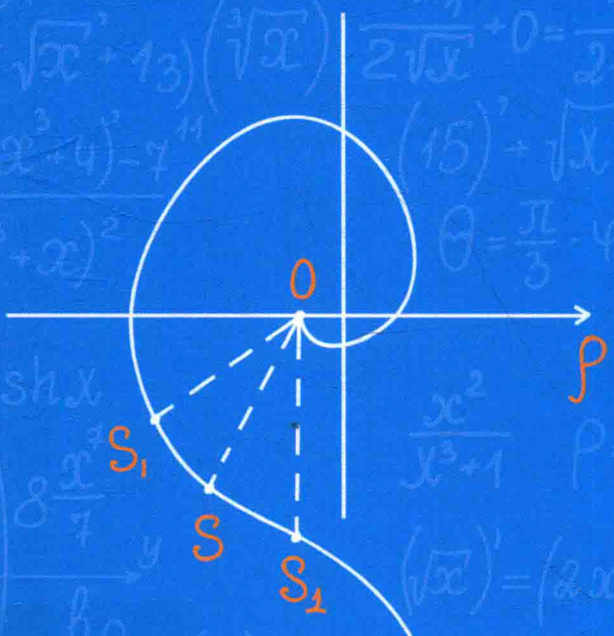
张野芳　曹金亮　主编

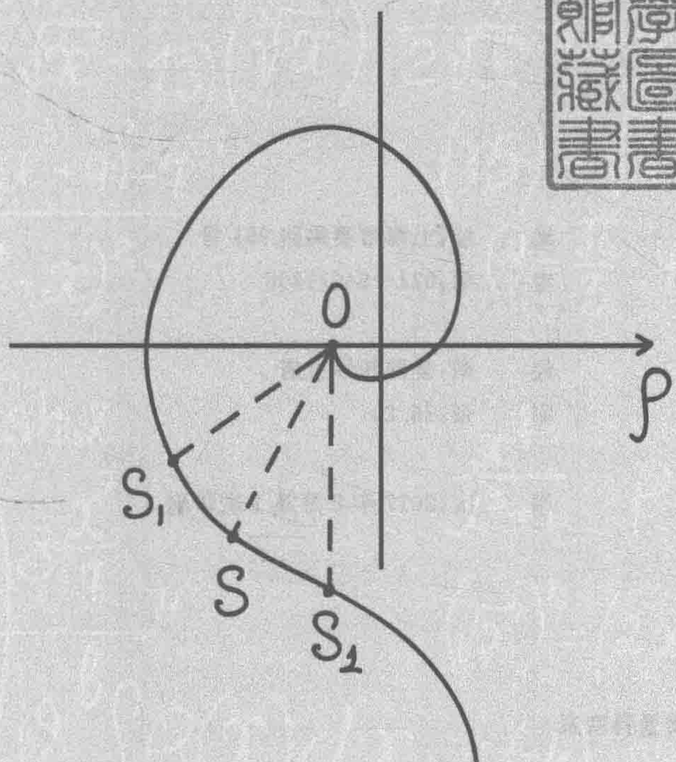
高等数学学习指导与精练（经管类）



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

张野芳　曹金亮　主编

高等数学学习指导与精练（经管类）



内容提要

本书共十章，介绍了函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、多元函数微积分、重积分、无穷级数、微分方程与差分方程。每章包括知识要点、常见题型、常规训练和考研指导与训练等内容。

本书可作为高等院校经管类本科生高等数学的辅助教材和硕士研究生入学考试的参考复习用书，同时也可作为本专业教师的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学学习指导与精练. 经管类/张野芳，曹金亮主编. —上海：上海交通大学出版社，2017

ISBN 978-7-313-17885-5

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①张…②曹… Ⅲ. ①高等数学—高等学校—教学参考资料Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 195526 号

高等数学学习指导与精练(经管类)

主　　编：张野芳　曹金亮

出版发行：上海交通大学出版社　　地　　址：上海市番禺路 951 号

邮政编码：200030　　电　　话：021－64071208

出 版 人：郑益慧

印　　制：虎彩印艺股份有限公司　　经　　销：全国新华书店

开　　本：787mm×1092mm　1/16　　印　　张：25.25

字　　数：517 千字

版　　次：2017 年 8 月第 1 版　　印　　次：2017 年 8 月第 1 次印刷

书　　号：ISBN 978-7-313-17885-5/O

定　　价：58.00 元

编 委 会

主　　编　张野芳　曹金亮

编　　委　（以姓氏英文字母为序）

陈丽燕　卢海玲　童爱华　王朝平

王娜儿　王小双　徐优红

前　　言

高等数学是高等院校经济管理类专业的一门重要的基础课程，也是全国硕士研究生管理类专业入学考试的统考课。

为了帮助读者更好地学习这门课程，掌握更多的知识，我们根据多年的教学经验编写了这本高等数学学习指导书。本书旨在使广大读者理解基本概念，掌握基本知识，学会基本解题方法与解题技巧，有效地指导和分层次地训练是本书的特点。本书作为一种辅助性教材，具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性的特点，所配例题与习题都是老师多年累积的经典题型，只要认真练习，一定有所收获。

考虑到高等数学这门课程的特点，在内容上我们做了以下安排：

1. 知识要点

从本课程的知识体系出发，对各个章节的主要内容，知识要点，相互间的联系，易错点等进行了概括与总结，使知识全面系统，便于掌握。

2. 常见题型

各章节的常见解题类型进行解题思路的概括与分析，引导学生思考问题，熟悉多种解题方法，进而初步掌握常规的解题思路和方法。

3. 常规训练

根据每节新课的要求，设计了常规训练题。通过这些常规训练题掌握基础知识与基本解题方法。题目类型有判断题、选择题、填空题、计算题和证明题等。

4. 考研指导与训练

每一章对考研常规题型进行分析，配有一定数量的考研训练题。部分题目是往年考研真题，其他题目参照最近几年研究生入学试题题目的类型与难度设置，通过这些

训练提高学生的应试能力。

掌握数学概念与方法的最好途径就是做题，在使用本书时，读者应尽力多做一些练习题，通过练习真正掌握每章的内容。对于本书提供的例题，力求吸收解题思路与方法，做到举一反三。考研训练部分对于基础较好的读者，可在每章学完后进行，一般学生可在期末总复习时训练。

在编写本书的过程中，编者除了总结多年的教学经验外，还参考了其他的一些教材和参考书，在很多方面得到启发与教益，在此不一一指明，谨对原书作者表示由衷的感谢。

限于编者水平有限，书中存在的不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

2017 年 5 月

目　　录

第1章 函 数

学习导引

函数是高等数学的研究对象，本章主要学习函数及其相关概念，函数的基本性质和常见的初等函数. 本章是初等函数到高等数学的过渡篇.

知识要点

1. 函数

定义1 设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的非空数集，如果对于 D 中的每一个 x 值，变量 y 依某一对应法则 f 都有唯一确定的实数与之对应，则称变量 y 为变量 x 的函数，记作 $y=f(x)$，其中 x 称为自变量，y 称为因变量，D 称为定义域，记作 Df，变量 y 的取值集合称为函数的值域，记作 R_f.

注 ①函数概念中包含定义域与对应关系两要素；

②当且仅当两个函数的定义域与对应法则完全相同时，它们才表示同一函数，否则表示两个不同的函数.

(1)高等数学中研究的对象是函数，函数概念的实质是变量之间确定的对应关系，变量之间是否有函数关系就看是否存在一种对应法则，使得其中一个变量或几个变量的取值能唯一确定另一个变量的取值.

(2)常量与变量、自变量与因变量是相对的. 一个量在某个过程中是常量，在另一过程中可以是变量；一个量在某个过程中是自变量，在另一个过程中可以是因变量，这一点既简单又重要.

(3)确定一个函数的根本要素是定义域和对应法则，而不在于自变量与因变量采用什么样的符号来表示，即 $y=f(x)(x\in D)$ 和 $g=f(t)(t\in D)$ 表示同一函数.

2. 反函数

定义 2 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 W. 对于值域 W 中的任一数值 y，在定义域 D 中都有唯一确定的数 x 与 y 对应，且满足关系式 $y=f(x)$，则得到一个定义在数集 W 上以 y 为自变量，x 为因变量的函数，称其为函数 $y=f(x)$ 的反函数，记为 $x=f^{-1}(y)$，其定义域为 W，值域为 D.

通常把 $x=f^{-1}(y)$ 中的 y 换为 x，把 x 换为 y，从而得 $y=f^{-1}(x)$，并称 $y=f^{-1}(x)$ 为 $y=f(x)$ 的反函数. 由于这种符号上的改记并没有改变 $x=f^{-1}(y)$ 的定义域和对应法则，所以它们是相同的函数. 从反函数的定义容易得到如下结论：

(1) 反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的定义域即是原来函数 $y=f(x)$ 的值域，而其值域即是原来函数的定义域，函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.

(2) 单调函数必有反函数，且其反函数的单调性与原来函数的单调性一致.

3. 复合函数

定义 3 设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_f，函数 $u=\varphi(x)$ 的定义域为 D_φ，值域为 R_φ，当 $D_f\cap R_\varphi\neq\varnothing$ 时，$\forall\, x\in D_{f\circ\varphi}=\{x\,|\,x\in D_\varphi,\varphi(x)\in D_f\}$，即有函数 $\varphi(x)$ 的值落在 D_f 内，这样通过变量 u 就得到 y 与 x 之间的对应关系，称为复合函数，记为 $y=(f\circ\varphi)(x)=f\{\varphi(x)\}$，$x\in D_{f\circ\varphi}$，其中 x 是自变量，y 是因变量，u 称为中间变量.

(1) 构建复合函数的前提条件就是，内层函数的值域与外层函数定义域的交不空. 也就是说，内层函数必须有函数值落在外层函数的定义域内. 否则不能构成复合函数.

(2) 结合律成立，即 $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$，但交换律一般不成立，即 $f\circ g\neq g\circ f$.

4. 分段函数

定义 4 函数在定义域的不同范围内的表达式不同的函数称为分段函数.

注 分段函数是用几个不同的式子表示一个函数，不能理解为两个或多个函数.

几个特殊的分段函数如下：

(1) 符号函数.

函数

$$y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases}1, & x>0;\\ 0, & x=0;\\ -1, & x<0.\end{cases}$$

称为符号函数，其定义域 $D_f=(-\infty,+\infty)$，值域 $R_f=\{-1,0,1\}$，对任何实数 x，$x=\operatorname{sgn} x.|x|$ 总成立，所以它起着一个符号的作用.

(2) 取整函数.

函数

$$y=[x]$$

称为取整函数,其中$[x]$表示不超过 x 的最大整数,其定义域 $D_f=(-\infty,+\infty)$,值域是整数集 $\mathbf{Z}$.

(3)狄利克雷 (Dirichlet)函数.

函数

$$y=\begin{cases}1, & x\in Q,\\ 0, & x\in\mathbf{R},x\notin Q.\end{cases}$$

称为狄利克雷函数,其定义域 $D_f=(-\infty,+\infty)$,值域 $R_f=\{0,1\}$.

5. 初等函数

(1)五类基本初等函数:

幂函数:$y=x^\alpha$(α 为实数);

指数函数:$y=a^x(a>0,a\neq1)$;

对数函数:$y=\log_a x(a>0,a\neq1)$;

三角函数:$y=\sin x,y=\cos x,y=\tan x,y=\cot x,y=\sec x,y=\csc x$;

反三角函数:$y=\arcsin x,y=\arccos x,y=\arctan x,y=\operatorname{arccot} x$.

定义 5 由常数和基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合运算所构成并能用一个解析式子表示的函数,称为初等函数.

熟悉每一类基本初等函数的基本性质与图象特征,是讨论其他函数性质所必须的基础.

(2)关于三角函数的一些常见关系式务必牢记:

①商数关系:$\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x},\cot x=\dfrac{\cos x}{\sin x},\tan x=\dfrac{1}{\cot x},\sec x=\dfrac{1}{\cos x},\csc x=\dfrac{1}{\sin x}$;

②平方关系:$\sin^2x+\cos^2x=1,1+\tan^2x=\sec^2x,1+\cot^2x=\csc^2x$;

③其他公式:$\sin2x=2\sin x\cos x,1+\cos x=2\cos^2\dfrac{x}{2},1-\cos x=2\sin^2\dfrac{x}{2},\tan2x=\dfrac{2\tan x}{1-\tan^2x}$;

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2},\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2},\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)],\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)];$$

$$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)].$$

6. 函数的基本性质

(1)**单调性** 设 $f(x)$在区间 I 上有定义,若对任意 $x,y\in I$,当 $x<y$ 时,有

$f(x)\leqslant f(y)$（或 $f(x)\geqslant f(y)$），则称 $f(x)$ 在区间 I 上为单调增加函数（或单调减少函数）；若对任意的 $x,y\in I$，当 $x<y$ 时，有 $f(x)<f(y)$（或 $f(x)>f(y)$），则称 $f(x)$ 在区间 I 上为严格单调增加函数（或严格单调减少函数）.

（2）**奇偶性**　设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，即 $\forall x\in D$，有 $-x\in D$，且若 $\forall x\in D$，有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数，若对 $\forall x\in D$，有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数.

不是任何函数都有奇偶性，例如，$y=x+1$ 既不是奇函数也不是偶函数.

注　①从几何特征来说（见图 1-1），偶函数的图形关于 y 轴对称，奇函数的图形关于坐标原点对称.

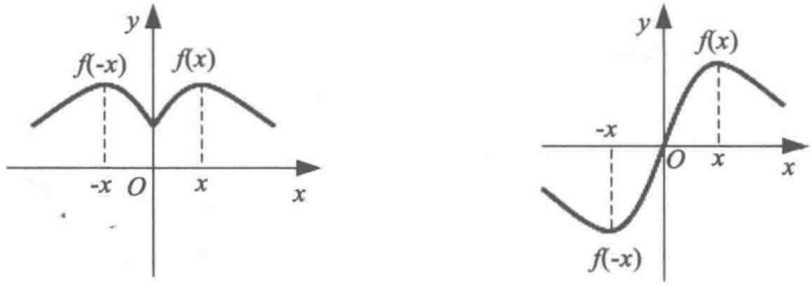


图 1-1

②关于奇偶性的几个结论：

ⓘ奇（偶）函数的和仍为奇（偶）函数；

ⓘⓘ奇数个奇函数的积为奇函数，偶数个奇函数的积为偶函数；

ⓘⓘⓘ一偶一奇两个函数的积为奇函数.

（3）**有界性**　设函数 $f(x)$ 在区间 I 上有定义，若存在 $M>0$，使得对任意 $x\in I$，恒有 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上有界，否则称为无界.

如果存在 $M>0$，使得对任意 $x\in I$，恒有 $f(x)\leqslant M$（或者 $f(x)\geqslant M$），那么称函数 $f(x)$ 在区间 I 上有上界（或下界）. 其几何特征如图 1-2 所示，显然，$f(x)$ 在区间 I 上有界等价于它在区间 I 上既有上界又有下界.

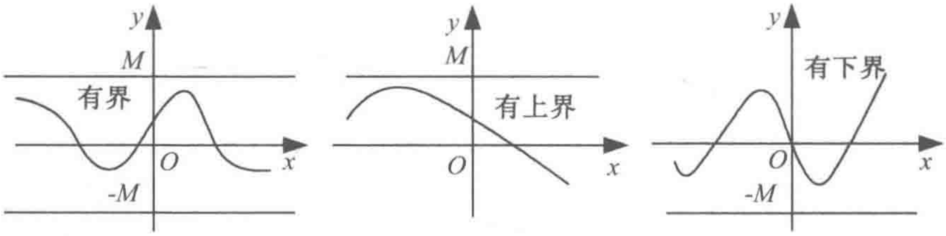


图 1-2

如三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$ 在整个数轴上有界；函数 $y=\tan x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 无界.

（4）**周期性**　设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，若存在常数 $T>0$，使得对 $\forall x\in D$，有 $x\pm T\in D$，并且有 $f(x\pm T)=f(x)$ 成立，则称 $f(x)$ 为周期函数，并称 T 是函数 $f(x)$

的一个周期.

注 ①一个函数如果是周期函数,则它有无穷多个周期,通常所说的周期,一般是指它最小的正周期.

②周期函数不一定存在最小正周期.例如,$y=2$ 就是一个以任意正实数为一个周期的周期函数,由于不存在最小正实数,所以 $y=2$ 不存在最小正周期.

7.经济学中常用的函数

(1) **需求函数** 不考虑其他因素,把需求量 Q_d 只看成价格 P 的函数,即

$$Q_d=f(P).$$

(2) **供给函数** 不考虑其他因素,把商品供给量 Q_s 只看成价格 P 的函数,即

$$Q_s=g(P).$$

注 ①一般地,价格越高,商品需求量越小.因此,通常假设需求函数 Q_d 是单调减少的.在经济分析中,称其为需求规律.

②一般地,价格越高,商品供给量越大.因此,通常假设供给函数 Q_s 是单调增加的.在经济分析中,称其为供给规律.

③当 $Q_d=Q_s$ 时,称这种商品达到了市场均衡,此时商品价格称为均衡价格,商品数量称为均衡数量.

(3) **成本函数** $C=C_1(Q)+C_0$,其中 C_0 为固定成本,C_1 为可变成本.称 $\overline{C}=\dfrac{C(Q)}{Q}$为平均成本.

(4) **收益函数** 设总收益为 R,Q 是销售量,则 R 与 Q 之间的函数关系称为总收益函数,记为

$$R=R(Q)\quad(Q\geqslant 0).$$

称 $\overline{R}=\dfrac{R(Q)}{Q}=\dfrac{PQ}{Q}=P$ 为平均收益,即平均收益等于价格.

(5) **利润函数** 总利润是总收入 R 与总成本 $C(Q)$之差.则利润函数为

$$L(Q)=R(Q)-C(Q).$$

注 ①当 $L(Q)=R(Q)-C(Q)>0$ 时,生产者赢利;

②当 $L(Q)=R(Q)-C(Q)<0$ 时,生产者亏损;

③当 $L(Q)=R(Q)-C(Q)=0$ 时,生产者盈亏平衡,使 $L(Q)=0$ 的点 Q_0 称为盈亏平衡点.

常见题型

1.判断函数是否等价

例 1 下列各组函数,哪些是同一函数,哪些不是?

①$\log_a x^2$ 与 $2\log_a x$；　②$\sec^2 x-\tan^2 x$ 与 1；

③$\cos^2 x-\sin^2 x$ 与 $\cos 2x$；　④$x-1$ 与 $\frac{x^2-1}{x+1}$.

思路点拨 判断两个函数是否等价一般考虑两点：第一，对应关系是否一致；第二，考虑两个函数的定义域是否相同.

解 ①不等同，两者定义域不同；

②不等同，两者定义域不同，前者在 $\cos x\neq 0$ 时才有意义；

③两者等同；

④不等同，两者定义域不同.

2. 求函数的定义域

例 2 求下列函数的定义域：

①$y=\sqrt{6+x-x^2}+\ln(x+1)$；

②设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,2)$，若函数 $f(2x-a)+f(x-a)$ 的定义域不是空集，求 a 的范围.

思路点拨 这类题目所求的是复合函数 $f(x)=u(v(x))$ 的定义域，按照复合函数的定义，只要求出 x 的取值集合 D，使得对 $\forall x\in D$，$v(x)$ 的取值均落在外层函数 $u(\cdot)$ 的定义域内即可.

解 ①$\begin{cases}6+x-x^2\geqslant 0\\ x+1>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2\leqslant x\leqslant 3\\ x>-1\end{cases}$，所以定义域为 $(-1,3]$.

②$f(2x-a)$ 的定义域可由 $0\leqslant 2x-a<2$ 解得为 $\left[\frac{a}{2},1+\frac{a}{2}\right)$，同理可得 $f(x-a)$ 的定义域为 $[a,a+2)$. 这两个区间有交的条件为

$$a\leqslant\frac{a}{2}<a+2 \text{ 或 } a<1+\frac{a}{2}\leqslant a+2,$$

得 a 的范围为 $-4<a\leqslant 0$ 或 $-2\leqslant a<2$，即 $-4<a<2$.

例 3 设函数 $f(x)=e^{x^2}$，$f[\varphi(x)]=1-x$ 且 $\varphi(x)\geqslant 0$，求函数 $\varphi(x)$ 的定义域.

思路点拨 先确定函数 $\varphi(x)$ 的解析表达式，再求其定义域.

解 由函数 $f(x)$ 的定义知，$f[\varphi(x)]=e^{[\varphi(x)]^2}$，从而有 $e^{[\varphi(x)]^2}=1-x$，由此解得

$$\varphi(x)=\sqrt{\ln(1-x)},$$

易知，$\varphi(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0]$.

3. 求函数的表达式

例 4 已知 $f(x)$ 满足 $af(x)+bf\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{c}{x}$（$a,b,c$ 均为常数，且 $|a|\neq|b|$），求 $f(x)$.

思路点拨 由已知条件的形式知，如果作变量代换 $x=\frac{1}{t}$，则在已知条件中会出现关于 $f(t)$ 和 $f\left(\frac{1}{t}\right)$ 的关系式，再将其根据函数表示的"变量无关性"，将其变量改用 x 表示，从而得到关于 $f(x)$ 和 $f\left(\frac{1}{x}\right)$ 的方程组，解此方程组就可求得 $f(x)$.

解 令 $x=\frac{1}{t}$，由已知条件可得 $af\left(\frac{1}{t}\right)+bf(t)=ct$，将 t 改记为 x 得

$$af\left(\frac{1}{x}\right)+bf(x)=cx$$

将上式与已知条件联立，得

$$\begin{cases} af(x)+bf\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{c}{x}, \\ af\left(\frac{1}{x}\right)+bf(x)=cx, \end{cases}$$

解此函数方程组得

$$f(x)=\frac{1}{a^2-b^2}\left(\frac{ac}{x}-bcx\right).$$

例 5 某种产品每台售价 90 元，成本为 60 元，厂家为鼓励销售商大量采购，决定凡是订购量超过 100 台以上的，多出的产品实行降价，其中降价比例为每多出 100 台每台降价 1 元，但最低价为 75 元/台.

①试将每台的实际售价 P 表示为订购量 x 的函数；

②把利润 L 表示为订购量 x 的函数；

③当一商场订购 1000 台时，厂家可获利润多少？

思路点拨 对于应用题式的求解函数表达式的问题，关键要根据目标函数与讨论变量之间的逻辑关系，构造函数表达式，此类问题，一般分段函数较为常见.

解 ①由题设，当 $x\leqslant 100$ 时，实际售价 $P=90$ 元/台，当 $x>100$ 时，由于产品最低价为 75 元/台，所以 $90-(x-100)\cdot 0.01\geqslant 75$，即 $x\leqslant 1600$. 故当 $100<x\leqslant 1600$ 时，实际售价

$$P=90-(x-100)\cdot 0.01\text{ 元/台},$$

当 $x>1600$ 时，实际售价 $P=75$ 元/台，

综上可知，实际售价 P 与订购量 x 关系如下

$$P(x)=\begin{cases} 90, & x\leqslant 100; \\ 90-(x-100)\cdot 0.01, & 100<x\leqslant 1600; \\ 75, & x>1600. \end{cases}$$

②由于 x 台总收入为

$$R(x)=\begin{cases} 90x, & x\leqslant 100; \\ [90-(x-100)\cdot 0.01](x-100)+9000, & 100<x\leqslant 1600; \\ 75(x-100)+9000, & x>1600. \end{cases}$$

x 台总成本 $C(x)=60x$，因此 x 台的利润为

$$L(x)=R(x)-C(x)=\begin{cases}30x, & x\leqslant 100;\\ 30x-(x-100)^2\cdot 0.01, & 100<x\leqslant 1600;\\ 15x+1500, & x>1600.\end{cases}$$

(3)由(2)可知，当商场订购 1000 台时，厂家可获利润

$$L(x)=30\times 1000-(1000-100)^2\cdot 0.01=21900\text{ 元}.$$

4. 讨论函数的奇偶性、单调性、有界性、周期性

例 6 判断下列函数的奇偶性：

①$f(x)=\dfrac{2^x+2^{-x}}{2}$；　　②$f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$；

③$f(x)=4x+\cos x$.

思路点拨 讨论函数的奇偶性，一般分两个步骤：第一步，检查函数定义域是否对称，定义域不对称，没有奇偶性；第二步，检验 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 以及 $-f(x)$ 的关系，辨别奇偶性. 当然，还可以根据函数图形的对称性来识别函数的奇偶性.

解 ①函数的定义域是$(-\infty,\infty)$，且 $f(-x)=\dfrac{2^{-x}+2^x}{2}=f(x)$，所以 $f(x)$ 是偶函数；

②函数的定义域是$(-\infty,\infty)$，且 $f(-x)=\ln(-x+\sqrt{(-x)^2+1})$，因为

$$f(-x)+f(x)=\ln\left(-x+\sqrt{(-x)^2+1}\right)\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=0;$$

即 $f(-x)=-f(x)$，所以 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 是奇函数.

③函数的定义域是$(-\infty,\infty)$，$f(-x)=4(-x)+\cos(-x)=-4x+\cos x$，显然，$f(-x)\neq f(x)$ 且 $f(-x)\neq -f(x)$，所以函数 $f(x)=4x+\cos x$ 既不是奇函数也不是偶函数.

例 7 证明函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}$ 在开区间$(0,1)$内无界.

思路点拨 讨论函数 $f(x)$ 的有界性，常常联系函数图形来判断，也比较多的利用有界函数的定义来证明函数是有界的. 判别函数无界，除了用无界的定义来讨论外，使用更多的一种方法就是取一个符合函数定义要求的函数子列，若该子列是无界的，则函数在讨论的区间上也是无界的.

解 取数列$\left\{x_k \,\middle|\, x_k=\dfrac{1}{2k\pi+\frac{\pi}{2}},k=0,1,2,\cdots\right\}$，$\{x_k\}\in(0,1)$，且对 $\forall M>0$，只要 k 充分大，就有 $f(x_k)=\dfrac{1}{x_k}\sin\dfrac{1}{x_k}=2k\pi+\dfrac{\pi}{2}>M$，故 $f(x)=\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}$ 在开区间$(0,1)$内无界.

例 8 设函数 $f(x)$ 在区间$(0,+\infty)$上有定义，且 $f(x)/x$ 在$(0,+\infty)$内单调减小，证明：对任意两点 $x_1>0,x_2>0$，有 $f(x_1+x_2)\leqslant f(x_1)+f(x_2)$.