现代医学诊疗仪器、分析仪器、检验仪器打下基础。本书可供高等医学院校临床、药学、医检、口腔、康复、法医、影像、生物医学工程等专业使用。

本书由湖南医药学院廖吾清老师担任主编，承担编写内容：绪论，医用物理学实验篇中的实验一至实验三、实验八、实验九、实验十一、实验十二，以及医用电子学实验篇中的实验一至实验十二，并负责全书的审定和统稿；祝铭山老师担任副主编，承担编写内容：医用物理学实验篇中的实验四至实验七、实验十。在编写过程中得到湖南医药学院领导和同事的大力支持，在此表示衷心的感谢。

由于水平有限，书中难免有不妥之处，希望同行、专家及使用本书的师生们提出宝贵的意见，以便今后不断完善。

廖吾清

2017 年 3 月 8 日

目　录

绪论 ······ 1

第一篇　医用物理学实验 ······ 12

实验一　长度测量 ······ 12

实验二　数字示波器的使用 ······ 18

实验三　人耳纯音听阈曲线的测定 ······ 31

实验四　B 类超声波实验 ······ 38

实验五　心率血压的测量 ······ 43

实验六　液体黏滞系数的测定 ······ 47

实验七　液体表面张力系数的测定 ······ 52

实验八　心电图机的使用 ······ 55

实验九　数字万用表的使用 ······ 66

实验十　眼睛的屈光不正及物理矫正实验 ······ 72

实验十一　光栅衍射法测量光的波长 ······ 76

实验十二　旋光仪的使用 ······ 84

第二篇　医用电子学实验 ······ 91

实验一　常用仪器的使用与元器件的检测 ······ 91

实验二　单级放大电路 ······ 98

实验三　互补对称功率放大器 ······ 105

实验四　运算放大器 ······ 109

实验五　波形发生电路 ······ 114

实验六　电源电路 ······ 122

实验七　门电路逻辑功能及测试 ······ 130

实验八　组合逻辑电路分析与设计 ······ 135

实验九　译码器、编码器、数码管 ······ 139

实验十　RS、D 和 JK 触发器功能测试 ······ 148

实验十一　计数器及其应用 ······ 157

实验十二　单片机开发演示 ······ 163

参考文献 ······ 171

附录 1　常用数字集成电路管脚图 ······ 172

附录 2　实验守则 ······ 175

绪　论

一、实验目的

医用物理实验是医用物理学课程的重要组成部分，是学生进入大学后学习实验技术、接受实验技能训练的开端，是实践能力培养的重要手段，也是后续课程实验的基础；医用电子学实验对于学生运用电子学理论知识，掌握电子技术实验技能，使用现代电子仪器，培养分析问题、解决问题和动手能力，造就实用型、应用型、创新型人才有着极其重要的作用。因此，实验的目的是：

(1) 通过实验，进一步验证、巩固和充实课堂上讲授的理论和概念，并适当地扩大知识面，从而对医学物理学的基本理论、基本概念有更深入的了解。

(2) 通过基本实验知识的学习，使学生掌握基本的误差理论、有效数字及其运算，一些基本物理量的测量原理和方法。

(3) 通过严格的基本操作、基本技能训练，使学生正确掌握实验操作技能，熟悉常用仪器的基本原理、性能和使用方法，正确记录、处理实验数据，分析判断实验结果，写出比较完整的实验报告。

(4) 通过实验培养学生独立工作、独立思考的能力，培养学生的科学精神、创新思维和创新能力，为后续课程的学习打下良好的基础。

(5) 通过实验培养学生严肃的科学态度、严谨的工作作风和优良的科学素质，以及分析问题、解决问题的独立工作能力，培养团结协作的精神，使学生逐步掌握科学研究的方法，并树立勇于探索、敢于创新的科学态度。

二、实验课具体要求

(1) 实验前必须充分预习，完成指定的预习任务，明确实验目的与要求，了解实验原理与方法。实验课前，老师在预习作业上签字，学生方能实验。

(2) 对于医用物理学实验，要熟悉常用仪器的一般原理及使用方法，如游标卡尺、螺旋测微器、数字示波器、数字函数信号发生器、数字万用表、听觉实验仪、数字心电图机、分光计、旋光仪、模拟实验箱和数字实验箱等；对于医用电子学实验，要进一步熟悉电子技术的重要仪器——数字示波器和数字万用表的使用，掌握基本的五个模拟电子电路、六个数字电路的实验原理和实验技能，了解模拟、数字电路在单片机系统中的应用。

(3) 了解实验误差的基本概念，分析误差产生的原因，正确按照误差理论知识处理有效数字，并进行误差计算，做好原始数据和处理数据的记录。

(4) 能正确按照数据画出图、曲线，会利用图、曲线分析实验结果。

(5) 写出正确的实验报告，总结自己的实验结果。

实验报告应完整、真实地反映实验结果，是实验工作的全面总结；要求形式简洁、文字通顺、字迹工整、图表规范、结果正确、分析讨论认真。实验报告内容包括：①实验名称；②实验目的；③仪器器材；④实验原理简述；⑤原始数据的记录与数据处理；⑥误

差分析与讨论；⑦实验总结。

(6) 实验过程中若发现仪器出现故障或其他异常情况(例如，有元件冒烟、过于发烫或有异味)，应立即停止实验，切断电源，报告指导教师。找出原因、排除故障，经指导教师同意后再继续实验。

(7) 实验结束后，必须关断电源，并将仪器、设备、工具、导线等按规定整理好。教师在实验原始数据记录表上签字，学生才能离开实验室。

三、实验误差和有效数字处理基本知识

(一) 误差及其分类

1. 误差定义　每一个物理量都是客观存在的，在一定的条件下具有不以人的意志为转移的客观大小，人们将它称为该物理量的真值。测量的目的是获得待测量的真值，但真值一般是不能准确测量到的。真值常有三种：①理论真值，如三角形三个内角和为180°；②计量学约定真值，如长度单位米、时间单位秒、电流强度单位安培、温度单位开尔文等；③标准器的相对真值，例如，为了使用上的需要，有时可以把高一级标准器测得的结果作为低一级标准器测量所得测量值的相对真值。

然而由于实验设备的精度、测量方法的严密性、测量者观察能力的局限性、环境的不稳定性、测量理论的近似性等因素的影响，测量值总是真值的近似值。测量值与真值之间的差异称为误差，也称绝对误差，即：误差=测量值−真值。若用 X 表示测量值，X_0 表示真值，ΔX 表示误差，则

$$\Delta X=X-X_0 \tag{0-1}$$

2. 误差分类　根据误差的性质及产生的原因，误差可分为系统误差、随机误差和粗大误差三类。

(1) 系统误差：在相同的观测条件下，对某物理量进行了多次观测，如果误差出现的大小和符号均相同或按一定的规律变化，则这种误差称为系统误差。其特点是测量结果总朝一个方向偏离真值，这种误差可以通过校正仪器装置、改进测量方法尽量减少或消除。根据产生的原因，系统误差一般有如下几种：

1) 设备误差：用来进行直接测量或间接测量的仪器、仪表本身具有的误差(如分光计、万用表本身的误差)，即仪器误差；作为标准器具的标准砝码、标准电池、标准电阻等本身含有的误差；测量附件引入的误差，如电路实验中的开关、电源、连接导线所引起的误差。

仪器误差是仪器设计、生产时引入的误差，由厂商或计量部门给出，一般在仪器铭牌上标明或在说明书上写明。读数误差是由测量者读数时引入的误差，只要正确细心读数，一般可忽略。

在物理和电子技术实验中，通常把仪器的示值误差限或基本误差限取作仪器误差。例如，最小分度为0.02mm的游标卡尺，其示值误差为0.02mm；最小分度为0.01mm的螺旋测微器，其示值误差为0.004mm；量程为10V的0.5级电压表，基本误差限为10V×0.5%=0.05V。

2) 方法误差：实验所依据理论、方法等的近似性引起的误差，或实验条件达不到理论公式要求引起的误差。

3) 人员误差：实验人员生理上的最小分辨力、感官的生理变化、反应速度和习惯所引起的误差。

(2) 随机误差：在相同的测量条件下，对某物理量进行多次测量，如果误差的绝对值和符号的变化时大时小、时正时负，没有确定的规律，那么这种随机变化的误差称为随机误差或偶然误差。例如，游标卡尺测量长度时的读数误差属于随机误差。

由于随机误差具有偶然的性质，不能预先知道，所以也就无法从测量过程中予以修正或加以消除。但是，随机误差在多次重复测量中服从统计规律，在一定条件下，可以用增加测量次数的方法加以控制，从而减少它对测量结果的影响。

(3) 粗大误差：在规定测量条件下，明显超出统计规律预期值的误差称为粗大误差。含有粗大误差的测得值称为坏值或异常值，由于严重歪曲了实际情况，所以在处理数据时应将其剔除。

产生粗大误差的主要原因如下：

1) 客观原因：电压突变、机械冲击、外界震动、电磁(静电)干扰、仪器故障等引起了测试仪器的测量值异常或被测物品的位置相对移动，从而产生了粗大误差。

2) 主观原因：使用了有缺陷的仪器、量具；实验状况未达到预想的要求而匆忙实验，操作时疏忽大意、违反操作规程，读数、记录、计算的错误等。另外，环境条件的反常突变因素也是产生这些误差的原因。

只要实验人员准备充分、注意细节、认真操作，粗大误差一般可以避免。所以，在误差分析时，通常要处理的误差只有系统误差与随机误差两类。

3. 测量精度　测量精度指测量的结果相对于被测量真值的偏离程度。精度高的实验，测量结果误差小。精度可细分为精密度、准确度和精确度。图 0-1 是准确度、精密度与精确度区别示意图。

(1) 精密度：表示一组测量值的偏离程度。或者说，多次测量时，表示测得值重复性的高低。如果多次测量值都很接近，即偶然误差小，则称为精密度高。可见，精密度与偶然误差相联系。

(2) 准确度：表示一组测量值与真值的接近程度。测量值与真值越接近，或者说系统误差越小，其准确度越高。所以，准确度与系统误差相联系。

(3) 精确度：它是对测量的精密度和准确度的综合评价，反映系统误差与偶然误差合成大小的程度。在实验测量中，精密度高的，准确度不一定高；准确度高的，精密度不一定高；但精确度高的，精密度和准确度都高。

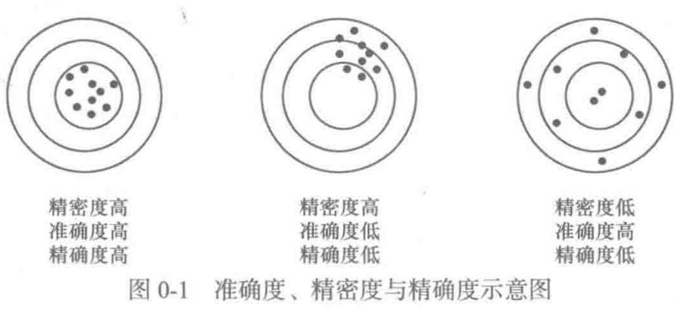

图 0-1　准确度、精密度与精确度示意图

(二) 直接测量结果及其随机误差的估计

在测量中，待测量的值可以从仪器或仪表上直接读出，这种测量称为直接测量，相应的物理量为直接测得量，例如，米尺测长度，天平称质量，万用表测电压等。

由于直接测量一般无法得到真值，故误差不能完全避免，也不能完全确定，误差只能通过一定的方法加以估计。假定系统误差和粗大误差已经消除或修正，下面对剩下的随机误差进行处理。

1. 多次直接测量的误差处理

(1) 算术平均值：由于随机误差具有抵偿性，即多次测量平均值的随机误差比单次测量的随机误差小。为了减小随机误差，应尽可能采用多次测量，以算术平均值作为测量结果。在相同条件下，对某一物理量 X 进行了 n 次等精度的重复测量，测得值分别为：X_1，X_2，…，X_n，如果用 $\overline{X}$ 表示算术平均值，则

$$\overline{X}=\frac{1}{n}(X_1+X_2+X_3+\cdots+X_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i \tag{0-2}$$

根据误差统计理论，算术平均值 $\overline{X}$ 最接近于真值，我们称之为测量结果的最佳值或近真值。当测量次数无限增加时，算术平均值将无限接近于真值。

(2) 算术平均偏差：根据式(0-1)误差定义，因为真值不能够确定，所以误差只能估算。随机误差的估算方法有多种，算术平均偏差是常用的一种。

设各次实验测量值 X_i 与算术平均值 $\overline{X}$ 的偏差为 ΔX_i，i=1，2，3，…，n，则各次测量的偏差分别为 $\Delta X_1=X_1-\overline{X}$，$\Delta X_2=X_2-\overline{X}$，…，$\Delta X_n=X_n-\overline{X}$。

再将各次测量的偏差分别取绝对值，求其平均值，得

$$\Delta X=\frac{1}{n}(|\Delta X_1|+|\Delta X_2|+\cdots+|\Delta X_n|)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\Delta X_i| \tag{0-3}$$

式中，ΔX 称为算术平均偏差，或平均绝对偏差。

要强调的是，误差和偏差有区别。误差是测量值与真值之差，偏差是测量值与平均值之差。当测量次数很多时，算术平均值 $\overline{X}$ 就接近于真值，各次测量值与 $\overline{X}$ 的偏差也就接近于与真值的误差。因此，通常不区分偏差与误差，就简单地将算术平均偏差认为是算术平均误差，或平均绝对误差。于是，实验的测量结果表示为

$$X=\overline{X}\pm\Delta X\ (\text{单位}) \tag{0-4}$$

式(0-4)整个称为测量结果表达式，X 是测量值，$\overline{X}$ 是多次测量的算术平均值(即最佳测定值或近真值)，ΔX 为算术平均误差(即平均绝对误差)；“±”号表示每次测量值可能比 $\overline{X}$ 大或小一些。

测量结果表达式的含义是：被测物理量的真值一般落在区间($X-\Delta X$，$X+\Delta X$)之内，但不排除会有个别测量值落在区间($X-\Delta X$，$X+\Delta X$)以外的可能性。

例如，对某个物体高度进行多次测量后，经计算，测量结果表示为

$$H=\overline{H}\pm\Delta H=(20.40\pm0.05)(\text{cm})$$

其中近真值 20.40、平均绝对误差 0.05、单位 cm 三者缺一不可。

严格来说，测量结果表达式应是 $X=\overline{X}\pm U$(单位)，其中 U 是测量结果的不确定度。因为按国家计量标准计算不确定度比较复杂，为简单起见，本书用算术平均误差 ΔX 来近似

替代不确定度 U。

(3) 相对误差：平均绝对误差仅说明误差的绝对值大小，可大体上说明测量结果的好坏，但不能描述测量结果的准确度。为了描述测量的准确度，通常采用相对误差(又称百分误差)概念。平均绝对误差与算术平均值之比称为相对误差 E，表示为

$$E=\frac{\Delta X}{\overline{X}}\times 100\% \tag{0-5}$$

例　实验测得两个物体的长度分别为

$$L_1=\overline{L_1}\pm\Delta L_1=(20.40\pm 0.05)(\text{cm}) \qquad L_2=\overline{L_2}\pm\Delta L_2=(2.50\pm 0.05)(\text{cm})$$

分别求其相对误差。

解　$E_1=\dfrac{0.05}{20.40}\times 100\%\approx 0.245\%\approx 0.2\%$　　$E_2=\dfrac{0.05}{2.50}\times 100\%=2\%$

计算结果表明，长度 L_1 和 L_2 的绝对误差虽然一样，但后者相对误差是前者的 10 倍，说明长度 L_1 的测量要准确得多。因此，相对误差越小，测量精度越高。

测量结果表达式也可以用相对误差表示

$$X=\overline{X}\,(1\pm E)(\text{单位}) \tag{0-6}$$

(4) 最大引用相对误差：用测量仪器(如万用表)在一个量程范围内出现的最大绝对误差 Δx_m 与该量程值(上限　值−下限值)x_m 之比来表示的相对误差叫做最大引用相对误差 γ_m，即 $\gamma_m=\dfrac{\Delta x_m}{x_m}\times 100\%$。

仪器各量程内绝对误差的最大值：$\Delta x_m=\gamma_m\cdot x_m$。

我国电工仪表共分七级：0.1，0.2，0.5，1.0，1.5，2.5，5.0。如果仪表为 a 级，则说明该仪表的引用误差不超过 $a\%$，即最大引用相对误差为 $a\%$。

测量值 x 的相对误差

$$E_x=\frac{\Delta x}{x}=\frac{\Delta x}{x}\cdot\frac{x_m}{\Delta x_m}\cdot\frac{\Delta x_m}{x_m}=\frac{x_m}{x}\cdot\frac{\Delta x_m}{x_m}\cdot\frac{\Delta x}{\Delta x_m}\leqslant\frac{x_m}{x}\cdot\frac{\Delta x_m}{x_m}=\frac{\Delta x_m}{x}\times a\%$$

其中，x 为测量值，x_m 为量程。可见，测量值 x 的最大相对误差为 $E_{xm}=\dfrac{\Delta x_m}{x}\times a\%$。

在使用电工仪表类仪器测量时，应选择恰当的量程，使示值(读数值)尽可能接近于满度值，指针最好能偏转在不小于满度值 2/3 以上的区域。

这里说明一下，初学者主要是要树立误差的概念和对实验结果进行粗略、简明的分析，对于均方根误差和其他形式的误差，本书不作介绍。

2. 单次直接测量的误差处理

由于有些物理量的测量精度要求不高，或物理量的误差对整体影响较小，所以只测量一次即可满足测量要求。单次测量误差的估计一般有三种情况：

(1) 在已知仪器误差情况下，单次测量的误差取仪器误差。

(2) 在没有给出仪器误差的情况下，对连续读数的仪器，取测量仪器最小分度值一半作为单次测量的误差；对非连续读数的仪器，取测量仪器的最小分度值作为单次测量的误差。

(3) 对于其余一些特殊情况，单次测量的仪器误差示具体情况而定，如秒表和天平。

单次测量结果表达式仍用式(0-4)表示。

(三) 间接测得量误差的估计

间接测量是用仪器测量某些直接测得量后，通过特定的函数关系计算，得出被测量值(如体积)的测量，相应的物理量称为间接测得量。

因为直接测量值有误差，所以由函数关系式计算得到的间接测量值也一定存在误差。间接测得量误差是由直接测量值的误差经函数公式计算传播(即误差计算传递)产生的，这种误差叫传递误差。

1. 间接测量值 y 的绝对误差计算公式　设间接测量值 y 是互相独立的直接测量值 x_1，x_2,…，x_n 的函数，$y=f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$。按微分学知识，当自变量有增量 Δx_1，Δx_2，Δx_3，…，Δx_n 时，函数 y 相应的增量 Δy 近似为

$$\Delta y \approx \frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1+\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2+\cdots+\frac{\partial f}{\partial x_n}\Delta x_n$$

考虑到误差宁大勿小原则(以保证测量结果的可靠性)，将各误差项取绝对值后再相加；且因误差本来就是一个估计值，故用等号代替上式中的近似号，得到间接测量值 y 的绝对误差 Δy 的计算公式如下：

$$\Delta y=\left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1\right|+\left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2\right|+\cdots+\left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\Delta x_n\right| \tag{0-7}$$

2. 间接测量值 y 相对误差计算公式　将函数 $y=f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$两边取对数，再求全微分，与绝对误差的考虑一样，得到间接测量值 y 的相对误差 E 的计算公式

$$E=\frac{\Delta y}{y}=\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\Delta x_1\right|+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\Delta x_2\right|+\cdots+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x_n}\Delta x_n\right| \tag{0-8}$$

显而易见，对和差的函数，用式(0-7)计算绝对误差方便；对积商的函数，用式(0-8)计算相对误差方便。用式(0-7)和(0-8)导出一些常用函数的误差传播公式，见表 0-1。

表 0-1　常用函数的误差传播公式

序号	函数关系 $y=f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$	绝对误差 Δy	相对误差 $E=\frac{\Delta y}{y}$
1	$y=x_1+x_2+x_3+\cdots$	$\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3+\cdots$	$\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3+\cdots}{x_1+x_2+x_3+\cdots}$
2	$y=x_1-x_2$	$\Delta x_1+\Delta x_2$	$\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{x_1-x_2}$
3	$y=x_1\cdot x_2$	$\Delta x_1\cdot x_2+x_1\Delta x_2$	$\frac{\Delta x_1}{x_1}+\frac{\Delta x_2}{x_2}$
4	$y=\frac{x_1}{x_2}$	$\frac{x_1\Delta x_2+x_2\Delta x_1}{x_2^{\ 2}}$	$\frac{\Delta x_1}{x_1}+\frac{\Delta x_2}{x_2}$
5	$y=kx$	$k\Delta x$	$\frac{\Delta x}{x}$
6	$y=x^n$	$nx^{n-1}\Delta x$	$n\frac{\Delta x}{x}$
7	$y=\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n}x^{\left(\frac{1}{n}-1\right)}\Delta x$	$\frac{1}{n}\frac{\Delta x}{x}$
8	$y=\sin x$	$\cos x\cdot\Delta x$	$\cot x\cdot\Delta x$
9	$y=\cos x$	$\sin x\cdot\Delta x$	$\tan x\cdot\Delta x$
10	$y=\tan x$	$\frac{\Delta x}{\cos^2 x}$	$\frac{2\Delta x}{\sin^2 x}$

续表

序号	函数关系 $y=f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$	绝对误差 Δy	相对误差 $E=\dfrac{\Delta y}{y}$
11	$y=\cot x$	$\dfrac{\Delta x}{\sin^2 x}$	$\dfrac{2\Delta x}{\sin^2 x}$

注：表中的 x_1，x_2，…，x_n，x 是各个直接测量值的算术平均值；Δx_1，Δx_2，…，Δx_n，Δx 是各个直接测量值的平均绝对误差。

(四) 有效数字及其运算

1. 有效数字 用仪器直接测量的数值都会有一定误差，因此，测量的数据都只是近似数。仪器上读出的几位可靠数字连同其后的一位可疑数字称为测量结果的有效数字。

例如，如图 0-2 所示，用一个量程为 50V、最小分度为 1V 的指针式电压表测量电压，测量值最多只可能有 3 位数字。

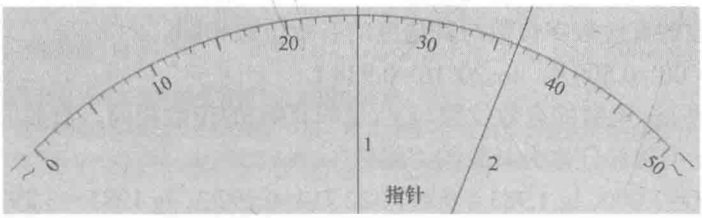

图 0-2 指针式万用表测量时指针两种位置

图 0-2 中指针所处 2 位置，测得的电压为 36.4V，其中前两位数“36”是直接从电压表上准确读出的，末位数字“4”是估读。估读位因人而异，末位数“4”是有疑问的，称为可疑数字。“4”虽然可疑，即有误差，但仍然反映了客观实际，因此，它是有效的。如果再估读存疑数字以后的各位，既没有必要也不可能。因此，36.4 是有效数字，有 3 位。

图 0-2 中指针所处 1 位置，指针恰好指示在 25V 的刻线上，这时的电压读数记为 25.0V，末位的“0”仍然是有效数字，表示这一位是可疑的，是有误差的。绝不能记为 25V，否则就表明“5”是可疑数字，说明电压表的最小分度不是 1V 而是 10V。所以，一个物理量的测量值与数学上一个数的意义是不同的。

有些仪器如数字式仪表或游标卡尺，是不能估计到最小刻度下一位数字的，而把直接读出的数字记录下来，认为最后一位数字是存疑的。

从可疑数字起，向左数到最后一个不是零的数字的位数，叫做有效数字的位数。例如，“36.4”是三位有效数字，“0.411”“0.041 1”也都是三位有效数字。对有效数字还有两点应当注意：

(1) 有效数字的位数与十进制单位的变换无关，即与小数点的位置无关，用以表示小数点位置的“0”不是有效数字。例如，36.4V 写成 3.64×10^4mV(毫伏)或 0.0364kV(千伏)，这三种表示法完全等效，均为三位有效数字。

(2) 当“0”不是用作表示小数点位置时，0 是有效数字。例如，4.087cm 的有效数字为 4 位，8.400cm 的有效数字也是 4 位。数据最后的“0”既不能任意加上，也不能随便去掉。

2. 间接测量值有效数字的确定——有效数字的运算法则 间接测量值是从几个直接测量的值经过公式运算得到的，因此，必须注意运算的规则。确定间接测量值有效数字的依据是：可疑数字与可疑数字或可疑计数字与准确数字之和、差、积、商仍为可疑数字。运

算结果只保留一位可疑数字，其他四舍五入。

(1) 有效数字的加减运算：几个数相加或相减时，结果的有效数字只保留最高一位可疑数字。可疑数字后面的尾数小于 5 则舍；大于 5 则入；等于 5 再看后一位数，若为非零值则入，若为零则将可疑数凑成偶数。下面例子中，加一横线数字是可疑数字，其他数字是可靠数字。

例如，$13.7\underline{8}+92.44\underline{3}=106.\underline{223}$，结果记为 $106.\underline{2}$；$36.8\underline{7}-4.73\underline{5}=32.1\underline{35}$，结果记为 $32.1\underline{4}$。

(2) 有效数字的乘、除运算：积或商的有效数字与参与运算诸数中有效数字位数最少者一致。

例如，$4.17\underline{8}\times 11\underline{1}=46\underline{3.758}$，结果记为 $46\underline{4}$；$528\underline{0}\div 12\underline{1}=43.\underline{636}$，结果记为 $43.\underline{6}$。

(3) 乘方、开方的有效数字：乘方、开方的有效数字与其底的有效数字位数相等。

例如，$100^2=100\times 10^2$，$\sqrt{49}=7.0$，$\sqrt{100}=10.0$，$4.0^2=16$。

(4) 测量值和常数相乘时，以测量值的位数为准。

(5) 三角函数的有效数字位数与其角度的有效位数相同。

例如，$\sin 30°00'=0.500\,0$，$\cos 20°16'=0.938\,1$。

(6) 常用对数 $\lg x$ 尾数的有效位数与 x (也叫真数)的位数相同。对数值的整数部分称为对数的“首数”，小数部分称为对数的“尾数”。

例如，$\lg 100 = 2.000$，$\lg 1.983 = 0.297\,322\,714=0.297\,3$，$\lg 1983 = 3.297\,327\,14=3.297\,3$。

(7) 混合运算中，结果的有效数字位数可比运算规定的多保留一位。一般是按部就班地运用有效数字的运算规则进行计算。

(8) 常数 π、e、$\sqrt{2}$ 等有效位数，应与运算量中有效位数最少的多取一位参与运算。

3. 确定测量结果有效数字的原则

测量结果的表达式为：$X=\bar{X}\pm\Delta X$(单位)或 $X=\bar{X}\,(1\pm E)$(单位)。

误差只是一个估计范围，通常误差 ΔX 或相对误差 E 在最后的测量结果表达式中，有效数字只取一位；但将它们作为中间运算值时(如由相对误差和平均值计算绝对误差时)，一般保留两位有效数字参与运算。为了保证数据的可靠性，宁可把误差估计得大一点，因此，误差 ΔX 在进行舍入时“只入不舍”。由于有效数字的最后一位是有误差的，所以，确定(直接测得量或间接测得量的)测量结果有效数字位数的原则是：$\bar{X}$ 最后一位有效数字要与绝对误差所在的那一位取齐；如果 $\bar{X}$ 实际位数不够而无法与绝对误差的末位对齐，一般在 $\bar{X}$ 的末位补零来对齐。例如，$L=18.00\pm0.02$(cm)是正确的，而 $L=18.0\pm0.02$(cm)或 $L=18.000\pm0.02$(cm)都是错误的。

在单次测量中，如果已知仪器误差，就用仪器误差作为 ΔX；在多次测量中，如果平均绝对误差小于仪器误差，ΔX 也要用仪器误差。

总之，要注意两条原则：①误差决定测量结果的有效数字位数；②误差宁大勿小。

必须指出，实验数据和计算结果不可用分数表示，必须是具体的数值。

例　用游标卡尺测量一圆柱体，测试结果如表 0-2 所示，试写出圆柱体体积的测量结果表达式。表中：读数是直接从游标卡尺上读的数据；零点读数是没有测量物体时两量爪紧靠时的读数，也称零点偏差；测量值=读数−零点读数。

表 0-2　圆柱体测试结果

仪器：50 分游标卡尺		游标最小分度：0.02mm			零点读数：0.00mm	
项目	高度 h/mm			直径 d/mm		
次数	读数	测量值	各次误差	读数	测量值	各次误差
1	19.90	19.90	−0.044	10.00	10.00	+0.016
2	20.00	20.00	+0.056	9.98	9.98	−0.004
3	19.92	19.92	−0.024	9.96	9.96	−0.024
4	19.98	19.98	+0.036	10.00	10.00	+0.016
5	19.92	19.92	−0.024	9.98	9.98	−0.004
平均值		19.944	Δh=0.036 8		9.984	Δd=0.012 8
结果	$h=\overline{h}\pm\Delta h$=19.94±0.04(mm)；$d=\overline{d}\pm\Delta d$=9.98±0.02(mm)					

注：① $\overline{h}$ 是 5 次测量高度的平均值，即 $\overline{h}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}h_i$，各次误差 $\Delta h_i=h_i-\overline{h}$ (i=1，2，3，4，5)，高度平均绝对误差 $\Delta h=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}|\Delta h_i|$。

② $\overline{d}$ 是 5 次测量直径的平均值，即 $\overline{d}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}d_i$，各次误差 $\Delta d_i=d_i-\overline{d}$ (i=1，2，3，4，5)，直径平均绝对误差 $\Delta d=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}|\Delta d_i|$。

③ 最后写入表中的高度和直径平均值要按有效数字位数原则确定。

④ 计算出来的高度 h 的平均绝对误差 $\Delta h=0.0368$，只取一位有效数字，在高度测量结果表达式中 Δh=0.04(只入不舍)。计算出来的直径 d 的平均绝对误差 Δd=0.0128，小于仪器误差 0.02，根据误差宁大勿小原则，要用仪器误差 0.02mm。

解　下面根据误差处理基本知识计算间接测得量体积的结果表达式。

(1) 因为圆柱体体积公式为 $V=\frac{1}{4}\pi d^2 h$，得到平均体积 $\overline{V}$。

$$\overline{V}=\frac{1}{4}\pi\overline{d}^2\,\overline{h}=\frac{1}{4}\times 3.142\times 9.98^2\times 19.94=1560.028\ 117\ 148\approx 156\times 10(\text{mm}^3)$$

说明：测量值最少有 3 位有效数字，π 多取 1 位参与计算；按有效数字运算规则，此处保留 3 位有效数字。

(2) 经数学推导(略)，间接测得量——体积的相对误差为

$$E_V=2\frac{\Delta d}{\overline{d}}+\frac{\Delta h}{\overline{h}}=2\times\frac{0.02}{9.98}+\frac{0.04}{19.94}=0.004\ 008+0.002\ 006=0.006\ 014\approx 0.61\%$$

说明：按误差传播公式计算相对误差，因作为中间结果，要保留 2 位有效数字，误差宁大勿小。

(3) 根据相对误差定义和宁大勿小，体积的平均绝对误差为

$$\Delta V=\overline{V}\cdot E_V=156\times 10\times 0.61\%=9.516\approx 1\times 10(\text{只入不舍，且只取一位有效数字})$$

测量结果为：$V=\overline{V}\pm\Delta V=(156\times 10\pm 1\times 10)(\text{mm})$。

说明：按误差决定测量结果有效数字位数的原则，本例体积测量值只能有三位有效数字。

(五) 列表法和作图法在数据处理中的应用

1. 用列表法处理实验数据　列表法是将实验数据按一定规律用列表方式表达出来的，是记录和处理实验数据最常用、最基本的方法。表格的设计要求对应关系清楚，简单明了，有利于发现相关量之间的物理关系；此外，还要求在标题栏中注明物理量名称、符号、数量级和单位等；根据需要还可以列出除原始数据以外的计算栏目和统计栏目等。最后还要求写明表格名称，主要测量仪器的型号、量程和准确度等级、有关环境条件参数，如温度、

湿度等。

本书中的许多实验已列出数据表格，可供参考。

2. 实验数据的作图法　作图法可以最醒目地表达物理量间的变化关系。从图线上还可以简便求出实验需要的某些结果(如直线的斜率和截距值等)，读出没有进行观测的对应点(内插法)，或在一定条件下从图线的延伸部分读到测量范围以外的对应点(外推法)。此外，还可以把某些复杂的函数关系，通过一定的变换用直线图表示出来。例如，半导体热敏电阻的电阻与温度关系为 $R = R_0 e^{E/KT}$，取对数后得到 $\lg R = (E/KT)\lg e + \lg R_0$；若用半对数坐标纸，以 $\lg R$ 为纵轴，以 $1/T$ 为横轴画图，则为一条直线。

要特别注意的是，实验作图不是示意图，而是用图来表达实验中得到的物理量间的关系，同时还要反映出测量的准确程度，所以必须满足一定的作图要求。

(1) 测量的数据点应足够多，以便图线描绘准确。

(2) 作图必须用坐标纸：按需要可以选用毫米方格纸、半对数坐标纸、对数坐标纸或极坐标纸等。

(3) 选坐标轴：以横轴代表自变量，纵轴代表因变量，在轴的中部注明物理量的名称符号及其单位，单位加括号。

(4) 确定坐标分度：坐标分度要保证图上观测点的坐标读数的有效数字位数与实验数据的有效数字位数相同。例如，对于直接测量的物理量，轴上最小格的标度可与测量仪器的最小刻度相同。两轴的交点不一定从零开始，一般可取比数据最小值再小一些的整数开始标值，要尽量使图线占据图纸的大部分，不偏于一角或一边。对每个坐标轴，在相隔一定距离下用整齐的数字注明分度，参阅图 0-3 和图 0-4。

(5) 描点和连线：根据实验数据用削尖的硬铅笔在图上描点，点可用“+”“×”“⊙”“△”等符号，在坐标纸上清晰而准确地标出，符号的中心应与实验数据的点对应。在一张图上绘几条图线时，每条图线应选用不同的符号标记。

连线时要纵观所有数据点的变化趋势，用直尺、曲线尺等绘图工具，根据不同情况，将点连成直线、光滑曲线或折线。当连成直线或光滑曲线时，图线并不一定要通过所有的点，但要求图线两侧偏差点较均匀地分布，个别偏离过大的点应舍去或重新测量。图 0-3 是某元件的伏安特性实验曲线。

(6) 写图名和图注：在图纸的上部空旷处写出图名和实验条件等。此外，还有一种校正图线，例如，用准确度级别高的电表校准低级别的电表。这种图要附在被校正的仪表上作为示值的修正。作校正图除连线方法与上述作图要求不同外，其余均同。校正图的相邻数据点间用直线连接，全图成为不光滑的折线，如图 0-4 所示。这是因为不知两个校正点之间的变化关系而用线性插入法作的近似处理。

【思考题】

(1) 关于误差，下列说法正确的是(　　)。

A.选用精密仪器测量可以避免误差　　B.两次测量值之间的差异叫做误差

C.多次测量取平均值可以减小误差　　D.只要正确做实验就不会产生误差

(2) 有甲、乙、丙、丁四人，用仪器误差为 0.01mm 的仪器分别测同一圆柱体的直径各一次，记录的结果分别为：甲，(4.134 5±0.000 6)cm；乙，(4.134±0.000 6)cm；丙，(4.134 53±0.001)cm；丁，(4.136±0.008)cm。哪个表示正确？哪个错误？为什么？

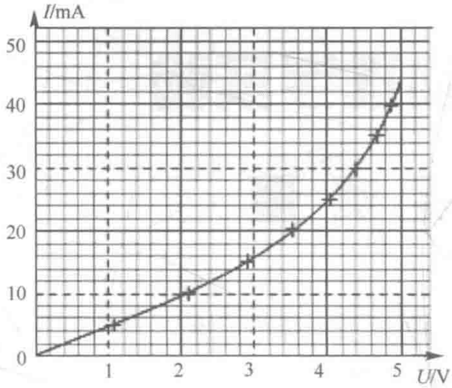

图 0-3 伏安特性曲线

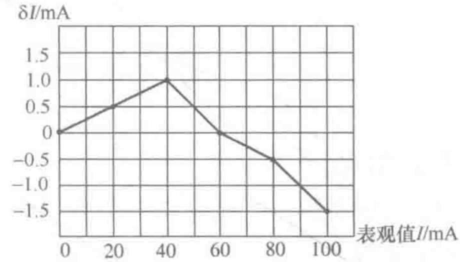

图 0-4 直流毫安计校准曲线

(3) 说明以下因素的系统误差将使测量结果偏大还是偏小?

1) 米尺因高温而伸长。

2) 电流表的采样电阻因温度降低而变小。

3) 天平砝码因磨损而变轻。

4) 秒表计时变快。

(4) 下面各量有几位有效数字?

0.000 041cm；80.001s；2.780×10^{4}J；0.248 70g；10.010kg。

(5) 按有效数字规则计算下列各式:

1) 88.88+1.4= 2) 155.0−0.0015= 3) 541×0.1008=

4) 200.0÷(30.00−5.0)= 5) sin37°15′= 6) $(25^{2}+789.0)\div420.0$=

(6) 有人说(8×10^{-4})g 比 8.0g 测得准确，试用误差理论分析这种说法是否正确?

(7) 用有毫米分度的米尺测量一个物体的长度 6 次，所得数据为：88.98cm，88.97cm，88.96cm，88.95cm，88.94cm，89.00cm。试求其平均值、平均绝对误差和相对误差，并写出最后测量结果表达式。