



湖北省学术著作出版专项资金资助项目  
智能制造与机器人理论及技术研究丛书

总主编 丁汉 孙容磊



# 柔性构件：变形场分析、 重构及其应用

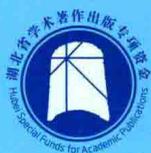
冀晶晶 李国民◎著



ROUXING GOUJIAN: BIANXINGCHANG FENXI,  
CHONGGOU JIQI YINGYONG



华中科技大学出版社  
<http://www.hustp.com>



湖北省学术著作出版专项资金资助项目  
智能制造与机器人理论及技术研究丛书

总主编 丁汉 孙容磊

# 柔性构件：变形场分析、 重构及其应用

冀晶晶 李国民◎著



ROUXING GOUJIAN: BIANXINGCHANG FENXI,  
CHONGGOU JIQI YINGYONG



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

## 内 容 简 介

本书的研究主要集中在柔性细长杆件和薄板的变形分析上,对从经典的均质悬臂梁柔性杆变形模型到一般的柔性薄板大变形模型进行了理论阐述及案例验证。从伯努利-欧拉形变力学模型、斯蒂芬·铁木辛柯力学模型入手,对比分析了基于解析解法、有限差分法、有限元法等的变形模型,逐步综合了弯曲、扭转、扭弯组合等几何非线性变形过程。

本书在柔性构件传统变形分析的基础上,引入了变形场重构的概念,即柔性构件可看作是由有限个离散的微小段组合而成的,也可看作是点云的集合。基于此,对柔性构件的变形分析可转化为空间点坐标重构问题,本书重点阐述了双目视觉重构法、模型分析法以及两者的融合。在变形分析的应用方面,本书以实例完整阐述了三维空间内全局大变形柔性杆变形可视化,以及柔性薄板在扭弯等复杂工况下动态变形场的快速重构和图像反馈等过程。

### 图书在版编目(CIP)数据

柔性构件:变形场分析、重构及其应用/冀晶晶,李国民著. —武汉:华中科技大学出版社, 2018.1

(智能制造与机器人理论及技术研究丛书)

ISBN 978-7-5680-3496-8

I. ①柔… II. ①冀… ②李… III. ①机器人-动力学 IV. ①TP24

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 319522 号

### 柔性构件:变形场分析、重构及其应用

冀晶晶 李国民 著

Rouxing Goujian; Bianxingchang Fenxi, Chonggou jiqi Yingyong

策划编辑:俞道凯

责任编辑:吴 晗

封面设计:原色设计

责任校对:李 琴

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

电话:(027)81321913

武汉市东湖新技术开发区华工科技园

邮编:430223

录 排:武汉市洪山区佳年华文印部

印 刷:武汉市金港彩印有限公司

开 本:710mm×1000mm 1/16

印 张:10

字 数:163千字

版 次:2018年1月第1版第1次印刷

定 价:78.00元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换  
全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务  
版权所有 侵权必究



# 智能制造与机器人理论及技术研究丛书

## 专家委员会

**主任委员** 熊有伦（华中科技大学）

**委 员**（按姓氏笔画排序）

卢秉恒（西安交通大学）

朱 荻（南京航空航天大学）

阮雪榆（上海交通大学）

杨华勇（浙江大学）

张建伟（德国汉堡大学）

邵新宇（华中科技大学）

林忠钦（上海交通大学）

蒋庄德（西安交通大学）

谭建荣（浙江大学）

## 顾问委员会

**主任委员** 李国民（佐治亚理工学院）

**委 员**（按姓氏笔画排序）

于海斌（中国科学院沈阳自动化研究所）

王飞跃（中国科学院沈阳自动化研究所）

王田苗（北京航空航天大学）

尹周平（华中科技大学）

甘中学（宁波市智能制造产业研究院）

史铁林（华中科技大学）

朱向阳（上海交通大学）

刘 宏（哈尔滨工业大学）

孙立宇（苏州大学）

李 斌（华中科技大学）

杨桂林（中国科学院宁波材料技术与工程研究所）

张 丹（北京交通大学）

孟 光（上海航天技术研究院）

姜忠平（美国纽约大学）

黄 田（天津大学）

黄明辉（中南大学）

## 编写委员会

**主任委员** 丁 汉（华中科技大学） 孙容磊（华中科技大学）

**委 员**（按姓氏笔画排序）

王成恩（东北大学）

方勇纯（南开大学）

史玉升（华中科技大学）

乔 红（中国科学院自动化研究所）

孙树栋（西北工业大学）

杜志江（哈尔滨工业大学）

张定华（西北工业大学）

张宪民（华南理工大学）

范大鹏（国防科技大学）

顾新建（浙江大学）

陶 波（华中科技大学）

韩建达（中国科学院沈阳自动化研究所）

蔺永诚（中南大学）

熊 刚（中国科学院自动化研究所）

熊振华（上海交通大学）

# 作者简介



▶ **冀晶晶** 博士, 华中科技大学机械学院讲师。分别于2008年、2014年获浙江大学机械工程工学学士和博士学位。期间, 获国家留学基金委资助, 赴美国佐治亚理工学院 (Georgia Institute of Technology) 进行为期一年的联合培养。2014年 5 月至华中科技大学机械工程流动站从事博士后研究, 出站后在数字制造装备与技术国家重点实验室从事教学科研工作。

主要从事机电一体化、机器人、建模以及场重构等方面的研究工作。主持国家自然科学基金、中国博士后面项目, 作为学术骨干参与国家973项目课题。在国际知名期刊发表学术文章十余篇, 曾获华中科技大学机械学院“优秀博士后资助计划”、浙江大学优秀研究生一等奖、浙江大学优秀毕业生等荣誉。



▶ **李国民** (Kok-Meng Lee), 男, 美国麻省理工学院博士, 美国总统奖获得者, IEEE Fellow、ASME Fellow、IEEE/ASME Transactions on Mechatronics (TMech) 主编 (2008 - 2013)。任美国佐治亚理工学院终身教授, 中组部“千人计划”专家, 华中科技大学教授, 973 项目首席科学家。

主要研究领域为智能制造装备与技术、智能传感及驱动、复杂机电系统。主持与智能制造密切相关的美国自然科学基金、国际合作项目10余项。在智能传感器、灵巧驱动器、机器视觉、多变量热-流耦合过程建模与控制等领域取得系列成果, 并广泛应用于制造业中的检测、定位与控制、场重构、分布参数建模与控制等方面。发表相关论文300余篇, 参与出版英文专著3部, 授权美国与国际专利10项。



# 总序

近年来，“智能制造+共融机器人”特别引人瞩目，呈现出“万物感知、万物互联、万物智能”的时代特征。智能制造与共融机器人产业将成为优先发展的战略性新兴产业，也是中国制造 2049 创新驱动发展的巨大引擎。值得注意的是，智能汽车与无人机、水下机器人等一起所形成的规模宏大的共融机器人产业，将是今后 30 年各国争夺的战略高地，并将对世界经济发展、社会进步、战争形态产生重大影响。与之相关的制造科学和机器人学属于综合性学科，是联系和涵盖物质科学、信息科学、生命科学的大科学。与其他工程科学、技术科学一样，它也是将认识世界和改造世界融合为一体的大科学。20 世纪中叶，《Cybernetics》与《Engineering Cybernetics》等专著的发表开创了工程科学的新纪元。21 世纪以来，制造科学、机器人学和人工智能等领域异常活跃，影响深远，是“智能制造+共融机器人”原始创新的源泉。

华中科技大学出版社紧跟时代潮流，瞄准智能制造和机器人的科技前沿，组织策划了本套“智能制造与机器人理论及技术研究丛书”。丛书涉及的内容十分广泛。热烈欢迎专家、教授们从不同的视野、不同的角度、不同的领域著书立说。选题要点包括但不限于：智能制造的各个环节，如研究、开发、设计、加工、成型和装配等；智能制造的各个学科领域，如智能控制、智能感知、智能装备、智能系统、智能物流和智能自动化等；各类机器人，如工业机器人、服务机器人、极端机器人、海陆空机器人、仿生/类生/拟人机器人、软体机器人和微纳机器人等的发展和与应用；与机器人学有关的机构学与力学、机动性与操作性、运动规划与运动控制、智能驾驶与智能网联、人机交互与人机共融等；人工智能、认知科学、大数据、云制造、车联网、物联网和互联网等。

本套丛书将成为有关领域专家、学者学术交流与合作的平台，青年科学家茁壮成长的园地，科学家展示研究成果的国际舞台。华中科技大学出版社将与



施普林格(Springer)出版集团等国际学术出版机构一起,针对本套丛书进行全球联合出版发行,同时该社也与有关国际学术会议、国际学术期刊建立了密切联系,为提升本套丛书的学术水平和实用价值,扩大丛书的国际影响营造了良好的学术生态环境。

近年来,各界人士、高校师生、各领域专家和科技工作者对智能制造和机器人的热情与日俱增。这套丛书将成为有关领域专家、学者、高校师生与工程技术人员之间的纽带,增强作者、编者与读者之间的联系,加快发现知识、传授知识、增长知识和更新知识的进程,为经济建设、社会进步、科技发展做出贡献。

最后,衷心感谢为本套丛书做出贡献的作者、编者和读者,感谢他们为创新驱动发展增添正能量、聚集正能量、发挥正能量。感谢华中科技大学出版社相关人员在组织、策划过程中的辛勤劳动。

华中科技大学教授  
中国科学院院士

2017年9月



## 前言

柔性构件利用材料的柔性变形来传递力、位移和能量,可以消除侧隙、摩擦和磨损,具有结构简单,质量小等优点,在需要连续弯曲和扭转的场所表现出很大的优势。对柔性体变形的精确描述和控制一直是传统机械设计领域乃至智能制造领域普遍关心的问题。

柔性构件的变形分析是经典力学问题,有完整的力学模型。但随着科技发展的突飞猛进,智能制造的提出及推进,传统的柔性构件变形问题重新解构为新的科学问题,即:变形场问题。传统柔性梁、柔性板的变形问题可转化为空间点云的变形场重构问题。基于此,智能传感技术、数值计算技术、空间重构算法等现代新手段都可以作为求解此问题的手段。经典力学模型与现代工程手段的综合应用是本书解决柔性构件变形问题的亮点所在。区别于材料力学、弹性力学等理论类的书籍,本书以工程实际中柔性变形分析与控制的实际需求出发对全书进行框架搭建,最终的目的也是面向变形可视化、快速求解等实际工程需求。对于新算法或模型的提出,书中都尽可能以实际的工程实例进行范例说明。本书内容主要基于笔者近些年来的研究工作,有一定的创新性,与传统的教科书相比,内容上会有一定的难度。建议读者在相关理论知识学习的基础上参阅。

本书由李国民教授统筹,编写工作主要由冀晶晶完成,内容上汲取了李国



民教授(英文名: Lee Kok-Meng)及其博士生多年来的研究精华,包括 Li Qiang、Yin Xuecheng、Lan Chao-Chieh、Guo Jiajie、Xie Yang 等。本书得以完整地描述柔性构件变形问题离不开这些人多年的研究、积累,在此深表谢意!浙江工业大学的计时鸣教授和武汉理工大学的尹海斌教授给本书的宝贵意见对提高本书质量起到了极大的作用,笔者表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,书中难免有错误和不妥之处,敬请读者不吝赐教。

特别声明:本书没有统一的符号表,各章的符号定义自成体系。

著 者

2017 年 12 月



# 目录

<b>第 1 章 绪论</b>	/1
1.1 引言	/1
1.2 柔性构件的应用领域	/1
1.3 柔性构件设计分析的研究现状	/4
1.3.1 柔性构件设计的研究现状	/5
1.3.2 柔性构件分析的研究现状	/6
参考文献	/8
<b>第 2 章 柔性杆纯弯曲时的变形分析</b>	/14
2.1 等截面梁变形模型	/14
2.1.1 小变形分析	/15
2.1.2 大变形分析	/15
2.2 非等截面梁变形模型	/17
2.3 数值求解方法	/18
2.3.1 打靶法	/18
2.3.2 有限差分法	/18
2.3.3 有限元法	/20
2.4 数值求解实例	/22
2.4.1 均匀梁	/22
2.4.2 非均匀梁	/23
<b>第 3 章 接触状态下柔性杆纯弯曲变形分析</b>	/28
3.1 接触定义	/28
3.2 卡扣变形解析模型	/29



- 3.3 基于接触判定的变形求解 /36
- 3.4 有限元接触变形分析 /39
- 参考文献 /42
- 第4章 柔性杆扭转变形分析 /43**
  - 4.1 非线性柔性杆变形模型 /43
    - 4.1.1 局部坐标系下的曲率模型 /49
    - 4.1.2 全局坐标系下的曲率模型 /57
  - 4.2 二维柔性构件的曲率模型及求解 /62
  - 参考文献 /65
- 第5章 准静态工况下的柔性杆扭转变形快速求解 /66**
  - 5.1 柔性杆变形的曲率解耦方法 /66
    - 5.1.1 状态空间表达的曲率模型 /66
    - 5.1.2 离散线性化的状态空间曲率模型 /68
    - 5.1.3 曲率模型沿路径的离散化求解 /69
    - 5.1.4 柔性杆变形的快速求解 /71
  - 5.2 二维柔性杆的曲率模型解耦方法 /73
    - 5.2.1 全局坐标系下曲率模型的解耦求解 /73
    - 5.2.2 快速求解实例 /74
  - 5.3 柔性杆扭转组合实例 /78
    - 5.3.1 三维柔性梁扭转变形 /79
    - 5.3.2 二维柔性梁纯弯曲 /84
  - 参考文献 /89
- 第6章 多体系统中柔性薄板扭转变形分析 /90**
  - 6.1 多体系统动力学建模与求解的一般过程 /90
    - 6.1.1 多体系统动力学建模理论 /92
    - 6.1.2 运动-弹性动力学分析方法 /93
  - 6.2 平面柔性系统运动方程 /96
    - 6.2.1 柔性体平面运动学 /97
    - 6.2.2 柔性单元的运动方程 /98
    - 6.2.3 多柔体系统动力学方程 /100
  - 6.3 数值示例 /101

6.3.1	多体动力学有限元分析法	/101
6.3.2	接触模型与摩擦模型	/103
6.3.3	FEA 模型的参数识别及变形分析	/105
<b>第 7 章</b>	<b>基于局部测量的柔性薄板变形场重构</b>	<b>/108</b>
7.1	双目视觉空间曲面重构方法	/108
7.2	基于真实多视图图像的形状重建	/114
	参考文献	/121
<b>第 8 章</b>	<b>移动式柔性机器人行进过程中变形场重构</b>	<b>/123</b>
8.1	动态柔性梁变形可视化	/128
8.1.1	前后轮的动力学模型	/128
8.1.2	磁吸力实验测量	/130
8.2	柔性薄壁板变形场重构	/135
8.2.1	耦合基于模型的多视图重建	/135
8.2.2	梁形状相似性评价和结果讨论	/137
	参考文献	/140



# 第 1 章 绪论

## 1.1 引言

柔性构件利用材料的柔性变形传递力、位移和能量,可以消除侧隙、摩擦和磨损,具有结构简单、质量轻等优点,在需要连续弯曲和扭转的场合表现出很大的优势。柔性构件不同于刚体,其变形不可忽略;其逆运动学是不确定的,它与结构动力学不同,构件在自身变形运动的同时,还在空间中经历着大的刚性移动和转动,刚性运动与变形运动互相影响、强烈耦合;柔性系统与一般系统不同,是一个多输入、多输出的无穷维、时变、高度耦合、高度非线性的复杂系统。柔性体的变形可看作具有无限个自由度的运动,对其变形的精确描述和控制一直是传统机械设计领域乃至智能制造领域普遍关心的课题。

## 1.2 柔性构件的应用领域

早在几千年前,人类就已经在应用弹性结构存储能量从而产生动量。例如弓箭就是远古时代就已经有的捕猎工具。直到今天,柔性构件一直广泛地应用在我们的日常生活中,如卡扣、别针等。随着制造业的发展,柔性构件广泛地应用在自动化领域、微机电系统、仿生领域等学术研究和工程实践中。

### 1. 自动化领域

随着制造业的发展,柔性构件的灵活、低成本等优点,使其在机器人自动化等工程领域占领了一席之地,例如高精度的柔性抓取手指<sup>[1]</sup>、微夹具<sup>[2-3]</sup>、虚拟环境下借助大变形抓取活禽的机械手<sup>[4-6]</sup>等应用。如图 1-1 所示为活禽自动抓取系统,当活禽从传送带上运送到该装置时,柔性支架上的柔性手指可通过变形实现抓取动作。由于被抓取的活禽没有固定的形状、位置和尺寸,一般的刚性机构很难精准设计以适应不同的抓取对象,柔性构件则可通过不同的变形量



克服这一难题,且柔性体具有很好的动态特性,使得被抓取的活禽能够有比较自然的生理反应,避免剧烈挣扎。

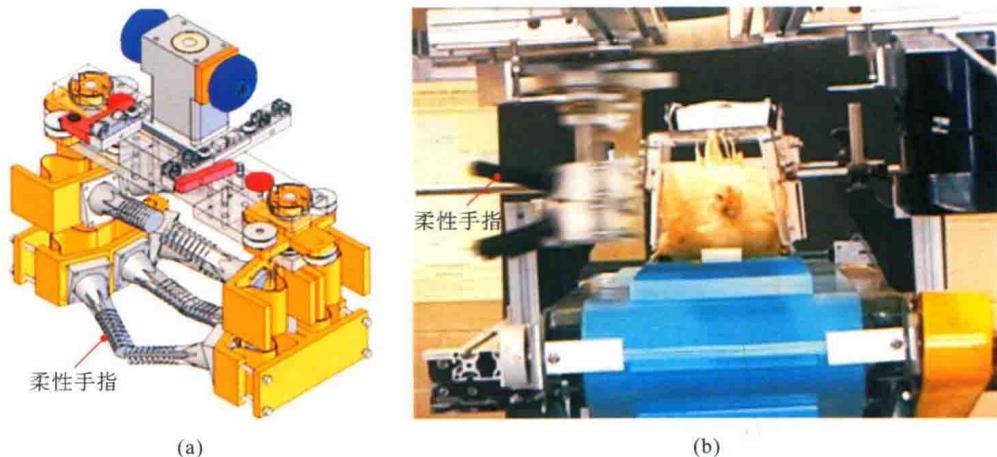


图 1-1 活禽抓取系统

## 2. 微机电系统

由于尺度效应的存在,微机电系统(micro electromechanical systems, MEMS)产品受到非线性表面力的影响要比宏观尺度的产品大得多,而柔性机构无间隙和摩擦的特点很适合 MEMS 的精度要求。柔性构件只需很少的部件和连接即可实现大变形,可使得设计成为免装配的整体结构,极大地简化了 MEMS 的加工工艺。这使其在微机电系统的建立上显示了独特的优势,从而涌现出很多微纳米级的柔性结构应用<sup>[6]</sup>。如图 1-2 所示为利用 V 形柔性梁机构设计的柔性放大机构<sup>[7]</sup>,可将输出位移放大 20 倍以上。

## 3. 仿生领域

柔性体的变形可看作具有无限个自由度的运动,可更接近地模拟昆虫形态,近年来广泛地引入仿生学领域<sup>[8]</sup>。自然界广泛存在的各类虫鱼鸟兽等生物,越来越多地成为研究人员设计机械装置的原型。微扑翼飞行器(flapping micro air vehicle, FMAV)是一种模仿鸟类或昆虫飞行的新概念飞行器,一般由驱动器、机翼以及连接两者的传动机构(把驱动器的动力转化为机翼的运动)组成,其中的传动机构一般均采用柔性体作为能量存储单元,以减少所需的动力输入,满足微扑翼飞行器轻便、紧凑的功能需求。如图 1-3(a)所示的微扑翼飞行器<sup>[9]</sup>的设计中,采用了四连杆机构(其中两个铰链采用橡胶材质的柔性构件)

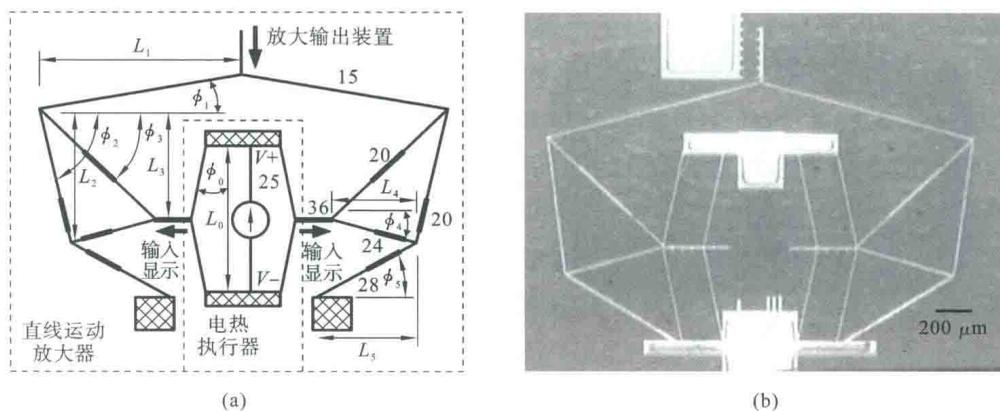


图 1-2 MEMS 柔性放大机构

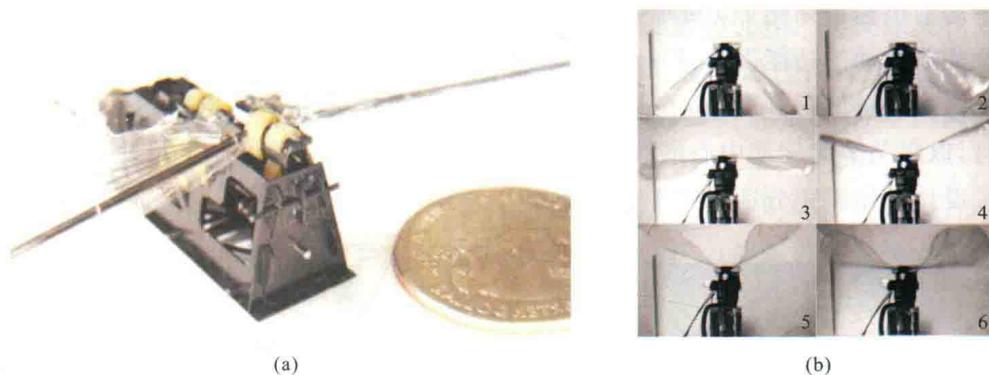


图 1-3 微扑翼飞行器

以及可更换的柔性机翼(可更换为不同刚度、不同尺寸的机翼)组成,总质量只有 3 g。如图 1-3(b)所示为采用高速相机记录的飞行器 8.5 Hz 的扑翼运动。

#### 4. 航空航天领域

柔性机构跟刚性机构相比能大大地减轻质量,这点在航空航天领域有着重要意义。此外,其结构紧凑、体积小、无摩擦和磨损、可连续运动,已经在微定位领域发挥了巨大的作用。如图 1-4 所示为柔性双稳态机构<sup>[10]</sup>,其具有两个稳定平衡位置(由不稳定的平衡位置隔开),被广泛用作空间机器人的“开关”,用于实现空间太阳能板的闭锁和展开等。

#### 5. 人机工程康复

在人机工程领域,各种新型柔性关节、柔性机器人等大大改善了机器人的灵活性和机动性能,柔性关节具有更多的自由度,可更真实地模拟人的运动形态,因此被广泛应用在外骨骼的设计中<sup>[11-12]</sup>。Flex-foot<sup>[13]</sup>是目前市面上最为普

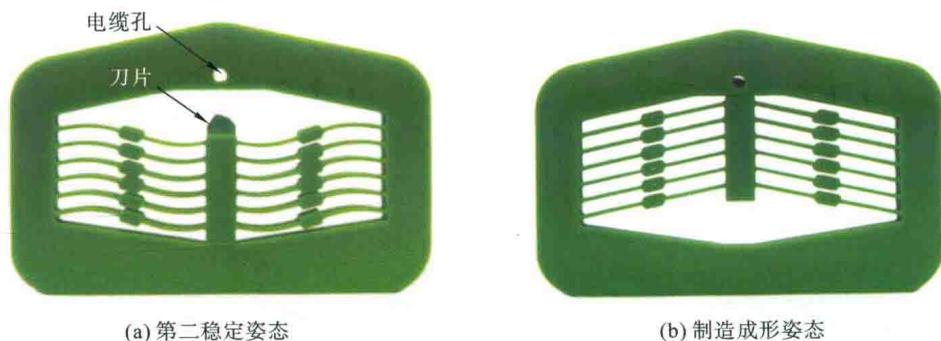
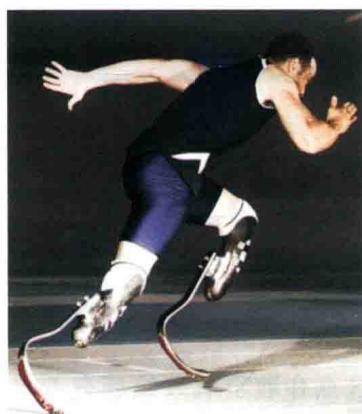


图 1-4 柔性双稳态机构

遍的假肢,它是利用碳纤维柔性构件变形来尽可能模拟正常小腿和脚的功能和步态的机构。如图 1-5 所示,通过变形,柔性脚可实现脚跟转动、踝关节转动、跖趾关节滚动的功能需求, Flex-foot 利用 J 形弯曲设计,可在一次蹬地动作中实现两次能量储存和释放,在足部触底时,将脚跟作为一个支点向前转动,负重时,以踝关节为转动中心继续向前转动。而跖趾关节滚动可产生蹬地动作。分趾设计能使脚充分适应不平整的地面。



(a) 配备柔性脚的运动员



(b) 柔性脚



(c) 柔性脚/踝系统

图 1-5 Flex-foot

### 1.3 柔性构件设计分析的研究现状

虽然人类认识并利用柔性原理由来已久,但是对其进行科学研究却只有几

百年的历史。1678年,胡克提出了著名的胡克定律,形成柔性机构的理论基础。而早在1864年,麦克斯韦就提出可利用材料的弹性变形来实现精密定位。然而,对可产生弹性变形的构件进行系统的理论研究直至20世纪才真正开始。1986年,Purdue大学的I. Her<sup>[14]</sup>在继承原有刚性构件和弹性变形名词术语的基础上提出了一个专门的术语——柔性构件(compliant mechanism)。随后,Lobontiu在其所著的《柔性构件:柔性铰链设计》一书中给出柔性构件的书面定义<sup>[15]</sup>:由至少一个连接件组成,与刚性连接相比具有明显易变形特征的构件(柔性体或者细长杆件)。

### 1.3.1 柔性构件设计的研究现状

柔性构件设计是指通过对构件分析和综合方法的应用,最终实现新构件的设计。柔性构件设计过程是一个不断进化、分析和决策的过程。其设计流程一般为:从设计要求或者指标出发,首先完成构型选择,接着通过构件运动学、动力学及其特征分析,完成构件运动尺度综合及优选,最终完成新的柔性构件设计。

在柔性构件的概念设计阶段,创造性的设计方法占有绝对的优势地位。早期的柔性构件设计法大多数采用试凑法,这种非系统化的创新设计方法在很大程度上依赖于设计者的创作灵感。直到20世纪90年代,有关柔性构件设计的系统方法才开始逐渐萌芽。研究者普遍采用基于拓扑结构的系统化分析及设计方法,总体分为基于运动学法和连续介质法两大类。基于运动学法将柔性构件看作是刚性杆件和柔性连接<sup>[16]</sup>,如切口铰链和大位移柔性连接<sup>[17]</sup>,利用构件学理论分别设计刚性杆件和柔性连接件。基于运动学法包括典型的伪刚体模型法<sup>[18]</sup>、结构矩阵法等。而连续介质法在给定变形需求的前提下求解整个柔性构件的优化拓扑、形状和尺寸。连续介质法包含拓扑优化法、基础结构法和窗函数法等<sup>[19-24]</sup>。连续介质法可在给定边界的多输入输出要求下快速简单地生成创新设计,在概念设计的初始阶段有很大的应用前景。系统化设计方法在平面构件设计方面取得了突出的成果,生成了大量的功能性柔性构件,如导向构件、常力构件、稳态构件等,但仍然存在一定的问题而很难得到广泛应用。因而,研究者们又提出了更广泛的柔性构件设计方法,如约束设计法、自由度与约束拓扑方法等,以弥补系统化设计方法的不足。

伪刚体模型<sup>[25]</sup>(pseudo-rigid body models)将细长杆等效为由扭转弹簧连接的刚性杆件,从而近似求解末端偏斜。伪刚体模型在解决承受纯弯曲的二维问题方面得到广泛的应用。同时可扩展应用在复杂的柔性连接上,例如交叉柔