



数学家  
教你  
学数学



# 外尔 教你学矢量

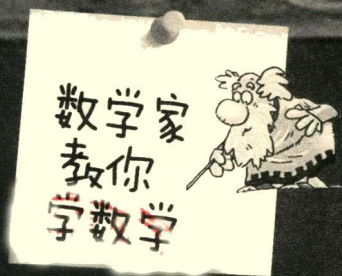
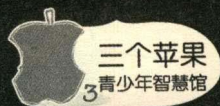
[韩]罗昭妍 著 黄海艳 译

考点精讲，高分必备

- ★矢量的概念
- ★矢量的表示方法
- ★矢量的运算
- ★两个矢量的夹角大小

理解概念，掌握应用，攻克难题  
★数学★  
就得这样学！

全国百佳图书出版单位  
时代出版传媒股份有限公司  
黄山书社



# 外尔 教你学矢量

[韩] 罗昭妍 著 黄海艳 译



考点精讲，高分必备！

- ★ 矢量的概念
- ★ 矢量的表示方法
- ★ 矢量的运算
- ★ 两个矢量的夹角大小

掌握应用 · 攻克难题  
 理解概念 · 就得这样学！  
 ★ 数学 ★

全国百佳图书出版单位  
 时代出版传媒股份有限公司  
 黄山书社

수학자가 들려주는 수학 이야기

Copyright © 2010 by JAEUM & MOEUM CO., LTD.

Simplified Chinese translation copyright © 2015 by Huangshan Publishing House.

This translation was published by arrangement with Jaeum & Moeum Publishing Co., through Shanghai All One Culture Diffusion Co., Ltd.

All rights reserved.

## 图书在版编目 ( CIP ) 数据

外尔教你学矢量 / 【韩】罗昭妍著; 黄海艳译. — 合肥: 黄山书社, 2015. 12

(数学家教你学数学: 中学版)

ISBN 978-7-5461-5121-2

I. ①外… II. ①罗… ②黄… III. ①数学—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 204297 号

版权合同登记号 图字: 12151528

WAI' ER JIAO NI XUE SHILIANG

外尔教你学矢量

【韩】罗昭妍 著 黄海艳 译

出品人 任耕耘  
总策划 任耕耘 杨雯  
执行策划 司雯  
责任编辑 程景  
特约编辑 余道辉 赵迪秋  
装帧设计 齐娜 李斐斐  
出版发行 时代出版传媒股份有限公司 (<http://www.press-mart.com>)  
黄山书社 (<http://www.hspress.cn>)  
地址邮编 安徽省合肥市蜀山区翡翠路 1118 号出版传媒广场 7 层 230071  
印刷 安徽国文彩印有限公司  
版次 2016 年 4 月第 1 版  
印次 2016 年 4 月第 1 次印刷  
开本 710mm×1000mm 1/16  
字数 90 千  
印张 8.75  
书号 ISBN 978-7-5461-5121-2  
定价 24.00 元

服务热线 0551-63533706

销售热线 0551-63533761

官方直营书店 (<http://hsssbook.taobao.com>)

版权所有 侵权必究

凡本社图书出现印装质量问题,  
请与印制科联系。

联系电话 0551-63533725



## 让我们站在数学巨人的肩膀上， 以更远的目光、更广的视野去观察数学世界吧！

数学教科书往往以“结果”来揭示数学，很难使学生了解数学不断进化的过程。事实上，数学的历史是围绕着一个课题，由众多数学家刻苦研究从而揭示一个个规律性原理的演绎推理过程。

《数学家教你学数学》是古今中外的数学家以他们那亲切的声音直接给我们讲述各种数学原理的产生过程，有助于学生以“现在进行时”来理解数学，而不是以“过去完成时”来理解。

学生对数学产生畏难情绪的主要原因之一是数学较强的“抽象思维”。数学的这一特性恰恰与学生喜欢的“具体思维”相悖。要想缩短“抽象思维”和“具体思维”之间的差距，方法只有一个，那就是在尽量回避数学抽象推理的同时，尽可能地增加对数学概念和原理的具体说明。而《数学家教你学数学》正是生动再现数学教科书的内容，力争使数学“变脸”，将原来抽象的数学改头换面成为具体的数学。此外，书中引用的大量名人逸事和数学家的趣闻，使学生感到枯燥无味的数学很容易变成妙趣横生、回味无穷的数字

游戏。

从结构上看，《数学家教你学数学》首先简要介绍数学家的业绩，然后通过数学家的讲解揭示数学的内在世界和外在世界，从列举的大量例子中说明数学概念和原理，最后再通过一个小结来归纳每节课讲的内容。本丛书的这种结构可以使读者从整体上了解每个数学概念和原理。

《数学家教你学数学》紧扣中学数学教程，尽可能包含中学数学所涉及的全部内容。比如《莱布尼茨教你学记数法》讲述的是数字形成的背景、原始进制法到数位进制法的发展过程、0的出现、莱布尼茨二进制法等方面的故事，如实反映了中学一年级进制法的内容。可见这套《数学家教你学数学》丛书能够起到帮助学生消化和吸收学校数学课程的作用。

伟大的科学家牛顿留下了一句绝世名言：“If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants.（如果说我比别人看得更远些，那是因为我站在了巨人的肩膀上）”没错，如果我们也站在这些数学巨人的肩膀上放眼远眺，就可以用更长远、更开阔的视野去了解数学世界。希望这套丛书能使我们的读者们都有机会站在数学巨人的肩膀上，把数学世界看得更清楚。

弘益大学数学教育系教授、《数学协奏曲》作者 朴京美



## 用数学眼光看穿世上的真理， 让我们亲身体会真理之伟大的“矢量”的故事

用手拨动不倒翁，它就会左右摇摆。像这样若对物体施加某种力，物体就会发生位置上的移动或形状上的变化，对力的表示就用到了矢量，所以矢量在分析物理运动上有着至关重要的作用。

实际上矢量是为解决和分析我们周围出现的问题而发展起来的学问。只有通过了解地球与月球之间引力的大小和高低气压间的差异来判断风向和风力，我们才能在日常生活中进行划船或坐飞机等活动，这种情况下就得使用矢量。

矢量跟物理学有着密切的关联，所以本书将通过与物理学相关的内容对矢量进行说明。大家在阅读此书的过程中也能够了解到数学与科学之间的密切关系，还能够感受到作为学习科学的基础——数学本身具有的重要性。本书的重点不在于讲解数学公式和运算方法，而是把熟悉矢量的箭头放在首要位置，如 $\overrightarrow{AB}$ ，就是在 $AB$ 上面标箭头的表达方式。在从箭头的始点到终点一气呵成的过程中，矢量的加法和减法及实数和矢量的乘积运算已经轻松得到解决。任何事

物的基础都是至关重要的，“矢量的故事”中矢量的含义和有向线段的画法及各种箭头中需要认真思考箭头的方向并谨慎地标记出来，这些都是矢量学习中的基础部分。只有熟悉了这些基础知识，才能更深入地学习两种力之间的关系和两种力之间的互相作用，以及它们跟三角形中的余弦之间的关联。

虽然数学貌似有点难，但只要一步一步慢慢理解所学内容，然后通过课程学习进一步熟悉规则和方法，大家肯定也会拥有像外尔和笛卡儿一样的数学思维能力，并且解决问题的能力也会得到提高。希望各位读者通过本书能熟悉有向线段并正确地掌握矢量，也衷心希望本书能陪大家度过一段有意义的时光。

罗昭妍



## 课 程 导 航

1

### 这本书的不同之处

《外尔教你学矢量》这本书是以德国数学家赫尔曼·外尔的口吻为大家讲述的，书中讲解了具有大小和方向的矢量的定义及矢量的表示方法、与物理密切相关的矢量的必要性和如何分析作用于运动物体的力等相关知识。由于数学要求完美严密，所以数学很容易被人们认为是一门学起来很吃力的学科，不过外尔在讲述的过程中，利用了我们常见的风力等作用力，以简而易懂的语言向我们说明了矢量产生的理由和必要性。因此好好阅读这本书的话，大家就可以轻松理解与掌握连高中生都觉得吃力的内容。



1. 本书给我们介绍了历史上矢量的适用领域和数学家们发展这一理论的原因，同时通过本书我们能得知数学渐渐发展成为一门严密而精确的学问的过程。可见数学最初并不是一门完美的学问，而是依靠众多学者的努力才慢慢发展起来的，而且今后也将得到更充分的发展，数学有望成为一门拥有新视觉的学问。

2. 通过学习平面和空间之间的差别及点的表达方式，能得出矢量的表示方法。这些虽然是高中的学习内容，但在学习矢量的同时也能接触到中学的坐标和有序数对的相关内容。

3. 通过学习物体运动和矢量的关系，可以看出数学对于分析运动的物理的作用，同时也让我们意识到数学作为基础学科的重要性。



### 第一课 什么是矢量？

观察周围具有量的事物，我们会发现像具有大小和方向的速度和只有大小的温度等这些量。这一课我们将学习如何区分这些具有量的事物，哪些是既有大小又有方向的，哪些是只有大小的，以及实际生活中什么东西会用矢量来表示。

- **提前预习：**哥伦布竖鸡蛋，长方形的面积，风的方向标示法。
- **学习方法：**思考实际生活中所见的量是否有方向，并区分矢量和标量。了解矢量出现的背景，有趣地进行学习。

### 第二课 与有向线段有着密切关系的矢量

通过用线段连接起始的端点和终点的有向线段进而探索矢量的表示方法。区分平面和空间上的点并了解反方向符号“-”。同时要铭记零矢量是大小为0的矢量。

- **提前预习：**有向线段符号，次元，笛卡儿，坐标平面、轴和原点等。
- **学习方法：**记住标示的顺序并画出矢量；区分表示方向的字母，如 $\vec{AB}$ 中的始点和终点；铭记字母前面的符号“-”表示矢量的方向相反，即学习矢量时要正确掌握矢量的方向到底指向哪边。

### 第三课 方向和大小相同的双胞胎

- **提前预习：**勾股定理（毕达哥拉斯定理），平行移动。
- **学习方法：**矢量是同时具有大小和方向的量，注意的重点不是有向线段所画的位置，而是有向线段的方向和线段的长度。

### 第四课 矢量的运算

- **提前预习：**平行四边形，括号，正数和负数，实数。
- **学习方法：**我们为了熟悉数字的运算而进行大量的练习，同样为了熟知矢量的加法、减法和数乘，需要练习有向线段的画法和熟练地移动矢量使其能够首尾相连。这种用连接的方式画出来的图形如三角形、平行四边形，一定要看懂这些图形中的始点和终点，才能进行矢量的运算。

### 第五课 矢量的分量

- **提前预习：**有序数对。
- **学习方法：**理解什么是坐标平面上到达一个点的位置矢量，尝试计算到达这个点需要在 $x$ 轴上移动几个单位长度和在 $y$ 轴上移动几个单位长度。计算结果以单位矢量或分量方式出现时，只要数出到达某个位置需要在 $x$ 轴上移动几个单位长度或在 $y$ 轴上移动几个单位长度，就能很容易得出矢量的分量。

## 第六课 矢量的数量积

• 提前预习：物理学，力。

• 学习方法：通过物理学中力的做功学习矢量的数量积，并掌握相关的运算律，注意矢量数量积的表达形式，跟乘法符号“ $\times$ ”区分开。

## 第七课 两个矢量形成的夹角的大小

• 提前预习：相似，有理数，无理数，实数。

• 学习方法：设 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 都是非零矢量， $\vec{a} = (x_1, y_1)$ ， $\vec{b} = (x_2, y_2)$ ， $\theta$ 是 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夹角，根据矢量数量积的定义及坐标表示可得：

$$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}, \text{ 并且 } \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0.$$





## 数学家简介

外尔 (Herman Weyl, 1885~1955)

我住在数学之都——哥廷根，  
基于对数学的热情钻研出很多研究成果。  
我以与物理学有着密切关系的矢量为基础，  
在物理学和数学领域进行研究并展开思考。  
因为为基础学科——数学的发展作出了巨大贡献，  
再加上给科学发展带来了巨大影响，  
我被评为20世纪最具影响力的数学家之一。



大家好，我是外尔！

我是德国数学家，住在数学之都——哥廷根市，著名的哥廷根大学就坐落于此，像大卫·希尔伯特、赫尔曼·闵可夫斯基这些有名的数学家就出自于哥廷根大学。我对数学有着浓厚的兴趣并潜心研究。我的研究不仅是以数学理论为基础的纯粹数学，而且还跟科学理论中的物理科学相关，像研究与物理学密切相关的“矢量”。我同时在物理学和数学领域进行研究并展开独特的思考，所以可以说我是20世纪最具影响力的数学家之一。我通过对现象物理学的思考，撰述了几条关于技术、空间、时间、事物、哲学、理论等与数学领域有关的一般理论，我还是第一个研究电磁定律的人。

矢量以分量的形式出现对复数用坐标平面表示起到了很大作用。复数是不使用于实际生活中的数字，它包含着像方程的解一样的一系列虚数，以前不能用坐标平面表示。只有在使用文字的式子中，才能用虚数操作。虽然复数很单纯，但我在论文中记载了关于复数的明确的解释方法。复数的实数部分用坐标平面的 $x$ 轴标示出来，虚数部分用 $y$ 轴标示出来，以前只能起到代数作用的复数的表示方法和运算，现在通过几何学方法做到了。而且在我的论文中，用坐标的方法解释了现在用有向线段方式表示的矢量，并且做到了用图示的方法表示矢量。

我的论文并未到此结束。数学家斯蒂文更加精细地研究出矢量的加法，发现了矢量的加法和乘积的运算法则，操作起来特别简单。我们能在《外尔教你学矢量》这本书中接触到这一法则，同时还能学习以分量形式表示的矢量的加法、减法、数乘的计算方法。

科学首先需要数学的足够发达，然后以此为基础进一步发展，所以数学也被称为基础科学。我不仅使基础学科——数学得到了发展，我还是为科学发展作出直接贡献的数学家。



