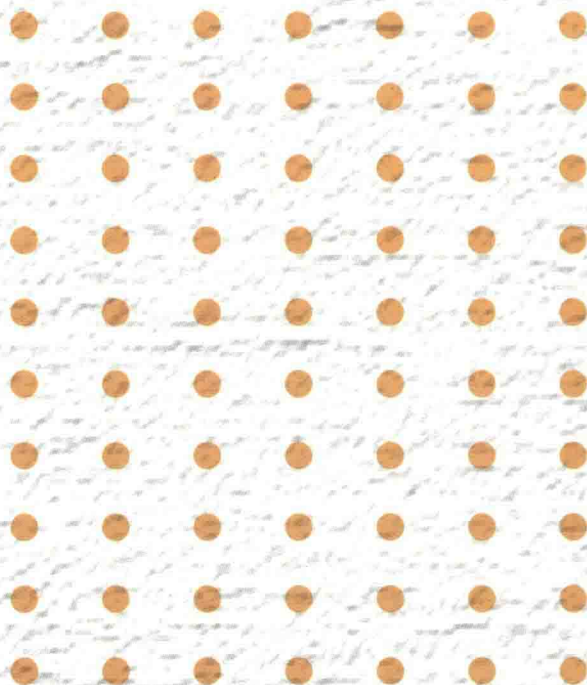


Multi-objective Evolutionary
Optimization

多目标进化优化

郑金华 邹娟 著



科学出版社

多目标进化优化

郑金华 邹娟 著

科学出版社
北京

内 容 简 介

近年来,多目标进化算法(MOEA)的研究进入了快速发展阶段,越来越多的人开始从事MOEA新方法和新技术的设计与实现,MOEA的应用日益广泛。

本书比较全面地综述了MOEA的国际研究现状和发展趋势,介绍了MOEA的基础知识和基本原理;论述和分析了构造Pareto最优解集的方法、保持进化群体分布性的方法和策略,以及MOEA的收敛性;讨论了目前国际上最具代表性的MOEA以及高维MOEA、偏好MOEA和动态MOEA;探讨了MOEA的性能评价方法、MOEA的测试方法,以及MOEA测试实验平台。最后,讨论了用多目标进化方法求解约束优化问题,并分类概述了MOEA的应用及两个具体应用实例。

本书可作为计算机、自动控制和其他相关专业高年级本科生、硕士研究生、博士研究生,以及MOEA爱好者研究和学习的教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

多目标进化优化/郑金华,邹娟著. —北京:科学出版社,2017

ISBN 978-7-03-052149-1

I. ①多… II. ①郑… ②邹… III. ①最优化算法-研究 IV. ①O242.23

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第044642号

责任编辑:孙露露 常晓敏/责任校对:王万红

责任印制:吕春珉/封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京中科印刷有限公司印刷

科学出版社发行

各地新华书店经销

*

2017年5月第一版 开本:787×1092 1/16

2017年5月第一次印刷 印张:19 1/4

字数:431 000

定价:128.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈中科〉)

销售部门电话 010-62136230 编辑部电话 010-62135763-2010

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229; 010-64034315; 13501151303

本研究得到国家自然科学基金项目（61379062、61502408）、教育部重点实验室（智能计算与信息处理）、智能信息处理与应用湖南省重点实验室（2016TP1020）、计算机科学与技术湖南省重点学科等的资助。

谨以此书纪念我的父亲郑石铭（1935～1998年）。父亲9岁时爷爷抗日阵亡，从此与奶奶相依为命；他曾经是一名优秀的小学教师，1963年响应国家号召主动申请支援农村建设，成为了一位出色的农民；他朴实、勤劳、善良，种出的庄稼总是最好的。

郑金华

序 言

进化算法是一类基于群体的启发式搜索优化策略，这类方法使用方便，易于理解，对所求解的问题数学性质要求不高，其应用领域越来越广泛，得到许多研究者和工程技术人员的重视。2015年5月，*Nature* 出版的机器智能专刊将进化计算列为当今机器智能研究的六大代表性领域之一。

多目标优化是一类常见的优化决策问题，经过来自不同领域的研究者和使用者的近30年的努力，多目标进化算法（multi-objective evolutionary optimization, MOEA）的研究和应用已取得巨大成功。事实上，MOEA已成为多目标决策领域的主流方法和技术，MOEA也是进化计算领域研究热点。2000~2015年的15年，国际上所出版的MOEA论文是过去15年（1985~2000年）的10倍之多。*IEEE Transactions on Evolutionary Computation*、*Evolutionary Computation* 和 *Genetic Programming and Evolvable Machines* 三个重要进化优化领域国际期刊都出版了MOEA专刊。2001年以来，每两年召开一次有关多目标进化的国际会议EMO（Evolutionary Multi-Criterion Optimization），现已成为进化优化领域的主流会议。近年在进化计算领域的两个重要会议CEC（IEEE Congress on Evolutionary Conference）和GECCO（Genetic and Evolutionary Computation Conference）上发表的论文中，有关多目标优化的论文占相当比例。国内学者也十分重视多目标进化优化的研究，并取得了许多具有重要价值的成果，出版了多部著作。尽管如此，MOEA仍远未成为一门成熟学科，其理论、算法设计、应用以及和其他优化学习方法的关系方面，仍有大量基本问题需要进一步研究。

郑金华教授曾于2007年出版《多目标进化算法及其应用》一书，此书成为国内多目标进化优化领域颇具影响力的著作之一。历经10年，郑金华教授和邹娟博士将自己的研究心得和研究结果写成本书，在书中全面介绍和讨论了国际上有关多目标进化优化的最新成果，并对其发展趋势进行了探讨。读者可通过本书系统学习MOEA方法，为从事MOEA研究和应用打下一个好的基础。我衷心地向读者推荐此书。

郑青富

香港城市大学教授，IEEE Fellow，
教育部长江学者讲座教授

前 言

20 世纪 80 年代末期，国内外对多目标进化算法 MOEA 的研究进入了快速发展时期，1994~2001 年的 8 年，国际上所出版的论文是过去 10 年（1984~1993 年）的 3 倍之多，近 15 年又有很大的发展。一方面，以实际应用为驱动的新的研究方向不断涌现，如高维多目标进化优化、基于偏好的多目标进化优化、基于动态环境的多目标进化优化，并产生了很多具有重要价值的成果；另一方面，在 *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*、*Evolutionary Computation* 等期刊和 EMO (Evolutionary Multi-Criterion Optimization) 等学术会议上所发表论文的影响力越来越大；第三个方面，国内外从事 MOEA 及其应用研究的人员越来越多，他们在 MOEA 新方法、新技术和应用等方面做了许多卓有成效的工作。

MOEA 研究之所以有今天这么好的势头，主要是因为它具有广泛的应用领域和应用前景。现实世界中的许多实际问题都是多个目标的同时优化，这些问题通常又是高度复杂的、非线性的，使用传统方法求解十分困难，而 MOEA 非常适合求解这类问题。事实上，比较早期的向量评估遗传算法 (VEGA) 就是为了解决机器学习中的有关问题而提出的。MOEA 发展到今天，已经在许多领域得到了成功应用，如优化控制、数据挖掘、机械设计、移动网络规划、证券组合投资、仿人机器人中枢神经运动控制器的设计、固体火箭发动机的优化设计、QoS 路由、物流配送、逻辑电路设计、多传感器多目标跟踪数据关联、水下机器人运动规划、导弹自动驾驶仪设计、柔性制造系统流程规划、森林规划优化，以及车间调度等。

作者累积多年的研究心得和研究结果，并结合国内外 MOEA 研究的最新成果写成本书，以供 MOEA 爱好者参考，希望起到抛砖引玉的作用。

全书共分 14 章。第 1 章回顾了 MOEA 的研究历史和发展，讨论了 MOEA 的分类和有待进一步研究的课题。第 2 章讨论了多目标优化问题、多目标进化个体之间的关系、基于 Pareto 的多目标最优解，以及 MOEA 的一般框架。第 3 章讨论了基于 Pareto 的多目标最优解集的构造方法。第 4 章讨论了保持进化群体分布性的方法和策略。第 5 章对 MOEA 的收敛性进行讨论和分析。第 6 章对当前具有代表性的 MOEA 进行了讨论和分析。第 7~9 章分别讨论和分析了高维 MOEA、基于偏好的 MOEA，以及基于动态环境的 MOEA。第 10 章对 MOEA 收敛性、分布性等性能评价方法进行了讨论。第 11 章阐述了 MOEA 的测试方法，同时给出了大量的测试用例。第 12 章介绍了多目标进化优化实验平台。第 13 章讨论了用多目标进化方法求解约束优化问题。第 14 章从 11 个方面概述了 MOEA 的应用，并给出了两个具体的 MOEA 应用实例。

本书收集了国内外有关 MOEA 的主要研究成果，但近些年有关 MOEA 的研究成果十分丰硕，因此还有很多优秀成果没有收集到本书中来，敬请专家和读者谅解。

本书适合作为高年级本科生、硕士研究生、博士研究生和 MOEA 爱好者研究和学习的教材或参考书。为此，作者在叙述上力求通俗易懂，深入浅出。

作者在撰写本书时，得到了张青富的指导；公茂果、唐珂、王勇、李辉、周爱民、俞扬等专家为作者提供了许多重要写作素材和帮助。除作者外，李辉撰写了 6.1 节，王勇撰写了第 13 章，参与写作和实验的主要人员有李密青、李珂、刘敏、罗彪、肖赤心、喻果、马忠伟，以及朱铮、韩平、柏卉、胡建杰、刘元、王帅发、张宇平、李庆亚、阮干等。

感谢章兢、黄云清、高协平、刘任任、段斌、欧阳建权对本书出版的支持和鼓励。感谢刘沛林、皮修平、李浪的支持和帮助。感谢姚新、张青富、金耀初、杨圣祥、李晓东、梁吉业、王宇平、张军、周育人、崔逊学、李元香、曾三友、丁立新、蔡之华、巩敦卫、公茂果、唐珂、江贺、王勇、李辉、周爱民、俞扬、秦凯、黄翰等国内外专家对作者和研究团队的长期指导和帮助。感谢实验室全体老师和同学的辛苦工作。特别感谢蔡自兴教授，他指导作者郑金华完成了博士论文，同时给予了长期指导和帮助；特别感谢史忠植教授，他指导作者郑金华完成了博士后工作，同时给予了长期指导和帮助。

感谢家人的全力支持，感谢所有关心、支持和帮助作者的朋友和同事。

由于作者水平有限，书中难免有不足之处，敬请广大读者批评指正。作者 E-mail: jhzheng@xtu.edu.cn, zoujuan@xtu.edu.cn。

郑金华，邹娟

2016 年 8 月

目 录

序言

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 MOEA 概述	1
1.2 MOEA 的分类	2
1.2.1 按不同的进化机制分类	2
1.2.2 按不同的决策方式分类	4
1.3 多目标进化优化方法研究	5
1.4 MOEA 理论研究	7
1.5 MOEA 应用研究	9
1.6 有待进一步研究的课题	9
第 2 章 多目标进化优化基础	14
2.1 进化算法	14
2.1.1 遗传算法的基本流程	14
2.1.2 编码	15
2.1.3 适用度评价	15
2.1.4 遗传操作	16
2.2 多目标优化问题	17
2.3 多目标进化个体之间关系	17
2.4 基于 Pareto 的多目标最优解集	19
2.4.1 Pareto 最优解	19
2.4.2 Pareto 最优边界	20
2.4.3 凸空间和凹空间	21
2.5 基于 Pareto 的多目标进化算法的一般框架	22
第 3 章 多目标 Pareto 最优解集构造方法	23
3.1 构造 Pareto 最优解的简单方法	23
3.1.1 Deb 的非支配排序方法	23
3.1.2 用排除法构造非支配集	24
3.2 用庄家法则构造 Pareto 最优解集	25
3.2.1 用庄家法则构造非支配集的方法	26
3.2.2 正确性论证	26
3.2.3 时间复杂度分析	28
3.2.4 实例分析	28
3.2.5 实验结果	30

3.3	用擂台赛法则构造 Pareto 最优解集	31
3.3.1	用擂台赛法则构造非支配集的方法	32
3.3.2	正确性论证及时间复杂度分析	33
3.3.3	实例分析	34
3.3.4	实验结果	35
3.4	用递归方法构造 Pareto 最优解集	39
3.5	用快速排序方法构造 Pareto 最优解集	42
3.5.1	个体之间的关系	42
3.5.2	用快速排序方法构造非支配集	46
3.6	用改进的快速排序方法构造 Pareto 最优解集	49
3.6.1	改进的快速排序算法	49
3.6.2	实验结果	51
第 4 章	多目标进化群体的分布性	56
4.1	用小生境技术保持进化群体的分布性	56
4.2	用信息熵保持进化群体的分布性	58
4.3	用聚集密度方法保持进化群体的分布性	59
4.4	用网格保持进化群体的分布性	61
4.4.1	网格边界	61
4.4.2	个体在网格中的定位	62
4.4.3	自适应网格	62
4.5	用聚类方法保持进化群体的分布性	63
4.5.1	聚类分析中的编码及其相似度计算	63
4.5.2	聚类分析	66
4.5.3	极点分析与处理	69
4.6	非均匀问题的分布性	69
4.6.1	非均匀分布问题	70
4.6.2	杂乱度分析	70
4.6.3	种群维护	71
第 5 章	多目标进化算法的收敛性	73
5.1	多目标进化模型及其收敛性分析	73
5.1.1	多目标进化简单模型	73
5.1.2	reduce 函数	74
5.1.3	收敛性分析	76
5.2	自适应网格算法及其收敛性	77
5.2.1	有关定义	77
5.2.2	自适应网格算法	79
5.2.3	AGA 收敛性分析	79
5.2.4	AGA 的收敛条件	84
5.3	MOEA 的收敛性分析	85
5.3.1	Pareto 最优解集的特征	85
5.3.2	MOEA 的收敛性	87

第 6 章 多目标进化算法	90
6.1 基于分解的 MOEA	90
6.1.1 三类聚合函数	90
6.1.2 基于分解的 MOEA 算法框架	93
6.2 基于支配的 MOEA	94
6.2.1 Schaffer 和 Fonseca 等工作	94
6.2.2 NSGA-II	96
6.2.3 NPGA	99
6.2.4 SPEA2	101
6.2.5 PESA	104
6.2.6 PAES	105
6.2.7 MGAMOO	106
6.2.8 MOMGA	108
6.2.9 基于信息熵的 MOEA	111
6.2.10 mBOA	114
6.3 基于指标的 MOEA	118
6.3.1 Hypervolume 指标和二元 ϵ -indicator 指标	118
6.3.2 SMS-EMOA	119
6.3.3 IBEA	120
6.4 NSGA-II、SPEA2、MOEA/D 实验比较结果	121
第 7 章 高维 MOEA	123
7.1 概述	123
7.2 NSGA-III	124
7.2.1 参考点的设置	124
7.2.2 种群的自适应标准化	125
7.2.3 关联操作	126
7.2.4 个体保留操作	127
7.2.5 NSGA-III 时间复杂度分析	128
7.3 ϵ -MOEA	128
7.4 SDE	130
7.5 实验结果及对高维 MOEA 研究的思考	131
第 8 章 偏好 MOEA	136
8.1 概述	136
8.2 g-dominance 算法	136
8.3 r-dominance 算法	138
8.4 角度信息偏好算法	139
8.5 实验结果	141
第 9 章 基于动态环境的 MOEA	143
9.1 动态多目标优化问题 (DMOP)	143
9.1.1 DMOP 基本概念及数学表述	143
9.1.2 DMOP 的分类	143

9.1.3	动态多目标进化方法	144
9.1.4	动态多目标测试问题	145
9.2	FPS	148
9.2.1	预测策略及算法	148
9.2.2	实验结果	150
9.3	PPS	151
9.3.1	PPS 基本原理	151
9.3.2	PS 中心点的预测	152
9.3.3	PS 的副本估计	153
9.3.4	下一时刻解的生成	153
9.3.5	PPS 算法	153
9.3.6	实验结果	154
9.4	DEE-PDMS	155
9.4.1	动态环境模型	155
9.4.2	动态进化模型的实现	155
9.4.3	DEE-PDMS	158
9.4.4	实验结果	159
第 10 章	MOEA 性能评价	160
10.1	概述	160
10.2	实验设计与分析	161
10.2.1	实验目的	161
10.2.2	MOEA 评价工具的选取	161
10.2.3	实验参数设置	162
10.2.4	实验结果分析	163
10.3	MOEA 性能评价方法	163
10.3.1	评价方法概述	163
10.3.2	收敛性评价方法	163
10.3.3	分布性评价方法	167
10.4	综合评价指标	175
10.4.1	超体积指标	175
10.4.2	反转世代距离	176
第 11 章	MOEA 测试函数	177
11.1	概述	177
11.2	MOEA 测试函数集	177
11.3	MOP 问题分类	179
11.3.1	非偏约束的数值 MOEA 测试函数集	182
11.3.2	带偏约束的数值 MOEA 测试函数集	186
11.4	构造 MOP 测试函数的方法	190
11.4.1	从数值上构造 MOP	191
11.4.2	规模可变的多元目标测试函数的构造方法	195
11.4.3	自底向上地构造规模可变的多元目标测试函数	197
11.4.4	对曲面进行约束构造规模可变的多元目标测试函数	202

11.5	DTLZ 测试函数系列	203
11.5.1	DTLZ1	203
11.5.2	DTLZ2	204
11.5.3	DTLZ3	205
11.5.4	DTLZ4	205
11.5.5	DTLZ5	206
11.5.6	DTLZ6	207
11.5.7	DTLZ7	207
11.5.8	DTLZ8	208
11.5.9	DTLZ9	208
11.6	组合优化类 MOEA 测试函数	209
11.7	WFG 测试问题工具包	210
11.7.1	问题特性	210
11.7.2	Pareto 最优面的几何结构	213
11.7.3	构造测试问题的一般方法	213
11.7.4	WFG1~WFG9	215
11.8	可视化测试问题	217
11.9	其他测试问题	218
第 12 章	多目标优化实验平台	220
12.1	多目标优化实验平台特性	220
12.2	开源软件框架	221
12.3	优化模板库	222
12.3.1	OTL 的构成	222
12.3.2	OTL 面向对象的设计架构	223
12.3.3	OTL 的三个组成工程	226
第 13 章	基于多目标优化求解单目标约束优化问题	227
13.1	约束优化概述	227
13.2	CW 算法	229
13.3	HCOEA 算法	230
第 14 章	MOEA 应用	232
14.1	MOEA 应用概述	232
14.1.1	MOEA 在环境与资源配置方面的应用	232
14.1.2	MOEA 在电子与电气工程方面的应用	233
14.1.3	MOEA 在通信与网络优化方面的应用	234
14.1.4	MOEA 在机器人方面的应用	235
14.1.5	MOEA 在航空航天方面的应用	235
14.1.6	MOEA 在市政建设方面的应用	236
14.1.7	MOEA 在交通运输方面的应用	237
14.1.8	MOEA 在机械设计与制造方面的应用	238
14.1.9	MOEA 在管理工程方面的应用	238
14.1.10	MOEA 在金融方面的应用	239
14.1.11	MOEA 在科学研究中的应用	240

14.2	MOEA 在车辆路径问题中的应用	242
14.2.1	带时间窗的车辆路径问题	242
14.2.2	求解 VRPTW 问题的 MOEA	244
14.2.3	可变概率的 λ -interchange 局部搜索法	245
14.2.4	实验与分析	246
14.3	MOEA 在供水系统中的应用	250
14.3.1	水泵调度问题	250
14.3.2	求解方法	252
14.3.3	实验结果分析	253
附录 A	符号及缩写	256
附录 B	MOPs 测试函数	257
附录 C	表 B.1 测试函数的 P_{true} 图和 PF_{true} 图	261
附录 D	表 B.2 测试函数的 P_{true} 图和 PF_{true} 图	268
参考文献	272

第 1 章 绪 论

进化算法 (evolutionary algorithm, EA) 是一类模拟生物自然选择与自然进化的随机搜索算法, 因其适用于求解高度复杂的非线性问题而得到了非常广泛的应用, 同时它又具有较好的通用性。在解决只有单个目标的复杂系统优化问题时, 进化算法的优势得到了充分展现。然而, 现实世界中的优化问题通常是多属性的, 一般是对多个目标的同时优化, 如一个国家的最优良性发展, 涉及经济的快速增长、社会秩序的稳定、环境的保护和改善等多个方面。在这里, 经济快速增长和社会秩序稳定这两个优化目标是相辅相成、互相促进的, 通常称其为一致的。多数情况下, 被同时优化的多个目标之间是相互作用且相互冲突的, 如企业生产活动中, 产品质量与生产成本是两个相互冲突的目标。为了达到总目标的最优化, 通常需要对相互冲突的子目标进行综合考虑, 即对各子目标进行折衷 (tradeoffs)。由此, 针对多个目标的优化问题, 出现了多目标进化算法 MOEA。值得说明的是, 在国内外诸多文献中, 在称谓上可能有比较大的差异, 如多目标遗传算法 (multi-objective genetic algorithm, MOGA)、进化多目标优化 (evolutionary multi-objective optimization, EMOO) 等。

1.1 MOEA 概述

1967 年, Rosenberg 建议采用基于进化的搜索来处理多目标优化问题 (Rosenberg, 1967), 但他没有具体实现。1985 年, David Schaffer 首次在机器学习中实现了向量评估遗传算法 (vector evaluated genetic algorithm, VEGA) (Schaffer, 1985)。1989 年, David Goldberg 在其著作 *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning* 中, 提出了用进化算法实现多目标的优化技术 (Goldberg et al, 1989), 对多目标进化算法的研究具有重要的方向性的指导意义。近年来, 多目标进化算法引起了许多研究者的广泛关注, 并涌现出了大量的研究成果。

1994~2001 年的 8 年, 国际上所出版的论文是过去 10 年 (1984~1993 年) 的 3 倍多 (Coello Coello et al, 2002)。最近 15 年的发展速度比过去 8 年又有很大提高。一方面, 在 *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* (1997 年创刊)、*Evolutionary Computation* (1993 年创刊) 和 *Genetic Programming and Evolvable Machines* (1999 年创刊) 等国际重要学术期刊, 以及各类国际进化计算学术会议 (如 Evolutionary Multi-criterion Optimization、Congress on Evolutionary Computation、Genetic and Evolutionary Computation Conference) 上发表的有关多目标进化的论文比过去 8 年增长的幅度大得多。另一方面, 有关进化计算的期刊或会议的影响力越来越大, 如 *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*、*Evolutionary Computation* 按 JCR 期刊影响因子均已进入 SCI 一

区。第三个方面，应用成果越来越多，涉及的应用范围越来越广。

1.2 MOEA 的分类

MOEA 种类较多，根据不同的需要也有多种分类方法。本节只讨论按不同的进化机制和不同的决策方式对 MOEA 进行分类。

1.2.1 按不同的进化机制分类

按进化机制的不同，MOEA 可分为三类：基于分解的 MOEA (decomposition-based MOEA)、基于支配关系的 MOEA (domination-based MOEA) 和基于指标的 MOEA (indicator-based MOEA)。

1. 基于分解的 MOEA

在处理多目标优化问题时，最直接的方法，也是比较早期所使用的方法就是聚集函数方法。这种方法将被优化的所有子目标组合 (combine) 或聚集 (aggregate) 为单个目标，从而将多目标优化问题转换为单目标的优化问题。

Schaffer 对简单遗传算法 (simple genetic algorithm, SGA) 进行了扩充，于 1985 年提出了向量评价遗传算法 (vector evaluated genetic algorithm, VEGA)，可以对目标向量进行处理。

例如，设有 r 个子目标，对 r 个子目标的优化问题可以转化为

$$\min \sum_{i=1}^r w_i \times f_i(X) \quad (i=1,2,\dots,r) \quad (1.1)$$

这里， $w_i \geq 0$ 为第 i 个子目标的权重系数，且一般有

$$\sum_{i=1}^r w_i = 1 \quad (1.2)$$

聚集函数可以是线性的，也可以是非线性的。当聚集函数呈线性时，无论如何调整权重系数，都难以搜索到非凸解 (Das et al, 1997; Ritzel et al, 1994; Richardson et al, 1989)。但当聚集函数呈非线性时，可以很好地解决以上问题 (Coello Coello et al, 2002; Jaszkievicz, 2002)。

张青富等基于分解思想，将数学规划方法和进化算法相结合，将多目标优化问题转化为一组单目标优化问题，提出了基于分解的多目标进化算法 (multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition, MOEA/D) (Zhang Q et al, 2007)。在此基础上，李辉和张青富提出了采用两种不同的邻域策略来平衡探索和开发 (Li H et al, 2009)。为降低算法的运行成本并提高算法的性能，张青富等提出了为 MOEA/D 中不同的子问题进行动态分配计算量的理论 (Zhang Q et al, 2009)。Nebro 和 Durillo 发展了基于线型的并行 MOEA/D，可在多核计算机上并行执行 (Nebro et al, 2010)。Ishibuchi 等提出了在不同的搜索阶段使用不同聚类函数的方法 (Ishibuchi et al, 2011)。Li Yuanlong 和周育人等从理论上分析了 MOEA/D 运行一些基本例子的时间复杂度，同时在目标空间和决策空间中对两个具有较差的邻域关系的复杂例子进行了分析 (Li Y et al, 2016)。李珂等将 MOEA/D 与蚁群优化相结合，提出了 MOEA/D-ACO，并取得了良好的效果 (Li K et al, 2013)。丁大维在其博士

论文中,将 MOEA/D 应用于天线优化设计中(丁大维,2015)。喻果等基于 MOEA/D 框架,提出了一种偏好多目标优化方法(Yu G et al, 2015)。

2. 基于支配关系的 MOEA

基于 Pareto 方法的基本思路是利用基于 Pareto 的适应度分配策略,从当前进化群体中找出所有非支配个体,这种方法最早是由 Goldberg 提出来的(Goldberg et al, 1989)。基于 Pareto 方法的 MOEA 比较多,主要有以下几种:

① Srinivas 和 Deb 等提出的 NSGA (the nondominated sorting genetic algorithm) (Srinivas et al, 1994) 和 Deb 等提出的 NSGA-II (Deb et al, 2002) 和 NSGA-III (Deb et al, 2013)。

② Zitzler 和 Thiele 于 1999 年提出的 SPEA (strength pareto evolutionary algorithm) (Zitzler et al, 1999) 和 SPEA2 (Zitzler et al, 2001)。

③ Fonseca 和 Fleming 提出的 MOGA (multi-objective genetic algorithm) (Fonseca et al, 1993)。

④ Horn 和 Nafpliotis 等提出的 NPGA (niched Pareto genetic algorithm) (Horn et al, 1994)。

⑤ Van Veldhuizen 通过扩充 mGA (a messy genetic algorithm) (Goldberg et al, 1991), 提出了 MOMGA (multi-objective messy genetic algorithm) (Veldhuizen, 1999), 后来 Zydallis 在 MOMGA 的基础上提出了 MOMGA-II (Zydallis et al, 2001)。

⑥ Pelikan 等提出的 hBOA (multi-objective hierarchical bayesian optimization algorithm) (Pelikan et al, 2000), Khan 通过扩充 hBOA 提出了 mhBOA (bayesian optimization algorithm for multiple-objective and hierarchically difficult problems) (Khan, 2003)。

⑦ Knowles 等提出的 PAES (Pareto archived evolution strategy) (Knowles et al, 2000)。

⑧ Corne 等提出的 PESA (the Pareto envelope-based selection algorithm for multi-objective optimization) (Corne et al, 2000, 2001)。

⑨ Coello Coello 等提出的 MMOGA (A micro-genetic algorithm for multiobjective optimization) (Coello Coello et al, 2001)。

⑩ 曾三友等提出的 OMOEA (orthogonal multi-objective evolutionary algorithm) (Zeng S et al, 2004; 曾三友等, 2004)。

⑪ 郑金华提出的 EMOEA (entropy based multi-objective evolutionary algorithm) (郑金华, 2005)。

3. 基于指标的 MOEA

基于指标的 MOEA 使用性能评价指标来引导搜索过程和对解的选择过程。Zitzler 等于 2004 年提出了一个通用的基于指标的进化算法 IBEA (Zitzler et al, 2004), 使用一个任意的指标来评价并比较一对候选解的性能, 不再需要诸如适应度共享等类似的分布性保持机制。Basseur 和 Zitzler 提出了一个用于解决不确定性问题的基于指标的模型 (Basseur et al, 2006), 其中每个个体被赋予一个在目标空间中的概率值, 在不确定环境中讨论了一些用来计算期望指标值的方法, 并且提出和实证研究了一些基于指标模型的变种模型。Beume 提出的 SMS-EMOA (Beume et al, 2007), 采用 $\mu+1$ 的稳态进化策略, 即每次仅产生一个子