



新世纪高等学校规划教材·电气工程系列

主 编◎路永华
副主编◎何继爱 李海燕

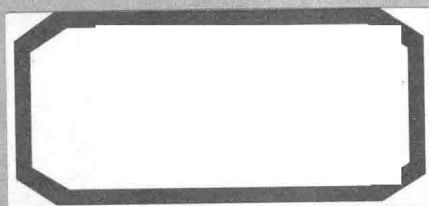
信号与系统



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社



新世纪高等学校规划教材·电气工程系列



主 编◎路永华

副主编◎何继爱 李海燕

信号与系统

XINHAO YU XITONG

RFID



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统 / 路永华主编. —北京: 北京师范大学出版社, 2016. 10
新世纪高等学校规划教材. 电气工程系列
ISBN 978-7-303-21064-0

I. ①信… II. ①路… III. ①信号系统—高等学校—教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 183042 号

营销中心电话 010-62978190 62979006
北师大出版社科技与经管分社 www.jswsbook.com
电子邮箱 jswsbook@163.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com
北京市海淀区新街口外大街 19 号
邮政编码: 100875

印 刷: 北京京师印务有限公司
经 销: 全国新华书店
开 本: 787 mm×1092 mm 1/16
印 张: 23.5
字 数: 662 千字
版 次: 2016 年 10 月第 1 版
印 次: 2016 年 10 月第 1 次印刷
定 价: 46.00 元

策划编辑: 李 丹	责任编辑: 张爱华
美术编辑: 刘 超	装帧设计: 刘 超
责任校对: 黄 华	责任印制: 赵非非

版权所有 侵权必究

反盗版、反侵权举报电话: 010-62978190

北京读者服务部电话: 010-62979006-8021

外埠邮购电话: 010-62978190

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-62979006-8006

前 言

本书系统地介绍了信号与系统的基本理论和分析方法。在内容安排上,先信号后系统,先连续后离散,先时域后变换域,先输入输出法后状态变量法。重点利用连续信号与离散信号、连续系统与离散系统的对偶或类比关系,将连续时间信号与离散时间信号、连续系统与离散系统融为一体,并行介绍。从分析方法的角度来说,按时域分析、频域分析、复频域分析、 z 域分析、状态变量分析的次序划分章节,强调了连续系统与离散系统的共性,也突出了它们各自的特点,这有利于基本概念和基本方法的理解和掌握。

“信号与系统”课程的核心任务是要构建一座从数学到物理和工程技术的桥梁,引导学生从理论学习过渡到专业工程训练,所以本书在基本理论和方法的阐述上,把物理问题与其数学表述密切结合起来,注意引入现代数学方法,使这些理论和方法有较为坚实的数学基础。例如,将正交函数集、傅里叶级数、线性常系数微分方程和差分方程等数学内容也作了简要叙述。

工程上,系统的稳定性决定系统能否长时间正常工作,是必须重点关注的。为此,本书增加了连续系统稳定性判定方法罗斯准则、离散系统稳定性判定方法朱里准则等内容。书中还介绍了信号与系统分析的 MATLAB 仿真软件,将理论联系实际的思想融入教材中,对教材的体系和内容进行了科学的组织。书中标 * 的章节不属于基本要求,可供参考。

全书共分 6 章,第 1 章信号与系统基础,第 2 章信号与线性时不变系统的时域分析,第 3 章信号与系统的频域分析,第 4 章连续信号与系统的复频域分析,第 5 章 z 变换与系统的复频域分析,第 6 章系统的状态变量分析法。

本书由兰州财经大学路永华老师担任主编,负责拟定大纲和统稿,并编写了第 1~4 章的内容,第 5 章由兰州财经大学李海燕老师编写,第 6 章由兰州理工大学何继爱老师编写。

北京师范大学出版社策划编辑李丹与作者通力协作,为本书出版创造了十分有利的条件,并提出了许多宝贵意见,在此深表感谢。

由于编者水平有限,本书在内容选择、结构安排和文字表述等方面难免存在不妥甚至错误,敬请读者和专家不吝赐教。

编 者

2016 年 3 月于兰州



北京师范大学出版集团

BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP

北京师范大学出版社科技与经管分社



官方微信公众号



官方微博

地址：北京市海淀区信息路甲 28 号科实大厦 C 座 12B

电话：010-62979096/8896

传真：010-62978190

网址：jswsbook.com

邮箱：jswsbook@163.com

教师样书申请表

尊敬的老师，您好！

请您在我社网站的最新教材目录中选择与您教学相关的样书（每位教师每学期限选 1-2 种），并以清晰的字迹真实、完整填写下列栏目后经所在院（系）的主要负责人签字或盖章。符合上述要求的表格将作为我社向您提供免费教材样书的依据。本表复制有效，可传真或函寄，亦可发 E-mail。

姓名：_____ 性别：_____ 年龄：_____ 职务：_____ 职称：_____

院校名称：_____ 大学（学院）_____ 学院（系）_____ 教研室

通信地址：_____

邮编：_____ 座机：_____ - _____ 手机：_____

E-mail：_____ 微信：_____ QQ：_____

教授课程 _____ 学生层次 _____ 学生人数/年 _____ 用书时间 _____
☐ 研究生 ☐ 本科 ☐ 高职 ☐ 春季 ☐ 秋季

现使用教材 _____ 版本 _____ 换教材意向 _____
出版社 ☐ 有 ☐ 无

换教材原因 _____
课程 _____

原因 _____

曾编教材情况

书 名	出 版 社	主编/副主编/参编	出 版 时 间

教材编写意向： ☐ 近期有编写意向 ☐ 目前暂无意向

希望编写教材名称：_____

申请样书

书 名	书号（ISBN）	作 者	定 价

目 录

第 1 章 信号与系统基础	1
1.1 信号的基本概念	1
1.1.1 信号的定义及应用	1
1.1.2 信号的分类	2
1.2 常见的基本信号	8
1.3 信号的基本运算	18
1.3.1 信号的相加与相乘	18
1.3.2 连续信号的微分与积分	20
1.3.3 信号的反褶、平移与尺度变换	21
1.3.4 离散时间信号的差分与累加和	25
1.4 系统的概念与特性	25
1.4.1 系统的定义	25
1.4.2 系统的描述及分类	26
1.4.3 系统的特性	27
1.5 线性时不变系统	31
1.5.1 线性时不变系统数学描述及其特性	31
1.5.2 系统的方框图和流图表示	32
1.6 信号与线性时不变系统分析方法概述	33
* 1.7 MATLAB 实现信号运算与尺度变换	34
1.7.1 信号函数调用	34
1.7.2 应用举例	35
第 2 章 信号与线性时不变系统的时域分析	39
2.1 确定信号的时域分解	39
2.1.1 信号分解	40
2.1.2 信号正交分解	42
2.2 信号的相关分析	47
2.2.1 信号的相关函数	47
2.2.2 相关函数的性质	48
2.3 线性时不变系统微分(差分)方程分析	49
2.3.1 微分方程的经典解法	49
2.3.2 连续系统初始值	55
2.3.3 差分方程的经典解法	57
2.3.4 微分方程的零输入响应和零状态响应	64



2.3.5	差分方程的零输入响应和零状态响应	67
2.4	线性时不变系统的冲激响应和阶跃响应	71
2.4.1	线性时不变连续系统的单位冲激响应	71
2.4.2	线性时不变连续系统的阶跃响应	74
2.5	线性时不变离散系统的单位序列响应和单位阶跃响应	76
2.5.1	线性时不变离散系统的单位序列响应	76
2.5.2	线性时不变离散系统的单位阶跃响应	78
2.6	线性时不变系统响应的卷积表示及卷积计算	80
2.6.1	连续时间 LTI 系统的卷积积分	80
2.6.2	卷积积分的图示及计算	81
2.6.3	卷积的性质	86
2.6.4	利用卷积积分求零状态响应	95
2.7	离散时间 LTI 系统的卷积和	97
2.7.1	卷积和的定义、图解与计算	98
2.7.2	卷积和的性质	103
2.7.3	利用卷积和求零状态响应	105
* 2.8	用算子符号表示微分方程	106
2.8.1	算子符号的基本规则	106
2.8.2	用算子符号建立微分方程	107
2.8.3	传输算子 $H(p)$	109
* 2.9	MATLAB 实现信号与系统的时域分析	109
2.9.1	MATLAB 实现线性时不变连续系统分析	109
2.9.2	MATLAB 实现信号的卷积和相关	112
第 3 章	信号与系统的频域分析	123
3.1	傅里叶级数	123
3.1.1	傅里叶级数的三角形形式	123
3.1.2	傅里叶级数的指数形式	125
3.1.3	信号的对称性与傅里叶级数的关系	127
3.2	周期信号的频谱	128
3.2.1	常见周期信号的频谱	128
3.2.2	周期性矩形脉冲信号	133
3.2.3	周期信号的功率	137
3.3	连续时间非周期信号频谱—傅里叶变换	139
3.3.1	从傅里叶级数到傅里叶变换	139
3.3.2	常见基本信号的频谱	141
3.4	连续时间傅里叶变换的性质	150
3.4.1	线性(叠加性)	150
3.4.2	奇偶性	150



3.4.3	对称性	151
3.4.4	尺度变换特性	153
3.4.5	时移性	156
3.4.6	频移性	156
3.4.7	卷积定理	157
3.4.8	时域微分和积分特性	158
3.4.9	频域微分和积分特性	160
3.4.10	帕塞瓦尔定理	161
3.4.11	能量谱和功率谱	163
3.5	周期信号的(广义)傅里叶变换	165
3.5.1	周期信号的傅里叶变换	165
3.5.2	傅里叶级数系数与傅里叶变换	167
3.6	LTI系统的频域分析	169
3.6.1	连续时间系统的频率响应	169
3.6.2	无失真传输系统	174
3.6.3	理想低通滤波器	175
3.7	取样定理	180
3.7.1	信号取样	180
3.7.2	时域取样定理	183
3.7.3	频域取样定理	185
3.8	调制与解调	187
3.8.1	调制	187
3.8.2	解调	188
3.9	MATLAB实现信号与系统的频域分析	188
3.9.1	MATLAB实现信号的频域分析	189
3.9.2	MATLAB的系统频域响应分析	189
第4章	连续信号与系统的复频域分析	197
4.1	拉普拉斯变换	197
4.1.1	拉普拉斯变换概述	198
4.1.2	收敛域	199
4.1.3	单边拉普拉斯变换	201
4.2	拉普拉斯变换的性质	204
4.2.1	线性	204
4.2.2	尺度变换	204
4.2.3	时移特性	205
4.2.4	复频移特性	206
4.2.5	卷积定理	207
4.2.6	时域微分和积分	209



4.2.7 s 域的微分和积分	214
4.2.8 初值定理和终值定理	215
4.3 拉普拉斯逆变换	218
4.3.1 查表法	218
4.3.2 部分分式展开法	220
4.3.3 留数法	224
4.4 连续 LTI 系统的复频域分析	225
4.4.1 微分方程的复频域求解	225
4.4.2 系统函数	228
4.4.3 电路系统的 s 域模型	231
4.5 连续时间系统的表示与模拟	236
4.6 连续系统的信号流图和梅森公式	241
4.6.1 信号流图	242
4.6.2 梅森公式	244
4.7 拉普拉斯变换与傅里叶变换	245
4.8 系统函数与系统特性	248
4.8.1 系统函数的零点和极点	248
4.8.2 系统函数与时域响应	249
4.8.3 系统函数与频域特性	251
4.8.4 系统的稳定性及判定准则	257
* 4.9 MATLAB 实现连续时间信号与系统复频域分析	262
4.9.1 连续时间信号的拉普拉斯变换与逆变换	262
4.9.2 $H(s)$ 的零极点与系统特性的 MATLAB 计算	264
第 5 章 z 变换与系统的复频域分析	273
5.1 z 变换及其收敛域	273
5.1.1 z 变换的定义	273
5.1.2 z 变换的收敛域	273
5.2 z 变换的性质	276
5.2.1 线性	276
5.2.2 移位性	277
5.2.3 z 域尺度变换	279
5.2.4 z 域微分特性	280
5.2.5 z 域积分特性	281
5.2.6 部分和	282
5.2.7 时域反转	282
5.2.8 初值定理	283
5.2.9 终值定理	283
5.2.10 时域卷积定理	285



5.2.11 z 域卷积定理	285
5.3 z 反变换	287
5.3.1 幂级数展开法	288
5.3.2 部分分式展开法	290
5.3.3 留数法	295
5.4 离散时间 LTI 系统响应的 z 域分析	298
5.5 系统函数和系统特性	309
5.5.1 系统函数的零点和极点	309
5.5.2 系统函数与时域响应	309
5.5.3 系统函数与频域响应	311
5.5.4 系统的稳定性	314
5.6 系统模拟	317
5.6.1 直接形式	318
5.6.2 级联形式	320
5.6.3 并联形式	321
* 5.7 MATLAB 实现信号与系统的 z 域分析	322
5.7.1 离散时间信号的 z 变换与逆 z 变换	322
5.7.2 离散系统的频率特性	324
第 6 章 系统的状态变量分析法	335
6.1 状态变量与状态方程	335
6.2 连续时间系统状态方程的建立	337
6.2.1 由电路图直接列写状态方程	338
6.2.2 由系统的输入输出方程或模拟框图列写状态方程	340
6.3 连续时间系统状态方程的求解	342
6.3.1 状态方程的复频域求解	342
6.3.2 状态方程的时域求解	344
6.4 离散时间系统状态方程的建立	347
6.4.1 状态方程的一般形式	347
6.4.2 由系统的差分方程或模拟框图列写状态方程	348
6.5 离散时间系统状态方程的求解	349
6.5.1 离散时间系统状态方程的时域求解	349
6.5.2 离散时间系统状态方程的 z 域求解	350
* 6.6 MATLAB 实现系统的状态变量分析	353
6.6.1 系统状态方程的 MATLAB 实现	353
6.6.2 连续时间系统状态方程和输出方程求解的 MATLAB 实现	354
6.6.3 离散时间系统状态方程和输出方程求解的 MATLAB 实现	356
参考文献	363

❖ 第 1 章 信号与系统基础 ❖

本章重点

常用基本信号的特点及性质，信号的反褶、平移、尺度变换，连续信号的积分与微分，离散信号的差分与累加和，线性时不变系统的性质及判定。

信号与系统的基本概念和分析方法已应用于许多不同领域与学科，尤其是数字计算机的出现和大规模集成技术的高度发展，有力推动了信号处理技术的发展和應用。本章主要介绍信号和系统的基本概念、系统的描述与分类，常见的基本信号及信号的基本运算，重点介绍了线性时不变系统的特点及线性、时不变性、因果性、稳定性判定。通过本章的学习，读者可对信号与系统课程的基本内容建立一个轮廓，为后续章节学习奠定基础。

➡ 1.1 信号的基本概念

信号是承载信息的工具，可以描述范围极广泛的物理现象，为了对不同种类和形式的信号进行分析处理，必须了解信号的定义、应用和分类。

► 1.1.1 信号的定义及应用

信号就是信息的载体。“信号”一词来源于拉丁文“signum”(记号)。“信号”这一术语不仅出现于科学技术领域之中，而且普遍存在于日常生活之中，我们几乎每时每刻都与信号打交道：

上课的铃声就是一种信号，火车、船舶的汽笛声，汽车的喇叭声也是一种信号，这些都是声信号；道路交通路口和铁路轨道旁边设置的红绿灯是一种信号，发射信号弹的闪烁亮光也是一种信号，这些都是光信号；收音机和电视机天线从天空中接收到的电磁波是一种信号，它们每一级电路的输入电压或电流、输出电压或电流也是一种信号，这些都是电信号。除此之外，还有电视机和计算机显示屏幕上的图像文字信号，交警指挥的手势信号，军舰使用的旗语信号等。

虽然信号的物理表现形式各不相同，但是它们却存在两个共同特点：一个特点，无论是声信号、光信号、电信号，还是其他形式的信号，其本身都是一种变化着的物理量，或者说是一种物理体现。另一个特点，信号都包含一定意义，也就是说，信号是载有信息的。例如上课的铃声信号，表示上课时间到了的信息；雷达荧光屏上的光点信号，表示有飞机出现的信息；生物细胞中 DNA 的结构图案信号，表示了一定的遗传信息等。

因此，信号就是用于描述、记录或传输信息对象的物理状态随时间变化的过程。简单而言，信号就是载有一定信息的一种变化着的物理量。或者说，信号就是载有一定信息的



一种物理体现。信号是信息的表现形式，信息则是信号的具体内容。人们相互问询、发布新闻、广播声音或传递数据，其目的都是要把信息借助一定形式的信号传递出去。

从古至今，人们不断地寻求各种办法，将信息转化为信号，以实现信息的传输、记忆和处理。我国古代利用烽火台的狼烟报警，希腊人利用火炬位置表示字母符号，是利用光信号进行信息传递的早期范例。击鼓鸣金报送时刻或者传达命令，是利用声信号进行信息传递的例证。以后出现了信鸽、驿站和旗语等传送信息的办法。然而这些办法无论在距离、速度还是在有效性与可靠性方面，都不能令人满意。

19 世纪初，人们开始研究如何利用电信号进行信息的传送，使人类在信息传输、记忆与处理等诸多方面取得了显著的进步和满意的效果。1837 年，莫尔斯(F. B. Morse)发明了电报，使用点、划、空适当组合的代码表示字母和数字，这种代码称为莫尔斯电码。1876 年，贝尔(A. G. Bell)发明了电话，直接将语音变换成电信号沿导线传递。19 世纪末，赫兹(H. Hertz)、波波夫、马可尼(G. Marconi)等人研究用电磁波传送无线电信号问题。1901 年，马可尼成功地实现了横跨大西洋的长距离无线电通信(即信息传输)。从此传输电信号的通信方式得到了广泛的应用与迅速发展，电话、电报、无线电广播、电视等利用电信号的通信方式，已经成为人们日常生活中不可缺少的内容和手段，不仅实现了环绕地球的全球电信号通信，而且实现了太阳系范围内的电信号通信，并且实现了电信号与许多非电信号之间比较方便的相互转换。例如，作为声信号的语音通过话筒变换成电信号，放大之后通过扬声器复原成声信号，从而在较远处也能被听到。景物图像的光信号通过摄像机变成电信号，经电视发射台加工处理之后以电磁波形式辐射到空间，远处的电视接收机收到辐射的电磁波后再一次加工处理，使之变为可在电视机屏幕上显示的原景物的图像信号。实际应用中常常将各种物理量，如声波动、光强度、机械运动的位移或速度转换成电信号，以利于远距离的信息传输，经传输后在接收端再将电信号还原成原始的消息。

本书主要研究电信号的各种特性和分析方法，这里的电信号是指载有信息的随时间而变化的电压或电流，或者电容上的电荷、线圈中的磁通及空间中的电磁波的电量。信号的特性从两个方面来描述：时间域特性和变换域特性。这些特性将在后续各章详细介绍。

► 1.1.2 信号的分类

物理世界的各种信号，虽然在不同应用中产生的物理特性可能不同，但一些信号却具有某些基本共性，根据这些基本共性，可以将信号分类。

1. 连续信号和离散信号

根据信号定义域的特点不同，信号可分为连续时间信号和离散时间信号，简称连续信号和离散信号。

在给定的时间间隔内，除若干个不连续点外，对于任意时间值都可以给出确定的时间函数，这样的信号称为连续时间信号，常记作 $f(t)$ 。例如语音波形、随高度变化的大气压等。连续信号的幅值可以是连续的，也可以是跳变的，如图 1-1 所示。时间和幅值都为连续的信号称为模拟信号，如图 1-1(a)所示。

仅在一些离散的瞬间才有定义，即其时间变量仅在一个离散点或集上取值，而在其他时间没有定义的信号称为离散信号。时刻 t_k 与 t_{k+1} 之间的间隔 $T_k = t_{k+1} - t_k$ 可以是常数，

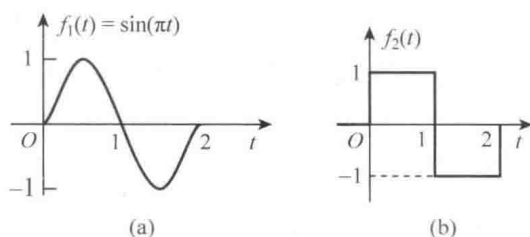


图 1-1 连续时间信号

也可以随时间变化。本书只讨论 T_k 为常数的情况。若令 t_{k+1} 与 t_k 之间的间隔为常数 T ，则离散信号值在均匀离散时刻 $t = \dots, -2T, -T, 0, T, 2T, \dots$ 时有定义，可表示为 $f(kT)$ 。为了简便，常记作 $f(k)$ 。这样的离散信号也称为序列。例如，一张照片上各点亮度的采样、股票市场的指数等。图 1-2 给出了几个不同的离散信号。

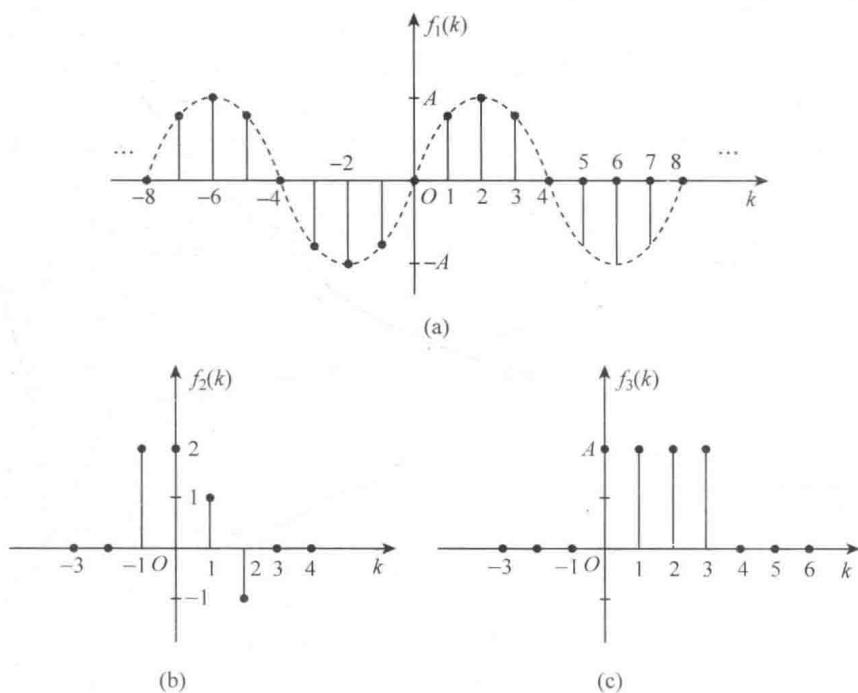


图 1-2 离散时间信号

序列 $f(k)$ 的数学表达式可以写成闭合形式，也可逐个列出 $f(k)$ 的值。通常把对某个序号 k 的序列值称为第 k 个样点的样值，列出每个样点的值，图 1-2(b) 中的信号可表示为

$$f_2(k) = \begin{cases} 0, & k < -1 \\ 2, & k = -1 \\ 2, & k = 0 \\ 1, & k = 1 \\ -1, & k = 2 \\ 0, & k > 2 \end{cases}$$

为了简化表达方式, 信号 $f_2(k)$ 也可表示为序列 $f_2(k) = \{0, 2, \overset{\uparrow}{2}, 1, -1, 0\}$ 。序列中数字 2 下面的箭头 $\uparrow$ 表示 $k=0$ 的样值, 左右两边依次是 k 取负整数和 k 取正整数时相对应的 $f_2(k)$ 值。若序列为单边指数序列, 以闭合形式可以表示为

$$f(k) = \begin{cases} 0, & k < 0 \\ e^{-\alpha k}, & k \geq 0, \alpha > 0 \end{cases}$$

如果离散时间信号的幅值是连续的, 称为取样信号; 如果离散时间信号的幅值也被限定为某些离散值, 称为数字信号。

2. 周期信号和非周期信号

周期信号就是以一定的时间间隔 T 周而复始, 而且无始无终的信号。图 1-3 所示即为周期信号。对于连续的周期信号, 其数学表达式为

$$f(t) = f(t + mT), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

对于离散的周期为 N 的信号, 其数学表达式为

$$f(k) = f(k + mN), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

满足这些关系式的最小 T 值和 N 值称为连续信号和离散信号的周期。只要给出周期信号在任一个周期内的函数式或波形, 就可以知道该信号在任一时刻的函数值。

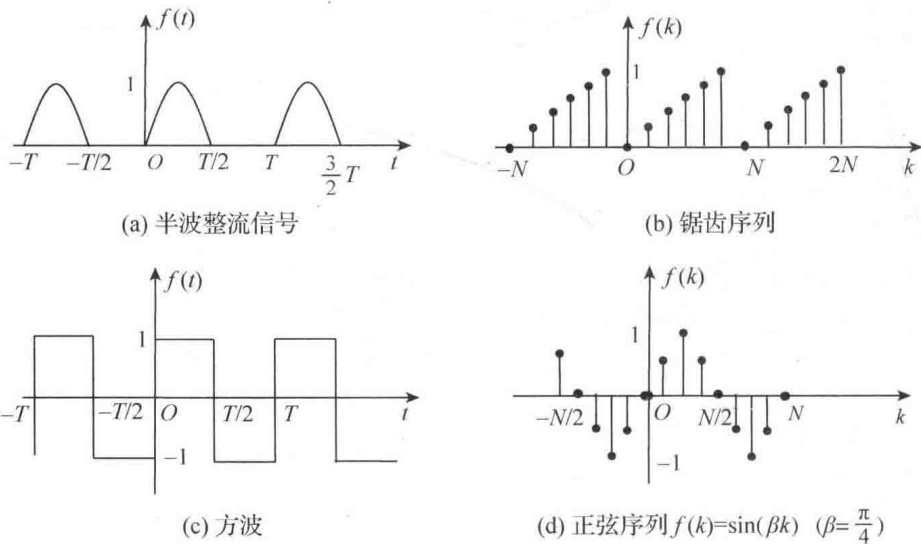


图 1-3 周期信号

对于离散的周期正弦序列(或余弦序列), 其数学表达式为

$$\begin{aligned} f(k) &= \sin(\beta k) = \sin(\beta k + 2m\pi) \\ &= \sin\left[\beta\left(k + \frac{2\pi m}{\beta}\right)\right] = \sin[\beta(k + mN)] \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中, $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$; β 为正弦序列的数字角频率, 单位为 rad/s。

由式(1-1)可见, 仅当 $\frac{2\pi}{\beta}$ 为整数时, 正弦序列才具有周期 $N = \frac{2\pi}{\beta}$ 。图 1-3(d)画出了数

字角频率 $\beta = \frac{\pi}{4}$, 周期 $N=8$ 的情形, 它每经过 8 个单位循环一次。当 $\frac{2\pi}{\beta}$ 为有理数时



(例如 $\frac{2\pi}{\beta} = \frac{N}{M}$, N 和 M 均为无公因子的整数), 该序列仍具有周期性, 但其周期 $N = M \frac{2\pi}{\beta}$ 。

当 $\frac{2\pi}{\beta}$ 为无理数时, 该序列不具有周期性。

非周期信号的幅值在时间上不具有周而复始变化的特性。如果令周期信号的周期趋于无穷大, 则可将其看成是非周期信号。

例 1-1 判断下列信号是否为周期信号, 若是周期信号, 确定其周期。

$$(1) f_1(k) = \sin\left(\frac{\pi}{6}k + \frac{\pi}{5}\right); (2) f_2(k) = \sin\left(\frac{3\pi k}{4}\right) + \cos(0.5\pi k); (3) f_3(k) = \sin(2k)。$$

解: (1) $\sin\left(\frac{\pi}{6}k + \frac{\pi}{5}\right)$ 的数字角频率为 $\beta = \frac{\pi}{6}$ rad/s, 由于 $\frac{2\pi}{\beta} = 12$, 故 $f_1(k)$ 为周期序列, 其周期为 12。

(2) $\sin\left(\frac{3\pi k}{4}\right)$ 和 $\cos(0.5\pi k)$ 的数字角频率分别为 $\beta_1 = \frac{3\pi}{4}$ rad/s, $\beta_2 = 0.5\pi$ rad/s。由于 $\frac{2\pi}{\beta_1} = \frac{8}{3}$, $\frac{2\pi}{\beta_2} = 4$ 为有理数, 故它们的周期分别为 $N_1 = 8$, $N_2 = 4$, 故 $f_2(k)$ 为周期序列, 其周期为 N_1 和 N_2 的最小公倍数 8。

(3) $\sin(2k)$ 的数字角频率为 $\beta = 2$ rad/s, 由于 $\frac{2\pi}{\beta} = \pi$ 为无理数, 故 $f_3(k)$ 为非周期序列。

由例 1-1 可看出: 连续正弦信号一定是周期信号, 而正弦序列不一定是周期序列; 两连续周期信号之和不一定是周期信号, 而两周期序列之和一定是周期序列。

3. 实信号和复数信号

物理可实现的信号常常是时间 t (或 k) 的实函数, 其在各时刻的函数 (或序列) 值为实数, 称为实信号, 例如单边指数信号、正弦信号等。

函数 (或序列) 值为复数的信号称为复数信号, 最常用的是复指数信号。连续信号的复指数信号表示为

$$f(t) = Ke^{st}, -\infty < t < \infty$$

式中, 复变量 $s = \sigma + j\omega$, σ 是 s 的实部, 记作 $\text{Re}[s]$, ω 是 s 的虚部, 记作 $\text{Im}[s]$ 。根据欧拉公式, 上式可展开为

$$f(t) = Ke^{(\sigma + j\omega)t} = Ke^{\sigma t} \cos(\omega t) + jKe^{\sigma t} \sin(\omega t)$$

可见, 一个复指数信号可分解为实部和虚部两部分, 即

$$\text{Re}[f(t)] = Ke^{\sigma t} \cos(\omega t)$$

$$\text{Im}[f(t)] = Ke^{\sigma t} \sin(\omega t)$$

两者均为实信号, 而且是频率相同、振幅随时间变化的正 (余) 弦信号。 s 的实部 σ 表征了该信号振幅随时间变化的状况, 其虚部 ω 表征了其振荡角频率。若 $\sigma > 0$, 它们是增幅振荡; 若 $\sigma < 0$, 是衰减振荡; 若 $\sigma = 0$, 则是等幅振荡。图 1-4 画出了 σ 的三种不同取值时, 实部信号 $\text{Re}[f(t)]$ 的波形。信号 $\text{Im}[f(t)]$ 的波形与 $\text{Re}[f(t)]$ 的波形相似, 只是相位相差 $\frac{\pi}{2}$ 。当 $\omega = 0$ 时, 复指数信号就成为实指数信号 $Ke^{\sigma t}$ 。如果 $\sigma = \omega = 0$, 则 $f(t) = K$, 这



就是直流信号。可见,复指数信号概括了许多常用信号。复指数信号的重要特征之一是对时间的导数和积分仍然是复指数信号。

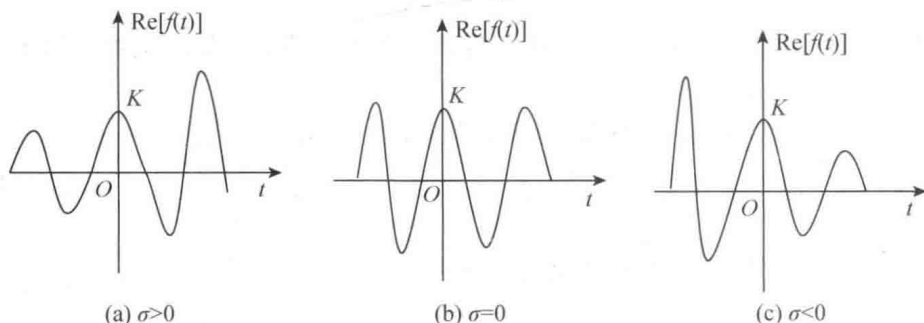


图 1-4 复指数信号的实部 $Ke^{\sigma t} \cos(\omega t)$

离散时间的复指数序列可表示为

$$f(k) = e^{(\alpha + j\beta)k} = e^{\alpha k} e^{j\beta k} \quad (1-2)$$

令 $a = e^{\alpha}$, 上式可展开为

$$f(k) = a^k \cos(\beta k) + j a^k \sin(\beta k)$$

其实部、虚部分别为

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[f(k)] &= a^k \cos(\beta k) \\ \operatorname{Im}[f(k)] &= a^k \sin(\beta k) \end{aligned} \quad (1-3)$$

可见,复指数序列的实部和虚部均是幅值随 k 变化的正(余)弦序列。式(1-3)中 a ($a = e^{\alpha}$)反映了信号振幅随 k 变化的状况,而 β 是振荡角频率。若 $a > 1$ ($\alpha > 0$),它们是振幅增长的正(余)弦序列;若 $a < 1$ ($\alpha < 0$),则是衰减的正(余)弦序列;若 $a = 1$ ($\alpha = 0$),是等幅的正(余)弦序列。图 1-5 画出了 a 的三种不同取值时复指数序列实部的波形,其中 $\beta = \frac{\pi}{4}$ 。若 $\beta = 0$,它就成为实指数序列 a^k (即 $e^{\alpha k}$)。

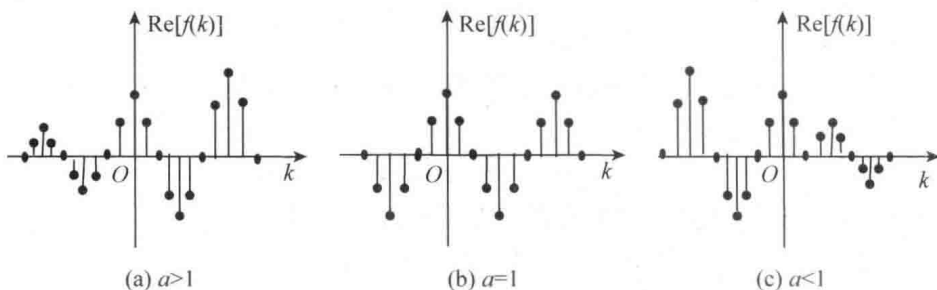


图 1-5 复指数序列的实部 $a^k \cos(\beta k)$ ($\beta = \frac{\pi}{4}$)

4. 确定性信号和随机信号

按确定性规律变化的信号称为确定性信号。确定性信号的变化规律可以用数学关系式或图表明确地表示出来,在相同的条件下能够重现。因此,只要掌握了变化规律,就能预测它的未来。例如,集中参数的单自由度振动系统产生的信号可以用正弦函数来描述。



随机信号是非确定性信号，不遵循任何确定性变化规律。随机信号不能用确定的数学关系式来描述，也不能预测它未来任何瞬时的精确值，任一次观测值只代表在其变动范围中可能产生的结果之一。对这种随机现象，就单次观测来看似无规则可循，但从大量重复观测的总体结果考察，却呈现出一定的统计规律性，如人的体温和心电图信号。

在实践中，判断信号究竟是确定性的，还是随机的，通常以实验能否重复产生这些信号为依据。如果一个物理过程重复多次能得到误差允许的相同结果，则可认为该信号为确定性的，否则就是随机性的。从常识上讲，由于确定信号不包含任何新的信息，并且在信号的转换和传输过程中不可避免地受到各种噪声和干扰的影响，因此实际问题中的信号都属于随机信号。虽然随机信号以不可预见的方式演化，但它们的平均特性经常可以假定为确定的，就是说可以用明确的数学方程来表示。为此，本书只研究确定信号，因为作为理论上的抽象，应首先研究确定信号，在此基础上根据随机信号的统计规律进一步研究随机信号的特性。

信号的分类详见图 1-6。

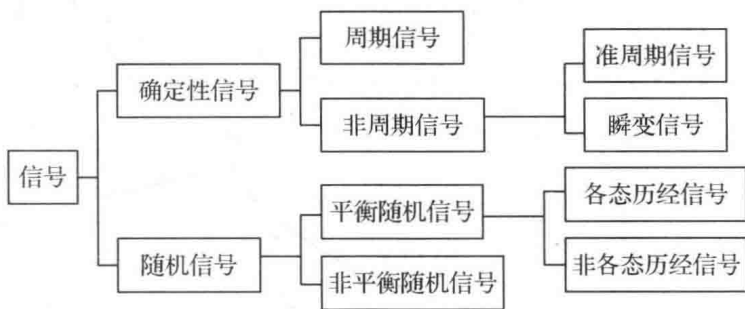


图 1-6 信号的分类

5. 能量信号和功率信号

连续时间信号在 $[t_1, t_2]$ 区间的能量定义为

$$E = \int_{t_1}^{t_2} |f(t)|^2 dt \quad (1-4)$$

可以把信号 $f(t)$ 看作是加在单位电阻上的电流，则在时间 $t_1 < t < t_2$ 内单位电阻所消耗的的信号能量为 E 。

连续时间信号在 $[t_1, t_2]$ 区间的平均功率定义为

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)|^2 dt \quad (1-5)$$

离散时间信号在 $[k_1, k_2]$ 区间的能量定义为

$$E = \sum_{k=k_1}^{k_2} |f(k)|^2 \quad (1-6)$$

离散时间信号在 $[k_1, k_2]$ 区间的平均功率定义为

$$P = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} |f(k)|^2 \quad (1-7)$$

关于在无限区间内的平均功率可定义为