



三个苹果
青少年智慧馆

数学家
教你
学数学



黎曼

教你学积分(1)

[韩]车容旭 著 吴荣华

考点精讲，高分必备！

- ★ 积分的定义
- ★ 积分符号
- ★ 积分与图形面积计算
- ★ 卡瓦列利原理



掌握应用，攻克
★ 数学 ★
就得这样学！

全国百佳图书出版单位
时代出版传媒股份有限公司
黄山书社



数学家
教你
学数学



黎曼

教你学积分(1)

[韩] 车容旭 著 吴荣华 译



点精讲，高分必备！

- ★ 积分的定义
- ★ 积分符号
- ★ 积分与图形面积计算
- ★ 卡瓦列利原理

掌握应用·攻克难点
★ 数学 ★
就得这样学！

全国百佳图书出版单位
时代出版传媒股份有限公司
黄山书社

수학자가 들려주는 수학 이야기

Copyright © 2010 by JAEUM & MOEUM CO., LTD.

Simplified Chinese translation copyright © 2015 by Huangshan Publishing House.

This translation was published by arrangement with Jaeum & Moeum Publishing Co., through Shanghai All One Culture Diffusion Co., Ltd.

All rights reserved.

图书在版编目 (CIP) 数据

黎曼教你学积分 (1) / 【韩】车容旭 著; 吴荣华 译. — 合肥: 黄山书社, 2015. 12

(数学家教你学数学: 中学版)

ISBN 978-7-5461-5108-3

I. ①黎… II. ①车… ②吴… III. ①数学—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 176365 号

版权合同登记号 图字: 12151528

LIMAN JIAO NI XUE JIFEN(1)

黎曼教你学积分 (1)

【韩】车容旭 著 吴荣华 译

出品人 任耕耘

总策划 任耕耘 杨雯

执行策划 司雯

责任编辑 程景

特约编辑 刘羊 赵迪秋

装帧设计 齐娜

出版发行 时代出版传媒股份有限公司 (<http://www.press-mart.com>)

黄山书社 (<http://www.hspress.cn>)

地址邮编 安徽省合肥市蜀山区翡翠路 1118 号出版传媒广场 7 层 230071

印刷 安徽国文彩印有限公司

版次 2016 年 2 月第 1 版

印次 2016 年 2 月第 1 次印刷

开本 710mm×1000mm 1/16

字数 100 千

印张 10

书号 ISBN 978-7-5461-5108-3

定价 24.00 元

服务热线 0551-63533706

销售热线 0551-63533761

官方直营书店 (<http://hssbook.taobao.com>)

版权所有 侵权必究

凡本社图书出现印装质量问题,
请与印制科联系。

联系电话 0551-63533725



推荐语

让我们站在数学巨人的肩膀上，
以更远的目光、更广的视野去观察数学世界吧！

数学教科书往往以“结果”来揭示数学，很难使学生了解数学不断进化的过程。事实上，数学的历史是围绕着一个课题，由众多数学家刻苦研究从而揭示一个个规律性原理的演绎推理过程。

《数学家教你学数学》是古今中外的数学家以他们那亲切的声音直接给我们讲述各种数学原理的产生过程，有助于学生以“现在进行时”来理解数学，而不是以“过去完成时”来理解。

学生对数学产生畏难情绪的主要原因之一是数学较强的“抽象思维”。数学的这一特性恰恰与学生喜欢的“具体思维”相悖。要想缩短“抽象思维”和“具体思维”之间的差距，方法只有一个，那就是在尽量回避数学抽象推理的同时，尽可能地增加对数学概念和原理的具体说明。而《数学家教你学数学》正是生动再现数学教科书的内容，力争使数学“变脸”，将原来抽象的数学改头换面成为具体的数学。此外，书中引用的大量名人逸事和数学家的趣闻，使学生感到枯燥无味的数学很容易变成妙趣横生、回味无穷的数字

游戏。

从结构上看,《数学家教你学数学》首先简要介绍数学家的业绩,然后通过数学家的讲解揭示数学的内在世界和外在世界,从列举的大量例子中说明数学概念和原理,最后再通过一个小结来归纳每节课讲的内容。本丛书的这种结构可以使读者从整体上了解每个数学概念和原理。

《数学家教你学数学》紧扣中学数学教程,尽可能包含中学数学所涉及的全部内容。比如《莱布尼茨教你学记数法》讲述的是数字形成的背景、原始进制法到数位进制法的发展过程、0的出现、莱布尼茨二进制法等方面的故事,如实反映了中学一年级进制法的内容。可见这套《数学家教你学数学》丛书能够起到帮助学生消化和吸收学校数学课程的作用。

伟大的科学家牛顿留下了一句绝世名言:“If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants. (如果说我比别人看得更远些,那是因为我站在了巨人的肩膀上)”没错,如果我们也站在这些数学巨人的肩膀上放眼远眺,就可以用更长远、更开阔的视野去了解数学世界。希望这套丛书能使我们的读者们都有机会站在数学巨人的肩膀上,把数学世界看得更清楚。

弘益大学数学教育系教授、《数学协奏曲》作者 朴京美



用数学眼光看穿世上的真理， 让我们亲身体会真理之伟大的“黎曼积分”的故事

“微分”和“积分”是被牛顿和莱布尼茨列入数学史上的一个著名数学原理。目前，“微积分”几乎已经应用于全部的数学领域，不仅四则运算和高等数学离不开它，就连经济学和理工学领域其也被广为利用。

可遗憾的是，眼下很多中小學生都把微积分看作最难学的科目，理由无非有这么两条：第一，与其说微积分是难学的科目，不如说为理解微积分需要提前掌握的数学知识太多。微积分是到了大学时才出现的数学内容，这就是说学习微积分需要的就是我们在过去十多年间学过的全部数学知识；第二，微积分的学习方法。很多学生以背诵微积分公式的简单方法试图获得微积分的答案。

不管我们与哪一门学问打交道，熟悉该学问的内容固然重要，然而更重要的是弄清该学问问世的历史背景和其对现实生活的必要性。一门学问的历史背景和对现实生活的重要性往往可以使我们打消对该学问的畏惧感，赋予大家明确的学习动机，更使我们亲身体

会包含在学问中的科学家艰辛的努力，并跟着他们的足迹去学习，从而进一步理解学问中的自然规律。

这本书没有提及对积分的计算。出于课程进展的需要，可能偶尔会涉及一些简单的计算，可这种计算仅限于课程进展的辅助工具。这本书的重点没有放在积分的计算上，而是放在了解数学家解决难题的过程之上。尤其是通过“图形面积的求法”阐述了积分不可避免地问世的历史背景。

此外，这本书重点强调了积分的问世并不是某一个天才的个人作品，而是通过历代数学家孜孜不倦的努力而出现的历史产物的事实。因此，听完整个七节课的内容，没有更多的数学知识我们也可以理解积分的内容，可中学数学课程中的函数和图表等基础知识是必需的。尤其在第三节课里，如果没有函数和图表知识，就不可避免地会遇到一些麻烦。在这里，对解释积分所必须具备的一些数学知识均以通俗易懂的实例做了说明。

最后一部分是用黎曼系统地改良的“黎曼积分”来说明积分的，因此没有微分知识也完全可以接近积分。

希望黎曼讲的这几节课能够成为读者朋友们亲身体会数学家们的辛勤努力、了解数学多方面内容的契机。

车容旭



课 程 导 航

1

这本书的不同之处

《黎曼教你学积分(1)》在讲解积分内容的同时，还阐述了发生在积分诞生过程中的历史事实。这本书通过历史事实和历史背景，展示了400年前诞生的积分并不是某一个数学家天才性的发现，而是众多数学家2000多年来共同努力的结晶，使我们很自然地接近数学这门学问。

这本书还通过对积分的必要性和积分符号含义的解释，帮助读者弄清积分的意义和积分过程。

2

这本书的几个亮点

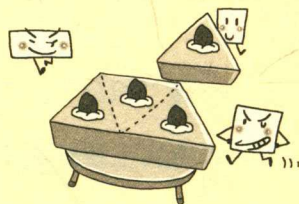
1. 一提“积分”，小学生可能就会觉得是一个难度很大的数学内容，可事实上积分诞生的初衷是求得图形内部的面积。这就告诉

我们，积分绝不是数学家根据从天而降的某种灵感创造的属于他们自己的学问，而是为了解决生活中的具体问题而提出的数学解法之一，从而改变了人们对数学的看法。

2. 给中小學生介绍了微分和积分这个数学理论中最精彩的内容，使他们提前尝试大学教程的入门知识，理解积分的相关内容。

3. 对高中生来说，有机会了解积分诞生的历史过程，提高他们对函数和图表的运用能力，了解数学的发展过程，从而解除他们对数学的畏难情绪。本书讲的积分并没有与微分联系起来，因此即使没有微分基础也完全可以理解和掌握积分的基础知识和意义。

4. 书中描写积分在顺序上与学校的教程有所不同，因此对有志于专攻理工专业的高中生来说，是一个从不同角度重新了解积分的好机会。本书讲述的重点是积分隐藏在单纯计算背后的本质和意义，能够提高学生们对学校积分教程的学习兴趣。



第一课 什么是积分？

这节课讲的是积分的含义与图形面积的求解方法。

• 提前预习

——面积的单位 m^2 ：边长为1m的正方形的面积是 $1m^2$ 。

• 学习方法

通过学习图形面积的求解方法，了解能够求得面积的图形都有哪些。

第二课 积分的原理

介绍圆面积的求法，观察积分的原理。

• 提前预习

——圆的内接正六边形：6个端点位于圆周上的正六边形。

——圆的外切正六边形：6条边与圆周相切的正六边形。

——文字表达式：用文字表示的式子。

——曲线图表：不同时间内的数量变化状态，尤其是观察气温、时间的对应值变化的表现方式之一。

• 学习方法

体会求解圆面积的过程，按老师的要求进行实验。

第三课 面积求法的一般化尝试

利用长方形学习求解图形面积的方法。

• 提前预习

——无穷级数：简单地说就是无限相加的数。无穷级数的值也许无限增大，也许无法知道，也许是某一个特定数。

• 学习方法

注意观察小哲和小英的活动，从中了解用积分方法求解图形面积的方法。

第四课 积分符号 $\int_a^b f(x)dx$

通过求解直角三角形面积的例子，学习求解 x 轴与曲线之间的面积的积分原理。

• 提前预习

——坐标平面：能够用坐标值表示某一个点的平面。

——函数：当一个值发生变化时，与之相应的另一个值也发生变化的关系。

——曲线图：将函数的所有值表示在坐标平面上时形成的图形。

——一次函数：曲线图以直线形式表现的函数，如 $y = ax + b$ ($a \neq 0$)。

• 学习方法

在黎曼老师的指导下学习积分，像挖宝一样一个一个地解开隐藏在积分符号里的数学秘密。

第五课 dx 的谬误——相加的结果是线段还是长方形？

介绍积分诞生之初数学家们遇到的难题，观察解决这些难题的过程。

• 提前预习

——椭圆：平面上到两定点的距离之和为常值的点的轨迹所形成的图形。

——相似：不变换模样，放大或缩小的图形之间的关系。用一定的比例放大或缩小的两个图形就是相似图形。用来放大或缩小的比率叫作“相似比”。

——相似的应用：如果两个相似图形的相似比是 $a:b$ ，那么它们的面积之比是 $a^2:b^2$ 。

——三角形中位线定理：连接三角形两边中点的线段平行于第三边，且长度是第三边的 $\frac{1}{2}$ 。

• 学习方法

在黎曼老师的指导下学习。

第六课 积分与面积

根据图形在坐标平面上的不同位置，也会出现积分值与面积不相等的情况。

• 学习方法

在老师的指导下一步一步地解决小哲和小英遇到的难题。

第七课 卡瓦列利原理

学习积分原理之一的卡瓦列利原理及其应用。

• 提前预习

——平行：同一平面上没有任何共同点的两条直线的位置关系叫作“平行”。两条平行的直线叫作“平行线”。

• 学习方法

在黎曼老师的指导下理解学习中遇到的难题。



数学家简介

黎曼 (Georg Friedrich Bernhard Riemann, 1826~1866)

数学的很多理论是用我的名字命名的。

比如黎曼积分、柯西-黎曼方程、黎曼 ζ 函数、

黎曼猜想、黎曼流形、黎曼几何学等。

其中“黎曼猜想”是对数学稍有关心的人都会知道的理论。

因为这是一个曾与100万美元赏金挂钩的问题。

黎曼猜想将在所谓的黎曼zeta函数基础上对零分配。

该猜想已被美国克雷数学研究所列为世界黄金问题之一，

能证明或证伪该猜想的人将会获得100万美元的奖金。



大家好，我是黎曼！

同学们好！我就是将要给大家介绍积分的黎曼。

对同学们来说，我很有可能是一个陌生的人。早知道会给同学们讲数学故事，我真有点后悔生不逢时。我更后悔在我的有生之年没有创造出像爱因斯坦那样的伟大理论。

不过，也有一些令人欣慰的事情。有些同学可能还不知道爱因斯坦著名的相对论就是利用我的数学理论来完成的。换句话说，是我为相对论提供了理论基础。还有，大家比较熟悉的数学家高斯就是我的导师。

其实，我是一个比较腼腆的人，从来没有吹嘘过自己，如今

在同学们面前这样说自己，真有点儿不好意思。可我还是想告诉大家，从古至今在数学理论上青史留名的众多数学家当中，还有我黎曼的名字。

我的故乡是德国的汉诺威布列斯伦茨。我有六个兄弟姐妹，家境贫寒，小时候过着吃不饱穿不暖的日子。也许由于这个原因，我从小就体弱多病，直到我29岁的时候得到国家发放的一些学术补助，生活才有了一定的改善。由于年轻时劳累过度，我在40岁的时候便因患肺结核离开了人世。可我从未因自己英年早逝而怨天尤人。一代数学天才阿贝尔是我的前辈，他的处境也与我差不多，可他却是在25岁就离开了人世。当然，人与人之间是不能这么比较的。

我的父亲是位牧师。父亲希望我长大以后学好神学，继承父业当一个牧师，遗憾的是父亲的愿望未能得以实现。我在格丁根大学念哲学和神学的时候，偶然的一次机会听了当时最权威的数学家高斯的课，从此我被数学的魅力牢牢吸引，直到不可自拔的地步。后来，我终于说服父亲同意我放弃神学改学数学，从那天起数学陪伴了我的一生。

到了28岁那年，我在格丁根大学作了决定我一生的演讲。那是我在格丁根大学获得教授职位的一次就职演讲，令人意想不到的是，我心中的偶像高斯老师居然也亲临旁听。我演讲的主题是“论作为几何基础的假设”。当时，我在讲几何的时候没有画一幅几何

图形，公式也只使用了一个。我是想与其给高斯老师喋喋不休地讲述我的观点，不如流畅地叙述一遍我所掌握的几何理论。演讲结束后，高斯老师对我的几何学天赋产生了浓厚的兴趣，说他似乎找到了自己微分几何学的接班人。

然而，当时我提出的几何学理论并没有得到人们的重视。因为受历史条件的限制，当时还没有形成能够足以容纳我这个理论的大器皿。遗憾的是，这个大器皿在漫长的60年后才形成。那是一个非常大的器皿，以致我的理论都显得那么渺小……这个大器皿就是“相对论”。

以我的名字命名的数学理论比较多，比如黎曼积分、柯西-黎曼

