Nonlinear Model Predictive Control

非线性模型预测控制方法

张友安　等◎著

中国工信出版集团　電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

非线性模型预测控制方法

张友安 王亚锋 刘京茂
盖俊峰 孙玉梅 著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 · BEIJING

内 容 简 介

本书主要介绍作者团队在非线性模型预测控制方面的研究成果。具体包括：第 1 章介绍了预测控制的研究背景与发展及国内外研究现状；第 2、3 章重点研究了预测控制系统的稳定条件；第 4 章设计了三种鲁棒预测控制算法，并比较了几种典型粒子滤波器的估计精度与计算速度；第 5 章针对跟踪问题，设计了非线性预测控制器；第 6、7 章将预测控制应用于具体系统；第 8 章对全书工作进行了回顾和总结，并对未来工作进行了展望。

本书可作为高等院校控制相关专业研究生、高年级本科生的教学参考书。

图书在版编目（CIP）数据

非线性模型预测控制方法 / 张友安等著. —北京：电子工业出版社，2017.12

ISBN 978-7-121-32931-9

Ⅰ. ①非… Ⅱ. ①张… Ⅲ. ①非线性—线性模型—预测控制 Ⅳ. ①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 260514 号

策划编辑：朱雨萌
责任编辑：杨秋奎
特约编辑：彭　瑛　赵海军等
印　　刷：北京七彩京通数码快印有限公司
装　　订：北京七彩京通数码快印有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　　　邮编：100036
开　　本：720×1000　1/16　印张：13.75　字数：264 千字
版　　次：2017 年 12 月第 1 版
印　　次：2017 年 12 月第 1 次印刷
定　　价：49.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件到 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：（010）88254750。

前 言

模型预测控制（Model Predictive Control，MPC）是一种在工业过程控制领域得到成功应用的控制策略。由于直接产生于实际工业过程控制，且全面考虑了工业实际需求，具有较高的综合控制质量，因此 MPC 自其诞生之日起便吸引了众多研究者的目光，并逐渐引起了工业控制界和理论界的重视。迄今为止，模型预测控制已被广泛应用于发电、炼油、冶金、化工、汽车、航空航天等领域。MPC 作为一种新兴的控制理论能得到如此成功应用，其主要原因可总结为以下两点：

一是通过滚动优化策略在线求解局部最优问题。模型预测控制是一种动态优化方法，通过优化窗口的滚动，对模型预测输出值和实际输出值进行比较，再通过反馈校正实现系统输出对参考值的跟踪。由于 MPC 采用有限时域优化窗口，仅需求解局部最优问题，大大减少了优化计算量。同时，采用反馈校正可解决多种不确定性问题，包括系统干扰、模型失配等。

二是直接处理约束条件的能力。模型预测控制通过在线优化求解控制律，在其在线优化过程中可以全面考虑各种约束条件（如状态约束、输入约束、输入增量约束、输出约束等），从而得出既能使优化指标最优又能满足各种约束条件的控制律，这是传统的 PID 控制和经典最优控制理论所无法实现的。

上述两个特点使得 MPC 更接近实际的工业生产控制过程，因此得到了众多工程技术人员和研究者的青睐。

预测控制自诞生至今，在工程实践和理论研究方面都取得了重大进展。但现有的具有代表性的学术研究成果大多是基于线性模型描述的系统，目前成熟的 MPC 商用软件也主要针对线性系统开发，即使在过程工业控制技术中，MPC 技术的应用也只局限在某些过程非线性特征不明显的领域。而实际工业生产过程中遇到的对象系统往往具有明显的非线性特征和不确定特性，因此，著者以同时添加终端代价函数和终端状态约束集的非线性预测控制为对象进行了理论研究。

本书内容包括预测控制的终端状态约束集、终端代价函数、鲁棒预测控制、跟踪问题中的预测控制以及预测控制的实际应用等方面。具体包括：第 1 章介绍了预测控制的研究背景与发展、几种典型的非线性预测控制方法以及关于非线性预测控制方法的国内外研究现状。第 2 章介绍了为保证系统稳定性，预测控制的终端状态约束集需要满足的条件，并提出了两种求取最大终端状态约束集的方法：用外包集序列逼近最大终端状态约束集；用子集序列逼近最大终端状态约束集。第 3 章分析了预测控制的终端代价函数分别与终端状态约束集和预测控制消耗的全局性能指标之间的关系，并给出了一种简单的求取终端代价函数的方法；设计了一种具有可变自调节终端代价函数的 NMPC（Nonlinear Model Predictive Control）控制方案。第 4 章针对存在有界干扰时的非线性系统，设计了三种鲁棒预测控制算法：以集合包含度为优化指标的鲁棒预测控制算法；基于优化线性反馈控制律的鲁棒预测控制算法；基于优化多项式反馈控制律的鲁棒预测控制算法。另外，针对鲁棒预测控制系统中存在的外来干扰，介绍了现有典型非线性滤波器的适用范围，并比较了几种典型粒子滤波器的估计精度与计算速度。第 5 章将跟踪问题按期望输出的形式分为两种类型：对单个稳定期望输出点的逼近；对期望输出轨迹的跟踪。针对这两种跟踪问题，分别设计了非线性预测控制器，并提出了

一种求取次优滚动控制律的方法。第 6 章介绍了航天器的末端自主交会技术，并将预测控制应用于航天器的末端交会控制。第 7 章研究了飞行器的姿态机动问题，提出一种在给定时域内将飞行器姿态驱动到设定姿态的模型预测控制算法，并用仿真验证针对飞行器姿态机动的预测控制算法的有效性。第 8 章对全书工作进行了回顾和总结，并对未来工作进行了展望。

全书共 8 章。第 2、4、6 章由张友安与王亚锋共同编写，第 3 章的 3.6 节、第 5 章的 5.5 节及第 7 章由盖俊峰与刘京茂（山东南山国际飞行有限公司高工）共同编写，第 3、5 章的其余各节由张友安、王亚锋与刘京茂共同编写，第 1、8 章由张友安与孙玉梅（烟台南山学院教授）共同编写。全书由烟台南山学院教授张友安统稿。

本书的部分内容参考和引用了国内外同行专家、学者的最新研究成果，在此特向他们表示由衷的感谢。本书的出版得到了烟台南山学院、海军航空工程学院与电子工业出版社各级领导和朱雨萌编辑的大力支持，在此一并表示感谢！

由于著者学术水平有限，加之出版时间仓促，书中存在错误与不足之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

目录

第 1 章

绪　论

1.1　预测控制的研究背景与发展

预测控制从基本的工业控制中发展起来，如发电厂控制、炼油控制等。发展至今，预测控制已成功应用到化工、食品制造、汽车、航空航天、冶金、造纸等领域。预测控制之所以能取得如此大的成功应用，可以归纳为两方面的原因。

（1）采用滚动优化策略。预测控制将系统在未来一个时域内的动态行为作为优化指标，利用在线优化求取控制量。这意味着在设计预测控制器时，一些干扰因素对系统的影响也可以被提前预测出来。因此，在设计控制器时可以充分考虑这些干扰因素的影响，使得系统输出可以更接近设定值。

（2）在线优化中充分考虑各种约束条件。预测控制是通过在线优化求解控制律的，在预测控制的在线优化中，可以将各种约束，如输入约束、状态约束、输出约束等纳入优化的约束条件。因此，通过在线优化得到的控制律是满足这些约束条件且使得优化指标最佳的控制律。

尽管预测控制取得了大量的成功应用，但是其仍主要采用线性模型来描述系统。然而，实际工业过程往往都存在固有的非线性环节，采用线性模型来描述系统会产生一定偏差，造成控制精度不高，有时甚至会造成系统不稳定。因此，采用非线性模型来描述系统，进而设计非线性预测控制器成为近年来一个很有吸引力的研究领域。

预测控制，因为其处理带约束系统（包括输入约束、状态约束、输出约束等）的能力而在近年来取得了巨大的发展。其发展历史可以归纳为两个阶段：第一阶段，经典预测控制；第二阶段，现代预测控制。

第一阶段，基于线性模型的经典预测控制。为了适应复杂的工业过程，1978 年，Richalet 等提出了基于脉冲响应模型的模型预测启发式控制（Model Predictive Heuristic Control，MPHC）或模型算法控制（Model Algorithmic Control，MAC）[1,2]。Richalet 的方法在工业界得到了很好的应用，也奠定了预测控制发展的基本思路。1980 年，Cutler 等提出了基于阶跃响应模型的动态矩阵控制（Dynamic Matrix Control，DMC）[3]。1982 年，Garica 等提出了内模控制（Internal Model Control，IMC）[4]。Garica 的理论使得人们可以从结构的角度分析预测控制系统，进而理解预测控制的运行机制。1986 年，Kuntze 等提出了预测函数控制（Predictive Functional Control，PFC）[5]。1987 年，Clarke 等提出了基于可控自回归积分平均滑动模型（CARIMA）的广义预测控制（Generalized Predictive Control，GPC）[6,7]。

这些方法对控制对象的模型要求低，且算法简单、容易实现，在实际工业控制中展现了良好的控制性能。

第二阶段，基于非线性模型的现代预测控制。以非线性模型描述系统进而设计非线性预测控制（Nonlinear Model Predictive Control，NMPC）吸引了众多学者的注意，对这类预测控制而言，李雅普诺夫理论是分析其稳定性的主要工具，我们将这种类型的预测控制统称为现代预测控制。

对于主要采用线性模型系统描述的经典预测控制而言，研究方向主要为对已有预测控制算法进行定量分析，通常采用内模控制理论[4]对算法的稳定性进行分析。而对于采用非线性模型系统描述的现代预测控制而言，研究方向主要为设计具有稳定性或其他控制性能的预测控制方法，其稳定性分析的主要工具为李雅普诺夫理论，而评估其控制性能的参照体系为最优控制。从这一点上讲，预测控制可以解释为用有限时域优化逼近最优控制的无限时域优化的一种次优控制算法。除了用有限时域的在线滚动优化取代最优控制的无限时域离线优化，预测控制与最优控制并无其他本质区别。

1.2 几种典型的非线性预测控制方法

上面已经提到，最优控制被作为评估预测控制的控制性能的参照体系。对此，首先给出最优控制的优化问题。考虑如下离散系统模型

$$x_{k+1}=f\left(x_k,u_k\right) \tag{1-1}$$

其中，$x_k\in R^n, u_k\in R^m$ 分别为系统在 k 时刻的状态和输入；$f(\cdot,\cdot)$ 为关于 x_k,u_k 的连续函数，满足 $f(0,0)=0$。系统的状态约束和输入约束分别为 $x_k\in X$, $u_k\in U$，满足 X 和 U 都是紧的，且都包含原点。控制目标是将系统状态引导至平衡点（此处的平衡点为原点）。

最优控制在初始点 x_0 的优化问题 $P_\infty\left(x_0\right)$ 可描述为

$$\begin{aligned}\min_{u(i,x_0)\in U} J_\infty\left(\boldsymbol{u},x_0\right)&=\sum_{i=0}^{\infty}q\left(x\left(i,x_0\right),u\left(i,x_0\right)\right)\\ \text{s.t.}\quad x\left(i+1,x_0\right)&=f\left(x\left(i,x_0\right),u\left(i,x_0\right)\right)\\ x\left(i+1,x_0\right)&\in X,u\left(i,x_0\right)\in U\end{aligned} \tag{1-2}$$

其中，$\boldsymbol{u}=\left\{u\left(0,x_0\right),u\left(1,x_0\right),u\left(2,x_0\right),\cdots,u\left(+\infty,x_0\right)\right\}$ 表示控制量序列，$x\left(0,x_0\right)=x_0$，x_0 表示优化起始点；X 和 U 分别为前面所述的状态约束与输

入约束；$q(x,u)$为阶段指标函数，其形式为$q(x,u)=x^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}x+u^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}u$，$\boldsymbol{Q}$和$\boldsymbol{R}$分别为对应维数的正定矩阵。

求解优化问题$P_{\infty}(x_0)$是很难的，尤其是当$f(\cdot,\cdot)$为非线性函数的时候，$P_{\infty}(x_0)$的求解几乎是不可能的。为了避免这个问题，可用预测控制的有限时域优化（或半无限时域优化[8,9]）取代最优控制的无限时域优化。但是，这种逼近需要解决一个关键问题——稳定性。对于最优控制，只要无限时域优化存在可行解即可保证其稳定性；对于预测控制，则需要在其在线优化中附加条件以保证其闭环稳定性，常见方法有 4 种。

1.2.1 添加终端零约束的预测控制

这类预测控制的代表文献主要有文献[10-13]。其优化问题$P_N(x_0)$可描述为

$$
\begin{aligned}
\min_{u(i,x_0)\in U} J(\boldsymbol{u},x_0) &= \sum_{i=0}^{N-1} q\big(x(i,x_0),u(i,x_0)\big) \\
\text{s.t.}\quad & x(i+1,x_0)=f\big(x(i,x_0),u(i,x_0)\big) \\
& x(i+1,x_0)\in X, u(i,x_0)\in U, i=0,\cdots,N-1 \\
& x(N,x_0)=0
\end{aligned} \tag{1-3}
$$

其中，$x(0,x_0)=x_0$，x_0表示优化起始点；N为预测步长。

所有满足优化问题式（1-3）有解的状态点的集合称为此类预测控制的吸引域。定义$J(\boldsymbol{u},x_0)$的极小值为$J^*(x_0)$，优化问题式（1-3）的最优输入序列为

$$
\boldsymbol{u}^*(x_0)=\left\{u^*(0,x_0),\cdots,u^*(N-1,x_0)\right\} \tag{1-4}
$$

优化问题式（1-3）的最优状态预测轨迹为

$$
\boldsymbol{x}^*(x_0)=\left\{x^*(1,x_0),\cdots,x^*(N,x_0)\right\} \tag{1-5}
$$

在实际控制中，只将 $u^*(0,x_0)$ 作用于实际系统，下一时刻的输入由下一时刻的优化给出，每一时刻如此反复，即所谓的预测控制滚动优化，借此滚动优化可得到滚动控制律

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{RH}}=\left\{u^*(0,x_0),u^*(0,x_1),\cdots\right\} \tag{1-6}$$

其中

$$x_{i+1}=f\left(x_i,u\left(0,x_i\right)\right)$$

通过对末端状态强制施加零约束

$$x\left(N,x_0\right)=0 \tag{1-7}$$

可保证在 $x_1=f\left(x_0,u\left(0,x_0\right)\right)$ 时刻的优化问题 $P_N\left(x_1\right)$ 存在可行控制律

$$\boldsymbol{u}\left(x_1\right)=\left\{u^*\left(1,x_0\right),u^*\left(2,x_0\right),\cdots,u^*\left(N-1,x_0\right),0\right\} \tag{1-8}$$

且与此可行控制律对应的性能指标 $J\left(\boldsymbol{u}\left(x_1\right),x_1\right)$ 满足

$$J\left(\boldsymbol{u}\left(x_1\right),x_1\right)-J^*\left(x_0\right)=-q\left(x_0,u^*\left(0,x_0\right)\right)<0 \tag{1-9}$$

所以有

$$J^*\left(x_1\right)-J^*\left(x_0\right)\leqslant J\left(\boldsymbol{u}\left(x_1\right),x_1\right)-J^*\left(x_0\right)<0 \tag{1-10}$$

可见 $J^*(\cdot)$ 为李雅普诺夫函数，因此，系统状态可由滚动控制律 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{RH}}$ 引导至原点，即当采用滚动控制律 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{RH}}$ 时，系统是稳定的。

1.2.2　添加终端状态集约束的预测控制

这类预测控制的代表文献有文献[14,15]。其优化问题可描述为

$$
\begin{aligned}
\min_{u(i,x_0)\in U} J(\boldsymbol{u},x_0) &= \sum_{i=0}^{N-1} q\left(x(i,x_0),u(i,x_0)\right) \\
\text{s.t.}\quad & x(i+1,x_0) = f\left(x(i,x_0),u(i,x_0)\right) \\
& x(i+1,x_0)\in X, u(i,x_0)\in U, i=0,\cdots,N-1 \\
& x(N,x_0)\in X_f
\end{aligned} \tag{1-11}
$$

其中，X_f 表示终端状态约束集，也称终端状态集或终端约束集，其为闭集且包含原点，即 $0\in X_f$。

类似地，所有满足优化问题式（1-11）有解的状态点的集合称为此类预测控制的吸引域。这类预测控制一般采用双模控制结构，当状态在 X_f 外时，采用滚动控制律 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{RH}}$；当状态进入 X_f 内部时，采用线性反馈控制律 $u=K_{\mathrm{loc}}x\in U$，其中，K_{loc} 为线性反馈增益，这里，下标 loc 是 local 的缩写，表示局部的意思。为保证稳定性，X_f 需要满足三个条件。

条件 1： X_f 为包含原点且包含于 X 的闭集。

条件 2： X_f 内的所有点都可由线性反馈控制律 $u=K_{\mathrm{loc}}x\in U$ 引导至原点。

条件 3： X_f 为线性反馈控制不变集，即对 $\forall x\in X_f$，都有 $f\left(x,K_{\mathrm{loc}}x\right)\in X_f$。

1.2.3　添加终端代价函数的预测控制

这类预测控制的代表文献有文献[16,17]。其优化问题可描述为

$$
\begin{aligned}
\min_{u(i,x_0)\in U} J(\boldsymbol{u},x_0) &= \sum_{i=0}^{N-1} q\left(x(i,x_0),u(i,x_0)\right) + F\left(x(N,x_0)\right) \\
\text{s.t.}\quad & x(i+1,x_0) = f\left(x(i,x_0),u(i,x_0)\right) \\
& x(i+1,x_0)\in X, u(i,x_0)\in U, i=0,\cdots,N-1
\end{aligned} \tag{1-12}
$$

其中，$F(\cdot)$ 为终端代价函数，满足 $F(0)=0$，$F(x)\geqslant\alpha(\|x\|)$，$\alpha(\cdot)$ 是 $\mathcal{K}$ 类函数［$\alpha: R_+ \mapsto R_+$（R_+ 为正实数）连续且严格递增，且满足 $\alpha(0)=0$］。