

北京工业大学研究生创新教育系列著作

# 疲劳强度理论

尚德广 编著



科学出版社

北京工业

著作

# 疲劳强度理论

尚德广 编著



科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书结合力学、机械学、材料学等学科,从理论到试验阐述疲劳强度设计理论与方法,主要内容包括疲劳强度理论的力学基础、疲劳破坏的宏观特征、材料的循环应力应变特性、疲劳载荷特性与处理方法、基于应力的疲劳分析理论、基于应变的疲劳分析理论、疲劳裂纹扩展寿命的估算、疲劳强度可靠性设计、多轴疲劳和基于频域的疲劳分析方法,是一本论述疲劳强度理论和反映机械疲劳强度学科内容的书籍。

本书可作为机械、航空、固体力学等专业研究生的教科书或参考书,也可供相关专业的高校教师、工程设计人员和科技工作者参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

---

疲劳强度理论/尚德广编著.—北京:科学出版社,2017.8

(北京工业大学研究生创新教育系列著作)

ISBN 978-7-03-051629-9

I. ①疲… II. ①尚… III. ①疲劳强度—理论研究 IV. ①O346.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第018899号

---

责任编辑:耿建业 陈构洪 刘翠娜/责任校对:桂伟利  
责任印制:张 伟/封面设计:蓝正设计

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京九州迅驰传媒文化有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2017年8月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2017年8月第一次印刷 印张:14

字数:280 000

定价:82.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 前 言

实际应用中的机械结构多在循环载荷下工作，其主要失效形式之一为疲劳断裂。1982年美国联邦政府调查结果表明，因机械设备疲劳寿命设计不当造成的事故损失占国民经济总产值的4.4%，由疲劳断裂引起的事故占机械结构失效破坏总数的95%。由此可见，开展复杂结构寿命预测设计理论及方法的研究已成为国内外机械工程设计中的重要研究课题。这对于提高产品设计水平，降低生产成本，延长使用寿命，取得可观的经济效益等方面都具有重要的意义，也是我国机械产品在世界机电市场上提高竞争力必不可少的设计手段之一。

尽管疲劳断裂的研究有一百多年的历史，但疲劳破坏仍未得到全面的控制。除了众多影响因素之外，传统的静力学强度理论在复杂多轴交变载荷下应用的局限性也是其主要原因之一。因此，疲劳强度理论及其设计方法仍需要进一步研究和发展的。

疲劳强度设计理论是建立在试验基础上的一门学科，会涉及固体力学、材料强度学、机械设计三个学科的知识。因此，作者从力学、材料、设计三个学科的基础理论方面论述了机械疲劳强度分析和寿命预测方法，并从宏微观方面解释疲劳裂纹的萌生与扩展。

《疲劳强度理论》一书共包括11章内容。第1章绪论部分首先介绍了疲劳研究的历史及发展现状；第2章介绍了疲劳强度理论的力学基础，它是正确理解和解决疲劳问题的基础；第3章着重介绍了金属疲劳的宏微观特征；第4章介绍了材料的循环应力应变特性；第5章介绍了疲劳载荷特性与处理方法；第6章介绍了基于应力的疲劳分析理论；第7章介绍了基于应变的疲劳分析理论；第8章介绍了疲劳裂纹扩展寿命的估算；第9章介绍了疲劳强度可靠性设计；第10章介绍了多轴疲劳；第11章介绍了基于频域的疲劳分析方法。本书是在作者长期从事本科生和研究生机械疲劳强度教学中的教案和讲义的基础上，经过精选提炼而成。由于篇幅所限，无法覆盖各方面的疲劳知识。

作者在多年疲劳强度研究和教学过程中，曾得到了北京航空航天大学高镇同院士，东北大学徐灏教授、王德俊教授，北京飞机强度研究所闫楚良院士，中国科学院金属研究所王中光研究员，清华大学俞新陆教授，南京航空航天大学姚卫星教授、孙良新教授、王鑫伟教授，北京科技大学唐俊武教授，美国斯坦福大学 Drew Nelson 教授及美国阿拉巴马大学 Barkey 教授等的指导与帮助，特表示衷心的感谢。

感谢北京工业大学研究生课程建设项目的资助。感谢国家自然科学基金重大国际合作项目(51010006)、重点项目(51535001)及面上项目(11572008, 11272019)的资助。

感谢我的博士和硕士研究生们。他们在本书打印、插图、校对和整理资料过程中付出了辛勤的劳动。

由于作者水平有限和时间仓促, 书中不妥之处在所难免, 敬请广大读者批评指正。

作 者

2016年12月

# 目 录

## 前言

第 1 章 绪论	1
1.1 疲劳强度研究的意义	1
1.2 疲劳强度研究的发展简史	2
参考文献	5
第 2 章 疲劳强度理论的力学基础	6
2.1 应力状态分析	6
2.1.1 一点的应力状态	6
2.1.2 主应力与应力主方向	7
2.1.3 平面问题中的主应力	8
2.1.4 应力不变量	10
2.1.5 等倾斜面上的正应力与剪应力	11
2.1.6 静水应力	12
2.1.7 应力张量的分解	12
2.1.8 等效应力	15
2.2 应变状态分析	15
2.2.1 应变及几何方程	15
2.2.2 主应变	18
2.2.3 应变张量的分解	19
2.2.4 等效应变	19
2.3 弹性应力应变关系	20
2.4 弹塑性应力应变关系	21
2.4.1 各种常用的理想化材料模型的本构方程	21
2.4.2 屈服条件	25
2.4.3 塑性本构关系	29
参考文献	34
第 3 章 金属疲劳的宏微观特征	35
3.1 疲劳破坏的宏观特征	35
3.2 疲劳裂纹形成的微观过程	38
3.3 疲劳裂纹萌生机制	39

3.4	疲劳裂纹扩展的微观过程	42
3.5	疲劳裂纹扩展机理	43
	参考文献	45
<b>第4章</b>	<b>材料的循环应力应变特性</b>	<b>46</b>
4.1	单轴循环应力应变特性	46
4.1.1	工程应力应变与真应力应变	46
4.1.2	真应力(应变)与工程应力(应变)之间的关系	46
4.2	循环应力特征参数	48
4.3	材料的循环应力-应变曲线	49
4.4	材料的 Masing 特性	52
4.5	材料的记忆特性	52
4.6	循环硬化与软化	53
4.7	载荷顺序的影响	55
4.8	多轴循环应力-应变曲线	56
4.8.1	多轴循环应力应变关系试验	56
4.8.2	多轴循环加载下材料的迟滞回线特性	57
4.8.3	比例加载下循环应力-应变曲线	59
4.8.4	非比例加载下循环应力-应变曲线	60
	参考文献	62
<b>第5章</b>	<b>疲劳载荷特性与处理方法</b>	<b>63</b>
5.1	疲劳载荷的分类	63
5.2	随机载荷处理方法	64
5.2.1	循环计数法	64
5.2.2	累积频次曲线	70
5.3	载荷谱的编制方法	73
	参考文献	74
<b>第6章</b>	<b>基于应力的疲劳分析理论</b>	<b>75</b>
6.1	材料的应力-寿命( $S-N$ )曲线	75
6.2	材料的概率-应力-寿命( $P-S-N$ )曲线	76
6.3	疲劳极限线图	78
6.4	疲劳极限方程	80
6.5	基于应力疲劳强度设计方法的影响因素	81
6.5.1	尺寸的影响	81
6.5.2	应力集中的影响	82
6.5.3	表面状态的影响	83

6.5.4	载荷的影响	84
6.5.5	温度的影响	84
6.6	基于应力的疲劳强度设计方法	85
6.6.1	疲劳损伤累积理论	85
6.6.2	单向循环应力下的安全系数	93
6.6.3	平面应力下的安全系数	97
6.6.4	常规疲劳设计中的寿命估算	100
6.6.5	随机应力载荷下的疲劳寿命估算	102
	参考文献	103
<b>第 7 章</b>	<b>基于应变的疲劳分析理论</b>	<b>104</b>
7.1	材料的应变-寿命曲线	104
7.2	局部应变法估算疲劳裂纹形成寿命原理	107
7.3	局部应力应变分析	108
7.3.1	Neuber 近似计算方法	108
7.3.2	修正的 Neuber 法	111
7.4	局部应变法估算疲劳裂纹形成寿命	111
7.4.1	局部应变法估算疲劳裂纹形成寿命的总体步骤	111
7.4.2	所需的材料疲劳性能参数	111
7.4.3	循环计数	112
7.4.4	损伤计算	112
7.4.5	损伤累积	114
	参考文献	117
<b>第 8 章</b>	<b>疲劳裂纹扩展寿命的估算</b>	<b>118</b>
8.1	应力强度因子	118
8.2	断裂韧性与断裂判据	120
8.3	裂纹尖端塑性区尺寸及 $K_I$ 的塑性修正	122
8.4	疲劳裂纹扩展速率	124
8.5	影响疲劳裂纹扩展速率的因素	125
8.6	裂纹扩展寿命的估算	126
8.7	疲劳短裂纹扩展	132
8.7.1	短裂纹现象	132
8.7.2	短裂纹扩展机制	133
8.7.3	基于短裂纹扩展速率模型	135
8.7.4	基于短裂纹扩展的寿命预测	136
	参考文献	138



<b>第 9 章 疲劳强度可靠性设计</b> .....	140
9.1 引言.....	140
9.2 可靠性的定义.....	140
9.2.1 可靠性设计的基本内容.....	140
9.2.2 可靠性特征量.....	141
9.2.3 失效特征量.....	141
9.3 可靠性常用概率分布.....	145
9.4 应力-强度干涉模型.....	150
9.5 疲劳寿命可靠性.....	155
9.5.1 等幅应力作用下零件的疲劳寿命及可靠度.....	155
9.5.2 多级变幅应力作用下的零件在给定寿命时的可靠度.....	157
参考文献.....	158
<b>第 10 章 多轴疲劳</b> .....	159
10.1 多轴疲劳的概念.....	159
10.2 多轴循环应力应变关系.....	159
10.2.1 循环变形基础.....	160
10.2.2 多轴循环塑性模型.....	164
10.2.3 多轴比例循环加载下循环应力应变关系.....	167
10.2.4 多轴非比例循环加载下循环应力应变关系.....	169
10.3 多轴疲劳破坏准则.....	174
10.3.1 基于应力的疲劳破坏准则.....	175
10.3.2 基于应变的疲劳破坏准则.....	175
10.3.3 循环塑性功的疲劳破坏理论.....	176
10.3.4 临界平面法.....	177
10.4 多轴低周疲劳损伤模型.....	178
10.4.1 基于正应变或剪应变的多轴疲劳损伤模型.....	179
10.4.2 Bannantine 模型.....	179
10.4.3 Fatemi-Socie 模型.....	180
10.4.4 Wang-Brown 模型.....	180
10.4.5 统一型多轴疲劳损伤模型.....	180
10.5 变幅多轴疲劳寿命预测方法.....	181
10.5.1 多轴循环计数方法.....	181
10.5.2 变幅多轴疲劳寿命预测步骤.....	186
参考文献.....	189
<b>第 11 章 基于频域的疲劳分析方法</b> .....	193
11.1 引言.....	193

---

11.2 随机过程基本理论 .....	193
11.3 窄带随机载荷下疲劳损伤计算 .....	202
11.4 宽带随机载荷下疲劳损伤计算 .....	207
参考文献 .....	211

# 第1章 绪 论

## 1.1 疲劳强度研究的意义

疲劳是指材料、零件或构件在循环加载下，经过一段时间发生突然脆性断裂的现象。

飞机、船舶、机车、汽车、动力机械、工程机械、冶金机械等主要零部件，大多数是在循环变化的载荷下工作，其主要失效形式之一为疲劳断裂。据统计，在机械零件失效中大约有 80%以上属于疲劳破坏，而且疲劳破坏前没有明显的变形，所以疲劳破坏经常造成重大事故。早在 1982 年美国联邦政府调查结果就表明，因机械设备疲劳寿命设计不当造成的事故损失占国民经济总产值的 4.4%，由疲劳断裂引起的事故占机械结构失效破坏总数的 95%。在目前竞争日益激烈的世界机电设备市场上，用户对机械设备的使用寿命提出了明确的要求，因此多年来发达国家一直在研究机械疲劳有限寿命设计。例如，1998 年美国克莱斯勒汽车公司花费 100 万美元在产品开发部门引进现代疲劳寿命设计技术，其结果节约开发新车型成本费 150 多万美元，缩短产品定性周期 3 年多。由此可见，在强调重量轻、能耗低、寿命长的高新产品的要求下，结构疲劳强度的研究无疑具有重要的研究价值。

对承受循环载荷的零件或构件，需要由疲劳强度理论和疲劳试验数据确定其合理的结构和尺寸。疲劳强度设计方法也是现代机械设计方法的一个重要组成部分。疲劳强度由零件的局部应力状态和该处材料的疲劳性能来确定，因此疲劳强度设计是针对零件最弱部位来进行的。通过改进零件的形状，尽量避免过大的应力集中以降低峰值应力，或在最薄弱区域的表面采用强化工艺，使其疲劳强度显著提高。

早期的机械设计，没有认识到材料的疲劳现象，设计过程中只考虑静强度，而不考虑循环动应力对零件寿命的影响，由此设计出来的机械产品经常在运行一段时间后，即经过一定次数的应力循环后而产生了疲劳，导致突然发生脆性断裂。如第一架喷气式民用客机“彗星号”，1952 年 5 月开始运营并经过 300 小时的飞行试验。1954 年 1 月，在经过检查仅 4 天后该飞机坠入地中海。在对大量的飞机残骸进行回收检测，研究后得出结论：此次事故是机身连接倒角处出现微小裂纹导致密封增压舱的疲劳失效引起的。之后又有两架“彗星号”飞机

发生灾难性事故，此后人们开始着重关注飞机疲劳设计。因此应用疲劳强度设计能保证机械在给定的寿命内安全可靠地运行，以防止疲劳破坏，避免灾难性事故的发生。

## 1.2 疲劳强度研究的发展简史

最早进行疲劳试验的是德国的 Albert。1829 年他首先对铁质的矿山升降机焊接链条支撑在直径为 12 英寸的圆盘上，一端受载，利用圆盘的来回摆动进行了反复的加载试验研究<sup>[1]</sup>。结果发现，在一定的反复加载次数下，焊接链条发生了破坏现象。

1839 年，法国人 Poncelet 首先使用了“疲劳”的概念来描述反复加载过程中材料或零件发生破坏的现象<sup>[2]</sup>。

德国人 Wöhler 于 1850 年设计了第一台疲劳试验机，在 1850~1870 年，Wöhler 在实验室针对机车车轴的失效破坏进行了很多反复加载下的疲劳试验，并首次对疲劳进行了系统的研究，因此 Wöhler 被认为是系统疲劳试验研究之父。他通过 *S-N* 曲线表明，疲劳寿命随着应力幅的增大而降低，在低于一个应力幅极限值时，试件不会发生疲劳断裂。同时指出对于疲劳而言，应力幅的影响比最大应力更为重要。他在 1871 年发表的论文中，系统地论述了疲劳寿命与循环应力之间的关系，提出了 *S-N* 曲线和疲劳极限的概念，从而奠定了金属疲劳研究的基础。

1870~1899 年，许多学者验证并扩展了 Wöhler 的研究。Gerber 等研究了平均应力的影响，Goodman 提出了一个简化的公式来考虑平均应力，从而形成了描述平均应力与应力幅值之间变化关系的疲劳极限线图，即 Gerber、Goodman 等提出的常规疲劳设计用的疲劳极限线图<sup>[3,4]</sup>。

1881 年 Bauschinger 发现了循环软化现象<sup>[5]</sup>，并在 1986 年发现，当施加一个反向的载荷后会引引起非弹性变形，导致材料的拉伸或压缩屈服强度减小，首次发现了一个反向加载的非弹性应变会改变金属的应力应变行为。1952 年被命名为 Bauschinger 效应，为后来研究循环应力应变关系奠定了基础。

1903 年，Ewing 和 Humfrey 在 Wöhler 和 Bauschinger 工作的基础上发表了《金属在反复交变应力作用下的断裂》的经典论文<sup>[6]</sup>。

1910 年，Basquin 发现有限寿命区域的应力-寿命 (*S-N*) 曲线在双对数坐标下呈线性关系<sup>[7]</sup>。他提出的公式与其他人的改进方法，在目前仍用于表征有限寿命疲劳行为。

1923 年，英国人 Gough 在研究疲劳破坏机理时发现：金属材料在循环应力作用下，由于应变硬化的影响，所产生的反复塑性变形会随循环数的增加而变小。

在应力幅低于疲劳极限的情况下,塑性变形将不会发生。在应力幅高于疲劳极限时,应变硬化达到一个极限值,将导致裂纹的形成。他于1924年出版了第一本疲劳专著<sup>[8]</sup>,为以后的疲劳研究做出了很大的贡献。

1924~1945年 Palmgren 和 Miner 针对变幅加载提出线性累积损伤理论。1954年 Coffin 和 Manson 先后提出了应变寿命方程<sup>[9,10]</sup>,1961年以后逐步发展为局部应力应变法。1977年美国 SAE 出版了 *Fatigue under Complex Loading*<sup>[11]</sup>,介绍了局部应力应变法原理及其在实际工程中的应用,使局部应力应变法得到了广泛的应用。

1935年 Gough 等研究了交变弯曲与扭转加载(多轴疲劳)作用下的复合疲劳,以后陆续开展了多轴疲劳方面的研究<sup>[12]</sup>。

在疲劳裂纹扩展研究方面,断裂力学的兴起丰富了传统疲劳理论的内容,促进了疲劳理论的发展。

1920年 Griffith 提出裂纹扩展能量理论<sup>[13]</sup>。1957年 Irwin 用应力强度因子描述裂纹前端应力应变场的强弱<sup>[14]</sup>。1961年 Paris 等首先提出了疲劳裂纹扩展速率由裂纹尖端的应力强度因子范围所控制<sup>[15]</sup>。1967年 Forman 等考虑平均应力的影响,在 Paris 公式的基础上提出了包含应力比的疲劳裂纹扩展速率的公式。

实际应用表明,疲劳寿命具有较大的分散性,需要进行数理统计分析,考虑其存活率,即可靠度的问题。用概率统计方法处理疲劳试验数据是20世纪40年代开始的。1949年 Weibull 对疲劳强度进行统计分析<sup>[16]</sup>。1959年 Pope 提出疲劳试验数据符合对数正态分布<sup>[17]</sup>。20世纪60年代后期,概率疲劳分析和设计从电子产品发展到机械产品,并在航空领域需要的先导下,使概率统计理论在疲劳设计中得到了应用。1964~1970年 Kececioglu 等提出用应力-强度干涉模型进行可靠性计算<sup>[18]</sup>,使疲劳强度可靠性研究得到了发展。

如果单纯从所受应力状态来分析,则疲劳大体上可分为单轴疲劳和多轴疲劳。单轴疲劳是指材料或零件在单向循环载荷作用下所产生的失效现象,这时零件只承受单向正应力(应变)或单向切应力(应变)。如只承受单向拉-压循环应力、弯曲循环应力或扭转循环应力。

多轴疲劳是指多向应力或应变作用下的疲劳,也称为复合疲劳。多轴疲劳损伤发生在多轴循环加载条件下,加载过程中有两个或三个应力(应变)分量独立地随时间发生周期性变化。这些应力(应变)分量的变化可以是同相位的、按比例,也可以是非同相、非比例的。

服役中的各种航空航天飞行器、压力容器、核电站、发电厂以及交通运输工具中的一些主要零部件通常是承受复杂的多轴比例与多轴非比例交互循环载荷的作用。早期处理复杂应力状态下的多轴疲劳问题时,将多轴问题利用静强度理论

等效成单轴状态, 然后利用单轴疲劳理论处理复杂的多轴疲劳问题, 这样的处理方法在处理比例加载下的多轴疲劳问题时是有效的。但实际工程结构和设备的重要结构零部件, 很多是在非比例多轴加载作用下服役。由于非比例加载下的疲劳行为远不同于单轴或比例多轴疲劳加载下的特性, 尤其在非比例变幅加载下, 不能像单轴加载情况那样进行简单的循环计数, 因此单纯利用传统的单轴疲劳理论来预测其疲劳损伤将会产生很大的困难。

在多轴疲劳研究的初期, 由于客观条件的限制, 使得对多轴疲劳的损伤机理一无所知。在选择哪一个参量作为损伤参数这个问题上, 只能依赖于推测。因此, 早期的多轴疲劳破坏失效准则都是从当时已有的静强度理论出发, 将其引入到多轴疲劳中。在损伤参数的选择上, 采用等效应力或应变为参数将多轴应力应变的加载状态转化为等效的单轴应力(应变)状态, 进而估算出零件的寿命。

最早的多轴疲劳估算方法主要基于三个准则: 第一个是最大主应力(应变)准则, 该准则认为即使在多轴应力状态下, 材料的损伤也主要是由于最大主应力(主应变)造成的, 而与其他因素无关。第二个是 von Mises 等效应力(应变)准则, 该准则认为在多轴应力应变状态下, 材料的损伤主要由 von Mises 等效应力和应变所控制。第三个是 Tresca 最大切应力(切应变)准则, 这种理论把损伤过程简单归结为只由最大切应力(切应变)来控制。对于比例加载情况, 这些准则是有效且简单实用的。但在非比例加载情况下, 尤其是静水压力影响疲劳寿命时, 上述准则都不能给出较好的预测结果。因此这些等效应力(应变)理论不能很好地应用于非比例加载下的多轴疲劳寿命估算。

Morrow 在 1965 年提出能量法<sup>[19]</sup>, 认为塑性功的累积是材料产生不可逆转损伤进而导致疲劳破坏的主要原因。这种方法的核心思想是: 在每一次循环中零件或构件由于吸收了外界所施加的能量, 从而在其内部造成了不可逆转的损伤。损伤的程度与所吸收能量的多少成正比。损伤逐步累积, 一旦达到临界值, 零件便由于疲劳而发生失效。Garud 进一步发展了塑性功理论并将其推广到多轴疲劳中。

1973 年 Brown 和 Miller 在研究了大量多轴低周疲劳数据后得出结论: 用一个参数描述多轴疲劳已不再有效, 在描述疲劳过程时需要两个应变参数<sup>[20]</sup>。他们提出必须考虑在最大剪应变平面上的循环剪应变和法向正应变, 因为循环剪应变有助于裂纹成核, 而正应变有助于裂纹扩展, 这就是所谓的临界平面法。后来进一步发展的临界面理论在参数的选择上不仅考虑了应力、应变的大小, 还考虑了应力、应变的方向, 因此损伤参数更具有意义, 同时也使得临界面理论更接近于实际, 为准确预测疲劳构件的寿命提供了基础。目前临界面法在多轴疲劳损伤与寿命预测研究中得到了广泛的应用。

由于疲劳问题十分复杂,尤其在高温、腐蚀、变幅、随机振动加载下的疲劳等问题,还需要做更多更系统和更深入的研究工作。

### 参 考 文 献

- [1] Albert W A J. Über Treibseile am Harz, Archive für Mineralogie, Geognosie, Bergbau und Hüttenkunde, 1838, 10: 215-234.
- [2] Poncelet J V. Introduction à la Mécanique. Industrielle, Physique our Expérimentale. Deuxième edition, Imprimerie de Gauthier-VILLARS, Paris, 1839: 317-318.
- [3] Gerber H. Bestimmung der zulässigen Spannungen in Eisen-konstruktionen. Zeitschrift des Bayerischen Architekten und Ingenieur-Vereins, 1874, 6: 101-110.
- [4] Goodman J. Mechanics Applied to Engineering. London: Longmans Green, 1899.
- [5] Bauschinger J. Über die veränderung der elasticitatagrenze und dea elasticitatamoduls verschiadener metalle. Zivilingenieur, 1881, 27:289-348.
- [6] Ewing J A, Humfrey J C. The fracture of metals under rapid alterations of stress. Philosophical Transactions of the Royal Society, 1903, A200:241-250.
- [7] Basquin O H. The experimental law of endurance tests. Proc. Astm., 1910, (2): 625.
- [8] Gough H J. The Fatigue of Metals. London: Scott, Greenwood and Son, 1924.
- [9] Coffin L F. A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 1954, 76: 931-950.
- [10] Manson S S. Behavior of materials under conditions of thermal stress. National Advisory Commission on Aeronautics: Report 1170. Cleveland: Lewis Flight Propulsion Laboratory, 1954.
- [11] Wetzel R M. Fatigue under Complex Loading: Analyses and Experiments. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1977.
- [12] Gough H J, Pollard H V. The strength of metals under combined alternating stress. Proc. Inst. Mech. Engrs., 1935, 131: 3-18.
- [13] Griffith A A. Phenomena of rupture and flow in solids. Phil. Trans. Roy. Soc., 1920, A221: 163-198.
- [14] Irwin G R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. ASME, Journal of Applied Mechanics, 1957, 24:361-364.
- [15] Paris P C, Gomez M P, Anderson W P. A rational analytic theory of fatigue. The Trend in Engineering, 1961, 13: 9-14.
- [16] Weibull W. A Statistical Representation of Fatigue Failures in Solids. Transitions of the Royal Institute of Technology, No. 27, Stockholm. 1949.
- [17] Pope J A. Metal Fatigue. London: Chapman & Hall Ltd., 1959.
- [18] Kececioglu D, Cormier D. Designing a specified reliability directly into a component// Proceedings of the Third Annual Aerospace Reliability and Maintainability Conference. New York: Society of Automotive Engineers, 1964: 546-565.
- [19] Morrow J. Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals. ASME STP378, 1965 : 45-84.
- [20] Brown M W, Miller K J. A theory for fatigue failure under multiaxial stress and strain conditions. Proc. Inst . Mechanical Engineers, 1973, 187: 745-755.

## 第2章 疲劳强度理论的力学基础

在疲劳强度分析和研究过程中，会经常用到弹性力学和塑性力学中的一些概念和方程。这些固体力学中的基本知识也是疲劳强度理论形成的力学基础。本章简要介绍弹塑性力学中的一些基本概念和方程，使之作为后面各章讨论的基础，一些详细内容请参阅文献[1]~[5]。

### 2.1 应力状态分析

#### 2.1.1 一点的应力状态

当弹性体受外力时，其内部将产生应力。为了描述弹性体内某一点  $P$  的应力，可在该点处的弹性体内取出一个微小的平行六面体，它的六个面均垂直于坐标轴，如图 2.1 所示。

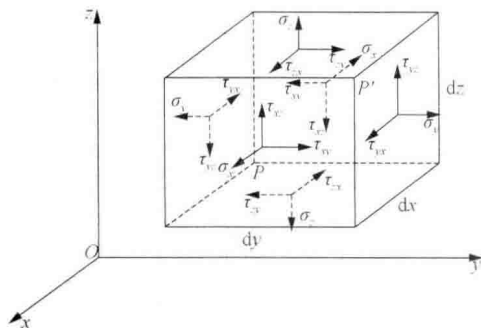


图 2.1 一点的应力状态描述

该微小六面体上的应力状态可由作用在三个正交平面上的六个分量来表示，即三个正应力  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\sigma_z$  和三个剪应力  $\tau_{xy}$ 、 $\tau_{yz}$ 、 $\tau_{zx}$ 。应力符号代表的意义如下：正应力由  $\sigma$  带有单角下标表示，单角下标表示应力作用面的法向，且向外拉为正。剪应力由  $\tau$  带有双角下标表示，第一个角下标表示剪应力作用面的法向，第二个角下标表示与哪个坐标轴平行。正的剪应力与一个正的正应力同方向，如  $\tau_{xy}$  与  $\sigma_y$  在同一方向。根据剪应力互等定理，即  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ， $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ ， $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ ，只需六个应力分量就可描述一点的应力状态。图 2.1 中每一个面上都作用一个正应力和两个剪应力。 $\sigma_x$ ， $\tau_{xy}$ ， $\tau_{xz}$ ； $\sigma_y$ ， $\tau_{yz}$ ， $\tau_{yx}$ ； $\sigma_z$ ， $\tau_{zx}$ ， $\tau_{zy}$  称为应力分



量。它们的合成称为全应力。

应力的正负号规则如下：如果应力(正应力或剪应力)作用面的外法线与坐标轴的正向平行一致，那么该面上的应力分量就以沿着坐标轴正方向者为正，反之为负。如果一个面的外法线是朝着坐标轴的负方向，则该面上的一切应力分量就沿着坐标轴的负方向者为正。图 2.1 中的 18 个应力分量均为正。

### 2.1.2 主应力与应力主方向

假设弹性体内任意一点  $P$  的六个应力分量  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\sigma_z$ 、 $\tau_{xy}$ 、 $\tau_{yz}$ 、 $\tau_{zx}$  为已知量，则可求得经过  $P$  点的任意斜面上的应力。如果经过  $P$  点的某一斜面上的剪应力等于零，则该斜面上的正应力称为  $P$  点的一个主应力，该斜面称为  $P$  点的一个应力主面，而斜面上的法线方向称为  $P$  点的一个应力主方向。经过  $P$  点取一微小四面体  $PQRS$ ，如图 2.2 所示。当平面  $QRS$  趋近于  $P$  点时，平面  $QRS$  上的应力就趋近于过  $P$  点而平行于  $QRS$  的斜面上的应力。

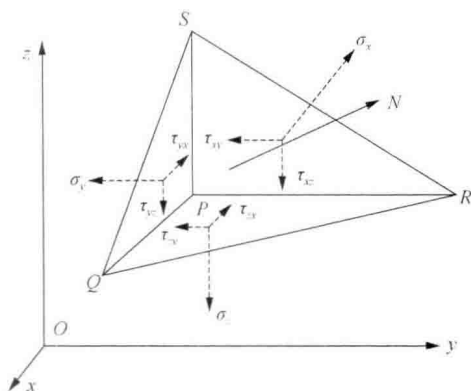


图 2.2 一点上的斜平面上的应力分量

设外面  $QRS$  的外法线为  $N$ ，而  $N$  的方向余弦为

$$\begin{cases} \cos(N, x) = l \\ \cos(N, y) = m \\ \cos(N, z) = n \end{cases} \quad (2.1)$$

令三角形  $QRS$  上的全应力在坐标轴上的投影为  $p_{Nx}$ 、 $p_{Ny}$ 、 $p_{Nz}$ 。由平衡条件，可得如下三个方程：

$$\begin{cases} p_{Nx} = l\sigma_x + m\tau_{yx} + n\tau_{zx} \\ p_{Ny} = l\tau_{xy} + m\sigma_y + n\tau_{zy} \\ p_{Nz} = l\tau_{xz} + m\tau_{yz} + n\sigma_z \end{cases} \quad (2.2)$$