普通高等教育"十三五"规划教材

高等数学(上)

第二版

韩天勇　邹全春　主　编

科学出版社

高等数学(上)

第 二 版

主 编 韩天勇 邹全春

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

为了满足学生在学习高等数学过程中对夯实基础与扩展提高的双重要求，编写了这套《高等数学》系列教材.本套教材分为《高等数学（上)》、《高等数学（下)》，以及配套资料《高等数学辅导与提高（上）》、《高等数学辅导与提高（下）》和《数学实验》.希望本书能帮助学生加深对高等数学基本内容的理解，了解数学思想，掌握解题的方法、技巧.全书按照高等数学知识演绎的自然顺序分节编写，习题按照 A、B 组形式配置，分别适用于基础训练和提高练习.每章设置了数学实验（Matlab）常用命令介绍、本章知识网络图和延伸与拓展，方便学生对本章知识总结提高和扩展学习.教材、辅导资料和数学实验既可配合使用，也可单独使用.

本书适合大学理工科学生学习高等数学时参考使用，也可作为教师参考用书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.上 / 韩天勇, 邹全春主编. —2 版. —北京：科学出版社, 2017.9

ISBN 978-7-03-054606-7

Ⅰ.①高… Ⅱ.①韩… ②邹… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 233841 号

责任编辑：冯 铂/ 责任校对：韩雨舟
封面设计：墨创文化 / 责任印制：罗 科

科学出版社出版
北京东黄城根北街16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

成都锦瑞印刷有限责任公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 9 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2017 年 9 月第一次印刷 印张：22 1/4
字数：650 千字

定价：39.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

《高等数学(上)》

编 委 会

主　编　　韩天勇　邹全春

副主编　　叶建华　杨　洪　胡旭东　陈　丹　张　坤　王　晋

编　委　　韩天勇　杨　洪　胡旭东　邹全春　陈　丹　张　坤　王　晋

　　　　　杨晋浩　宋　敏　王伟钧　罗　钊　张　勇　高朝邦　施　达

前　言

本系列教材《高等数学》分上、下两册。上册包含一元微积分学和常微分方程，下册包含级数、空间解析几何和多元微积分学.

本书可以作为普通高等学校理工科高等数学课程教材或教学参考书.

尽管目前已经有不少优秀的高等数学教材，出于以下几个方面的原因我们仍然决定编写并出版本书.

首先是高等教育已经从传统的精英教学变成普及教育，许多一般二本院校学生的培养目标已经转为面向就业的实用性人才的培养.信息技术等高科技的迅猛发展和国家产业结构的调整也促进了对于数学的不同层次的需求.这些需求对于实用性人才来说主要是对于数学技术的需求，而不是对传统数学教学体系所提供的抽象的纯数学理论的需求.本教材针对这些需求，加强了建模能力和数学软件应用能力的教学.教材编写立足于基础与应用并重、注重数学的思想和方法、注重几何背景和实际意义、适当渗透现代数学思想，适合二本院校培养高素质应用型人才的实际需求.

另一方面，高等数学是大学生进入高校后的首批课程，除了传授数学知识外，还负有引导学生适应新环境、新要求的责任.对于新环境的适应，首先是学习方法的适应和自学能力的培养.本教材的“思考与讨论”和“本章小结”部分，对学生知识泛化能力和归纳总结能力作出了要求和引导.另外通过“延伸与拓展”部分提供的泛读资料来拓展学生的知识面和进一步学习的线索.本系列教材在编写上照应基础训练与扩展提高的双重需求，能很好地满足“分层教学”的需求.部分加“*”的知识点，是教师选讲内容，若略去这些知识点，不影响本节主要知识的学习；每章总习题部分设置了 A、B 两部分，A 部分是学生必须掌握的基础知识，而 B 部分是稍难的题目，供基础较好的学生选用(每节习题实际上也分为 A、B 两部分，但未明确标出).与传统教材相比，本教材弱化了部分理论性特别强的部分；补充了一些常用知识点；优化了习题系统.比如，关于极限的保号性部分，仅作了介绍，而略去了证明，方便学生掌握极限大意；由于高考大纲的调整，目前中学基本不讲极坐标，但高等数学又较多地涉及极坐标相关内容，因此我们在第 1 章补充了参数方程和极坐标，以方便学生使用.每章的“本章小结”部分增加了本章知识网络图，方便学生从整体把握本章知识点，并理解它们的联系.

最后，数学思想是数学教学的重要部分.本书力求在培养学生掌握数学技术和数学应用能力的同时让学生掌握一些可以终身受益的数学思想.如在初等函数极限、连续性和微分教学中贯穿结构化思想，力求展示由基本初等函数的研究结果到整个初等函数族的思想和过程.“思考与讨论”模块中力求引导学生能够掌握从案例中获取模式的思想方法等.

本书分别由韩天勇、胡旭东、邹全春、叶建华老师编写第 1 至第 4 章，第 5 章由张坤

和王晋老师编写，而第 6 和第 7 章分别由杨洪与陈丹老师编写.

本系列教材编写工作之所以能够如此顺利地推进，得力于成都大学信息科学与工程学院各级领导的支持和帮助，以及杨晋浩、罗钊、张勇、高朝邦、宋敏、王伟钧、施达及相关多位同志对教材修订给出的诸多有益建议，在此一并感谢.

限于编者水平，教材中难免存在不妥之处，希望广大读者批评指正.

编者

2017 年 9 月

目　　录

第 1 章　函数、极限与连续……1
1.1　函数……1
1.1.1　绝对值及其性质……1
1.1.2　集合、区间和邻域……2
1.1.3　函数……3
1.1.4　函数的几种特性……7
1.1.5　反函数……8
1.1.6　基本初等函数与复合函数……9
1.1.7　初等函数……14
1.1.8　建立函数关系举例……14
1.1.9　曲线及其表示方法……15
1.2　数列的极限……20
1.2.1　极限的思想……20
1.2.2　数列的概念……21
1.2.3　数列的极限……22
1.2.4　收敛数列的性质及应用……25
1.3　函数的极限……28
1.3.1　自变量趋于无穷大时函数的极限……29
1.3.2　自变量趋于有限值时函数的极限……30
1.3.3　函数极限的性质……32
1.4　无穷小与无穷大……33
1.4.1　无穷小……33
1.4.2　无穷大……35
1.4.3　无穷小和无穷大的关系……36
1.5　极限的运算法则……37
1.5.1　函数极限的四则运算法则……38
1.5.2　复合函数的极限运算法则……41
1.6　极限的存在准则　两个重要极限……43
1.6.1　极限的存在准则 Ⅰ 及重要极限 Ⅰ……43

1.6.2 极限的存在准则Ⅱ及重要极限Ⅱ ……45
1.7 无穷小的比较 ……49
1.8 函数的连续与间断点 ……52
1.8.1 函数的连续性 ……52
1.8.2 函数的间断点 ……54
1.9 初等函数的连续性 ……57
1.9.1 连续函数的四则运算 ……57
1.9.2 复合函数与反函数的连续性 ……58
1.9.3 初等函数的连续性 ……59
1.10 闭区间上连续函数的性质 ……61
本章小结 ……64
延伸与拓展 ……66
总习题一 ……71
第 2 章 导数与微分 ……75
2.1 导数的概念 ……75
2.1.1 问题的提出 ……75
2.1.2 导数的定义 ……77
2.1.3 由定义求导数 ……78
2.1.4 导数的几何意义 ……80
2.1.5 函数可导性与连续性的关系 ……80
2.2 函数的求导法则 ……82
2.2.1 函数的和、差、积、商的求导法则 ……82
2.2.2 反函数的求导法则 ……85
2.2.3 基本初等函数的导数公式 ……86
2.2.4 复合函数的求导法则 ……86
2.3 高阶导数 ……90
2.3.1 高阶导数的定义 ……90
2.3.2 常用的初等函数的 n 阶导数公式及运算法则 ……91
2.3.3 求函数高阶导数举例 ……93
2.4 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数 ……94
2.4.1 隐函数的导数 ……94
2.4.2 对数求导法 ……95
2.4.3 由参数方程所确定的函数的导数 ……96
2.5 函数的微分 ……99
2.5.1 问题的提出 ……99

2.5.2 微分的定义……100
2.5.3 函数可微的充要条件……100
2.5.4 常用的结论与概念……101
2.5.5 微分的几何意义……101
2.5.6 基本初等函数的微分公式与微分的运算法则……102
2.5.7 微分形式不变性……103
2.5.8* 微分在近似计算中的应用……105
本章小结……107
延伸与拓展……108
总习题二……110
第3章 定理与导数的应用……113
3.1 微分中值定理……113
3.1.1 罗尔定理……113
3.1.2 拉格朗日中值定理……114
3.1.3 柯西中值定理……117
3.2 洛必达法则……118
3.2.1 基本未定式$\frac{0}{0}$和$\frac{\infty}{\infty}$的极限……119
3.2.2 其他未定式$0\cdot\infty$，$\infty-\infty$，0^0，1^∞，∞^0的极限……121
3.3 泰勒公式……123
3.4 函数的单调性与凹凸性……129
3.4.1 函数的单调性……130
3.4.2 曲线的凹凸性……132
3.5 函数的极值和最值……135
3.5.1 函数的极值及其求法……136
3.5.2 最大值与最小值……139
3.5.3 数学建模——最优化问题……140
3.6 函数图形的描绘……144
3.6.1 渐近线……144
3.6.2 描绘函数图形……145
3.7* 曲线的曲率……148
3.7.1 曲率的概念……148
3.7.2 曲率的计算公式……149
3.7.3 曲率圆与曲率半径……151
本章小结……152
延伸与拓展……154

总习题三……156
第 4 章　不定积分……158
4.1　不定积分的概念与性质……158
4.1.1　不定积分的概念……158
4.1.2　不定积分的性质……160
4.1.3　基本积分表……160
4.1.4　直接积分法……161
4.2　换元积分法……164
4.2.1　第一换元积分法(凑微分法)……164
4.2.2　第二换元积分法……170
4.3　分部积分法……174
4.4　有理函数的积分……177
4.4.1　有理函数的积分……178
4.4.2　可化为有理函数的积分……181
本章小结……184
延伸与拓展……186
总习题四……188
第 5 章　定积分……192
5.1　定积分的概念……192
5.1.1　定积分问题引例……192
5.1.2　定积分的定义……195
5.1.3　定积分的几何意义……197
5.1.4　定积分的性质……198
5.2　微积分基本公式……202
5.2.1　变速直线运动中位移函数与速度函数之间的联系……203
5.2.2　变上限积分函数及其导数……203
5.2.3　牛顿-莱布尼茨公式……205
5.3　定积分的换元法和分部积分法……209
5.3.1　定积分的换元法……209
5.3.2　定积分的分部积分法……213
5.4　反常积分……217
5.4.1　无穷限的反常积分……218
5.4.2　无界函数的反常积分……220
5.5*　反常积分的审敛法 Γ 函数……223
5.5.1　无穷限反常积分的审敛法……223

5.5.2 无界函数的反常积分的审敛法……225
5.5.3 Γ 函数……227
本章小结……230
延伸与拓展……232
总习题五……236
第 6 章 定积分的应用……240
6.1 定积分的微元法……240
6.2 定积分在几何上的应用……242
6.2.1 平面图形的面积……242
6.2.2 体积……247
6.2.3 平面曲线的弧长……250
6.3 定积分在物理上的应用……253
6.3.1 变力沿直线运动所做的功……254
6.3.2 液体压力……255
6.3.3 引力……256
本章小结……259
延伸与拓展……260
总习题六……263
第 7 章 微分方程……266
7.1 微分方程的基本概念……266
7.1.1 问题背景……266
7.1.2 微分方程及其解的概念……267
7.2 初等积分法……271
7.2.1 变量可分离方程……271
7.2.2 一阶线性方程……272
7.2.3 初等变换法……274
7.3 可降阶的高阶微分方程……278
7.3.1 $y''=f(x)$ 型……278
7.3.2 $y''=f(y,\ y')$ 型……278
7.3.3 $y''=f(y,\ y')$ 型……279
7.4 二阶常系数线性微分方程……281
7.4.1 线性方程的解的结构……281
7.4.2 二阶常系数齐次线性方程……284
7.4.3 二阶常系数非齐次线性方程……286
本章小结……291

延伸与拓展 ······ 293
总习题七 ······ 296
习题答案 ······ 299
第 1 章　习题答案 ······ 299
第 2 章　习题答案 ······ 305
第 3 章　习题答案 ······ 311
第 4 章　习题答案 ······ 314
第 5 章　习题答案 ······ 320
第 6 章　习题答案 ······ 324
第 7 章　习题答案 ······ 327
附录 ······ 331
附录 1　常用初等代数公式 ······ 331
附录 2　常用三角公式 ······ 332
附录 3　常用等价无穷小关系 ······ 334
附录 4　基本求导公式 ······ 334
附录 5　基本积分公式 ······ 334
附录 6　常用面积和体积公式 ······ 335
附录 7　常用平面曲线及其方程 ······ 336
参考书目 ······ 341

第1章　函数、极限与连续

函数是现代数学的基本概念之一，是高等数学的主要研究对象.极限概念是微积分的理论基础，极限方法是微积分的基本分析方法，因此，掌握并运用好极限方法是学好微积分的关键.连续是函数的一个重要性态，本章在复习函数有关知识的基础上，着重介绍极限的概念和函数的连续性的基本知识和有关的基本方法，为今后的学习打下必要的基础.

1.1　函　　数

极限、导数与积分是高等数学的核心知识，而函数是这些知识的基础.本节将简要介绍函数的相关概念、基本性质和相关应用.

1.1.1　绝对值及其性质

通常称无限十进位循环小数为有理数，称无限十进位不循环小数为无理数，有理数与无理数统称为实数.习惯上用 $\mathbf{R}$ 表示全体实数，用 $\mathbf{Q}$ 表示有理数，用 $\mathbf{R}\backslash\mathbf{Q}$ 表示无理数.有理数的等价说法是它可用分数形式 $\dfrac{p}{q}$ （p、q 为整数，$q\neq 0$）表示，也可用有限十进小数或无限十进循环小数来表示.有理数经过四则运算之后仍然是有理数，而无理数不满足.

实数 a 的**绝对值**定义为

$$|a|=\begin{cases} a, & a\geqslant 0 \\ -a, & a<0 \end{cases}.$$

从数轴上看，数 a 的绝对值 $|a|$ 可表示点 a 到原点的距离.点 a 与点 b 间的距离可用 $|b-a|$ 表示.

实数的绝对值有如下一些性质：

性质 1　$|a|=|-a|\geqslant 0$；当且仅当 $a=0$ 时有 $|a|=0$.

性质 2　$-|a|\leqslant a\leqslant |a|$.

性质 3　$|a|<h \Leftrightarrow -h<a<h$；$|a|\leqslant h \Leftrightarrow -h\leqslant a\leqslant h(h>0)$.

性质 4　对于任何 a、$b\in\mathbf{R}$ 有如下的**三角形不等式**：$|a|-|b|\leqslant|a\pm b|\leqslant|a|+|b|$.

性质 5　$|ab|=|a||b|$.

性质 6　$\left|\dfrac{a}{b}\right|=\dfrac{|a|}{|b|}$　$(b\neq 0)$.

1.1.2 集合、区间和邻域

1. 集合概念

集合是数学上的一个原始概念.一般地，所谓**集合**是指具有某种性质的、确定的事物的全体.通常用大写字母 A、B、C、D 等表示.组成集合的每一个事物称为该集合的一个**元素**.若 a 是集合 M 的元素，记作 $a\in M$；否则，记作 $a\notin M$.集合可分为**有限集**(由有限个元素组成的集合)和**无限集**(由无限多个元素组成的集合).

若 $x\in A$，则必 $x\in B$，那么就称 A 是 B 的子集，记作 $A\subseteq B$（读作 A 包含于 B）.若 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$，则称 A 是 B 的真子集，记作 $A\subset B$，如 $\mathbf{N}\subset\mathbf{Z}$，$\mathbf{Z}\subset\mathbf{Q}$，$\mathbf{Q}\subset\mathbf{R}$.

若 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，就称集合 A 与 B 相等，记作 $A=B$.例如，$A=\left\{x\middle|x^2-3x+2=0\right\}$，$C=\{1,2\}$，则 $A=C$.

不含任何元素的集合称为空集，记作 $\varnothing$.规定：空集为任何集合的子集.

一般情况下，自然数集合，即非负整数集记为 $\mathbf{N}$，即

$$\mathbf{N}=\{0,1,2,\cdots,\ n,\cdots\};$$

全体正整数为

$$\mathbf{N}^+=\{1,2,\cdots,\ n,\cdots\};$$

全体整数为

$$\mathbf{Z}=\{\cdots,-n,\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots,\ n,\cdots\};$$

全体有理数为

$$\mathbf{Q}=\left\{\frac{q}{p}\middle|p,\ q\in\mathbf{Z},\ p\in\mathbf{N}^+,\ \text{且}p,\ q\text{互质}\right\};$$

全体实数记作 $\mathbf{R}$，全体非零实数和正实数分别记作 $\mathbf{R}^*$ 和 $\mathbf{R}^+$.

2. 区间和邻域

设 $a<b$，称数集 $\left\{x\middle|a<x<b\right\}$ 为开区间，记为 $(a,\ b)$，即

$$(a,\ b)=\left\{x\middle|a<x<b\right\}.$$

类似地，称 $[a,\ b]=\left\{x\middle|a\leqslant x\leqslant b\right\}$ 为闭区间，称 $\left\{x\middle|a\leqslant x<b\right\}$ 为半开区间，记作 $[a,\ b)$，即：$[a,\ b)=\left\{x\middle|a\leqslant x<b\right\}$.称 $\left\{x\middle|a<x\leqslant b\right\}$ 为半开区间，记作 $(a,\ b]$.

以上区间称为**有限区间**.并称 $b-a$ 为这些区间的**长度**，从数轴上看，这些区间是长度有限的线段.其中闭区间 $[a,\ b]$ 和开区间 $(a,\ b)$ 分别如图 1.1.1(a)和图 1.1.1(b)所示.此外还有**无限区间**，如图 1.1.1(c)和图 1.1.1(d)所示，这里用到了新记号 $+\infty$ 和 $-\infty$（分别读作正无穷大和负无穷大），表示为区间 $[a,+\infty)$ 和 $(-\infty,\ b)$.全体实数的集合用 $(-\infty,+\infty)$ 表示，它也是无限集合.以后常常用记号 I 表示区间.

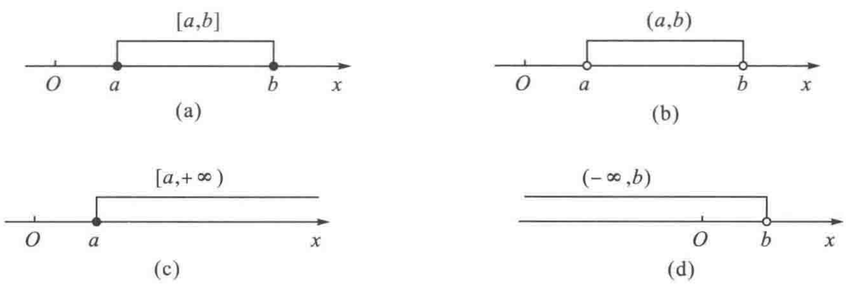

图 1.1.1

邻域是我们经常用到的一个概念.设 a 与 δ 是两个实数，且 $\delta>0$，数集 $\{x\,|\,|x-a|<\delta\}$ 称为点 a 的 δ **邻域**，记为：$U(a,\ \delta)$，即：

$$U(a,\ \delta)=\{x\,|\,|x-a|<\delta\}.$$

点 a 叫这**邻域的中心**，δ 叫这**邻域的半径**，如图 1.1.2 所示.注意到 $|x-a|$ 表示点 x 与点 a 的距离，因此，$U(a,\ \delta)$ 表示所对应的点与点 a 距离小于 δ 的实数 x 的集合.有时还用到去掉中心 a 的邻域，即 a 的**去心 δ 邻域**，记为 $\mathring{U}(a,\ \delta)$，即：$\mathring{U}(a,\ \delta)=\{x\,|\,0<|x-a|<\delta\}$.

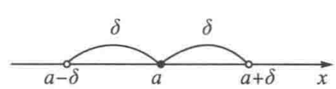

图 1.1.2

1.1.3　函数

在一个自然现象或技术过程中，往往同时有几个变量在变化，它们并不是孤立地变化着，而是相互联系并遵循着一定的变化规律.现在我们先就如何研究两个变量的变化规律举几个例子，而对于多个变量之间的情形，我们将在《高等数学(下)》中讲解.

例 1　考虑圆的面积 A 与它们的半径 r 之间的关系.由初等几何知识知道，它们之间符合如下公式：

$$A=\pi r^2,$$

当其中一个变量半径 r 在区间 $(0,+\infty)$ 内任意取定一个数值时，由上式就可以确定另一个变量面积 A 的相应数值.

例 2　设物体下落的时间为 t，落下的距离为 s.假定开始下落的时刻为 $t=0$，那么 s 与 t 之间的相依关系符合如下公式：

$$s=\frac{1}{2}gt^2,$$

其中，g 是重力加速度.假定物体着地的时刻为 $t=T$，那么当时间 t 在闭区间 $[0,\ T]$ 上任意取定一个数值时，由上式就可以确定 s 的相应数值.

上面两个例子都反映了两个变量之间的相依关系，这种相依关系由一种对应法则来确

定，根据这种对应法则，当其中的一个变量在其变化范围内任意取定一个数值时，另一个变量就有确定的值与之对应，两个变量间的这种对应关系就是函数概念的实质.在数学课程中，往往希望将具体实例中的数学规律加以推广，以便可以应用于指导解决更广范围的实践问题.为此，常将具体实例中的几何或物理背景作适当的抽象，而得到一般的规律.

定义 1.1.1 设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的数集.如果对于每个数 $x\in D$，变量 y 按照一定法则总有唯一确定的数值与之对应，则称 y 是 x 的**函数**，记作 $y=f(x)$.数集 D 叫做这个函数的**定义域**，x 叫做**自变量**，y 叫做**因变量**.

当 x 取数值 $x_0\in D$ 时，与 x_0 对应的 y 的数值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$，当 x_0 遍取 D 的各个数值时，对应的函数值全体组成的数集 $R_f=\left\{y\middle|y=f(x),\ x\in D\right\}$ 称为函数的**值域**.

注 记号 f 和 $f(x)$ 的含义是有区别的.前者表示自变量 x 和因变量 y 之间的对应法则，而后者表示与自变量 x 对应的函数值.但为了叙述方便，习惯上常用记号“$f(x)$，$x\in D$”或“$y=f(x)$，$x\in D$”来表示定义在 D 上的函数，这时应理解为由它所确定的函数 f.函数 $y=f(x)$ 中，表示对应关系的记号 f 也可改用其他字母，例如“F”“φ”等，相应的函数就分别记作 $y=F(x)$，$y=\varphi(x)$ 等.

对应法则和定义域是函数概念的两个要素，很多函数的对应法则可用表格、图象或解析式等表示，定义域一般可用区间表示.如例 1、例 2 所对应的函数就是用解析式表示的.

例 3 股票在某天的价格和成交量随时间的变化很难用解析式的方法表示，实际应用中常用直观的图形法表示.图 1.1.3 为某一股票在某天的走势图.从该图中，我们可以看出这只股票当天的价格和成交量随时间变化的波动情况.

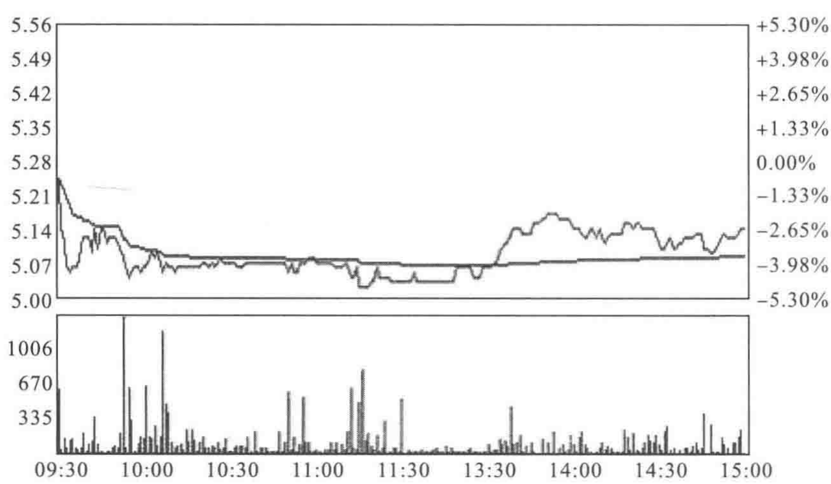

图 1.1.3

例 4 用实验确定某一物理现象的数学关系 $y=\varphi(t)$ 时，可将实验测得 t_i 时刻 $\varphi(t_i)$ 的值用图表法表示为表 1.1.1.

表 1.1.1

t	t_1	t_2	…	t_m	…
$\varphi(t)$	$\varphi(t_1)$	$\varphi(t_2)$	…	$\varphi(t_m)$	…

函数的定义域通常按以下两种情形来确定：对有实际背景的函数，根据实际背景中变量的实际意义确定.如例 1 中，定义域 $D=(0,+\infty)$；例 2 中，定义域 $D=[0,\ T]$.有时不考虑函数的实际意义，而抽象地研究用解析式表达的函数.这时我们约定：函数的**定义域**就是自变量能够取到的使解析式有意义的一切实数值，有时也称其为函数的自然定义域.例如函数 $y=\sqrt{4-x^2}$ 的定义域是闭区间 $[-2,2]$，函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 的定义域是开区间 $(-1,1)$.

如果自变量在定义域内任取一个数值时，对应的函数值有且只有一个，则称这种函数为**单值函数**；如果自变量取一个数值而对应的函数值有一个或多个时，则称之为**多值函数**.若没有特殊说明，本书中的函数都是指单值函数.

在定义域的不同范围内用多个式子来表示的函数，称为**分段函数**.这在实际应用中往往会更方便.

例 5　函数 $y=|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$，称为**绝对值函数**.其定义域为 $D=(-\infty,\ +\infty)$，值域为 $R_f=[0,+\infty)$.

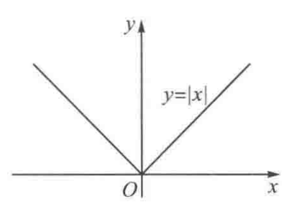

图 1.1.4

例 6　函数

$$y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases} 1, & 当x>0, \\ 0, & 当x=0, \\ -1, & 当x<0. \end{cases}$$

称为**符号函数**，它就是一个分段函数，其定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $W=\{-1,0,1\}$，其图形如图 1.1.5 所示.对于任何实数 x，有 $x=\operatorname{sgn}x\cdot|x|$.