



经济管理学术文库·管理类

灰色多属性决策分析与应用

Grey multiple attribute decision
analysis and application

王霞/著



经济管理出版社
ECONOMY & MANAGEMENT PUBLISHING HOUSE

本书得到国家自然科学基金项目（71271086）、河南省科技厅重点科技攻关项目（142102310123）、河南省高等学校重点科研项目（18A120006）的资助



经济管理学术文库·管理类

灰色多属性决策分析与应用

Grey multiple attribute decision
analysis and application

王 霞／著

图书在版编目 (CIP) 数据

灰色多属性决策分析与应用/王霞著. —北京：经济管理出版社，2017.7
ISBN 978-7-5096-5203-9

I . ①灰… II . ①王… III . ①灰色决策—研究 IV . ①N94

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 148594 号

组稿编辑：杨 雪

责任编辑：范美琴

责任印制：黄章平

责任校对：赵天宇

出版发行：经济管理出版社

(北京市海淀区北蜂窝 8 号中雅大厦 A 座 11 层 100038)

网 址：www.E-mp.com.cn

电 话：(010) 51915602

印 刷：北京玺诚印务有限公司

经 销：新华书店

开 本：720mm×1000mm/16

印 张：12.75

字 数：208

版 次：2017 年 8 月第 1 版 2017 年 8 月第 1 次印刷

书 号：ISBN 978-7-5096-5203-9

定 价：46.00 元

· 版权所有 翻印必究 ·

凡购本社图书，如有印装错误，由本社读者服务部负责调换。

联系地址：北京阜外月坛北小街 2 号

电话：(010) 68022974 邮编：100836

前 言

随着经济和社会的发展，决策环境变得越来越复杂，又由于实际问题的复杂性和不确定性以及人类认识的局限性，获取的决策信息通常是“部分信息已知、部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”，在这种情况下，被评价对象的取值通常为灰数，把包含有灰数或一般模型与灰色模型相结合的决策问题称为灰色决策问题。近年来，含灰数信息的决策方法和模型取得了大量的研究成果，已被广泛地应用于社会、经济和军事等领域，但仍存在一定向纵深拓展的研究空间。本书针对含灰数信息的多属性决策问题，从属性集的差异性和关联性、权重的辨析度、风险性决策、信息融合方面进行了研究，为灰色决策技术提供新思路、新方法，拓展了灰色决策技术的应用范围，丰富和完善了灰色决策体系。

本书主要分为以下五个部分：

(1) 区间灰数信息下的多属性决策问题研究。首先，针对属性集间的差异性，提出了灰软集的概念，建立了基于灰软集的建模方法并证明了合成属性的权重。其次，考虑属性集的关联性，提出了区间灰数关于灰度的离散 Choquet 积分，并研究了其性质，建立了基于区间灰数 Choquet 积分的优化模型。再次，针对区间灰数信息下的风险性决策问题，结合随机占优的思想将 TODIM 方法引入区间灰数信息下的多属性决策问题中，分析了经典 TODIM 方法的不足，提出了一种改进的 TODIM 方法。最后，针对方案属性值为区间数的情况，从相对熵的概念出发，考虑各方案与理想方案和负理想方案偏离程度以及专家权重本身的不确定性，构建了多目标优化模型；利用区间数中点值加上区间长度作为对方案的综合评价值的大小，该方法充分考虑了区间数的大小以及长度。



(2) 三参数区间灰数信息下的多属性决策问题研究。第一，结合经典灰色关联分析的特点，定义了方案与最优理想效果向量的灰色相对关联系数，建立了基于灰关联熵的多属性灰靶决策方法，然后基于熵的原理确定了各属性的客观权重，结合专家意见求得了属性的综合权重，然后根据方案的加权相离度对方案进行排序。第二，定义了方案在某属性下与靶心和靶界点的点靶心距，利用 D-S 证据理论建立了基于点靶心距的优化模型，降低了决策结果的不确定性。第三，定义了方案与临界效果向量的灰色相对关联系数，构建了基于灰色相对关联系数的前景价值函数，建立了方案综合灰色前景关联值最大化的多属性优化模型求解最优权向量。第四，针对熵权下属性客观权重分辨率不高的问题，提出了基于调节系数的标准化判断矩阵处理方法，并建立了最优化熵模型确定属性客观权重；采用均值面积法将指标主观权重转化为实数，再利用 D-S 合成法则将主观权重和客观赋权重进行集成得到综合权重，建立了基于调节系数的多属性决策方法。第五，基于优势关系的多属性决策方法定义了三参数区间灰数的相离度和优势关系，并对此理论进行了证明。再次考虑目标权重的不确定性，构建了基于相离度的多指标优化模型，求解目标权重，避免了指标权重的不确定性对基础结果的影响。两种排序方法得到完全相同的排序和择优结果。第六，基于靶心距的多属性决策模型将主观赋权法和客观赋权法进行集成，建立确定指标权重的集成优化模型，求解目标权重，避免了指标权重的不确定性对基础结果的影响；考虑正负靶心距的实践意义，提出了相对靶心距和综合靶心距的定义，在目标权重已知的情况下，给出相对靶心距和综合靶心距的灰靶决策方法。

(3) 灰数信息下的风险型动态多属性决策问题研究。首先，针对属性值为区间灰数的风险型动态多属性决策问题，利用熵和时间度建立了确定时间权重的优化模型；考虑决策者风险态度对决策的影响，构建了以两两方案互为参考点的多目标优化模型求解属性权重，建立了区间灰数信息下的风险型动态决策模型。其次，针对属性值为三参数区间灰数的动态多属性决策问题，考虑以往的三参数区间灰数的距离公式不能体现三参数区间灰数重心点的特征以决策者面对风险时的风险偏好，提出新的三参数区间灰数的距离测度；鉴于被评价对象在时序上的差异信息和波动性，建立了基于方差和时间度的



确定时间权重的优化模型；以两两方案互为参考点确定了前景价值函数，并构建方案综合前景值最大化的优化模型求解最优权向量，建立了三参数区间灰数信息下的风险型动态决策模型。

(4) 一类多目标灰色局势决策方法研究。书中定义了理想效果向量和所有目标下事件的效果向量，继而形成灰关联矩阵，再利用熵值法来对多目标的权重进行计算，在一定程度上解决了灰色局势决策中目标权重受主客观因素影响而无法合理确定目标权重的问题。

(5) 以改进的 TODIM 方法为基本工具，研究了苏南五市的雾霾天气的评估问题，依据评估结果从数据、空气质量状况和雾霾的主要来源方面分析了评价结果的合理性，为雾霾天气的治理提供了理论依据。

目 录

1 绪论	1
1.1 选题背景与研究意义	1
1.2 国内外研究现状	3
1.3 研究内容、研究方法及技术路线	15
1.4 本章小结	17
2 基本理论	19
2.1 区间灰数和三参数区间灰数	19
2.2 D-S 证据理论	25
2.3 前景理论	27
2.4 Choquet 积分	29
2.5 软集	30
2.6 本章小结	31
3 区间灰数信息下的多属性决策模型	32
3.1 引言	32
3.2 基于灰软集的区间灰数多属性决策模型	34
3.3 基于 Choquet 积分的区间灰数多属性决策模型	44



3.4 基于改进的 TODIM 方法的区间灰数多属性决策模型	53
3.5 基于相对熵的灰色多属性群决策模型	63
3.6 本章小结	68
4 三参数区间灰数信息下的多属性决策模型	70
4.1 引言	70
4.2 基于熵的多属性灰色决策模型	72
4.3 基于 D-S 证据理论的多属性决策模型	82
4.4 基于灰色前景关联的多属性决策模型	86
4.5 基于调节系数的多属性灰靶决策模型	92
4.6 基于优势关系的多属性决策模型	98
4.7 基于靶心距的多属性决策模型	105
4.8 本章小结	112
5 灰数信息下的风险型动态多属性决策模型	114
5.1 引言	114
5.2 区间灰数信息下的风险型动态多属性决策模型	115
5.3 三参数区间灰数信息下的风险型动态多属性决策模型	125
5.4 本章小结	134
6 一类多目标灰色局势决策方法	136
6.1 基本概念	136
6.2 灰色局势决策模型	138
6.3 算例分析	142
6.4 本章小结	145
7 苏南五市雾霾天气评估分析	146
7.1 研究背景	146
7.2 苏南五市雾霾天气评估分析	148



7.3 对策建议	159
7.4 本章小结	169
8 结论与展望	170
8.1 研究结论	170
8.2 研究展望	172
参考文献	174
后 记	190

1 绪论

1.1 选题背景与研究意义

决策是人类社会自古就有的活动，直到 20 世纪 60 年代才形成了一门专门探索和研究人们做出正确决策规律的科学——决策学。决策学派的主要代表人物赫伯特·西蒙认为，合理的决策即研究如何从各种可能的抉择方案中选择一种“令人满意”的行动方案。目前，决策理论方法在投资决策、人才考核、项目评估、质量测评、大型设备评价经济效益综合等社会、经济、管理、军事、农业的各个领域得到了广泛应用。随着科学技术的进步、网络信息技术的飞速发展、经济全球化的不断加快和认识能力的提高，人们对客观世界的认识正在经历一个向着多样性、复杂性和不确定性发展的根本变化，而系统科学能揭示复杂事物之间的更为深刻、更为本质的内在联系，得到众多学者的关注。例如，20 世纪前期的系统论、控制论、信息论以及后期的超循环理论、泛系理论等都是随着社会的发展而产生的能解决复杂问题的具有横向性和交叉性特点的系统科学新学科。然而在系统研究中，人类得到的信



息常常具有不确定性，因此不确定性理论逐渐成为系统科学领域的研究热点和重要前沿。众多学者曾提出了一系列方法来解决不确定性系统问题，比如 20 世纪 60 年代扎德创立的模糊数学、80 年代帕夫拉克创立的粗糙集理论、90 年代王光远创立的未确知数学和赵克勤创立的集对分析。灰色系统理论正是在这一背景下产生的一种新的不确定性系统研究方法，它以“部分信息已知、部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”不确定性系统为研究对象，主要通过对“部分”已知信息的生成、开发，提取有价值的信息，实现对系统的准确描述。该理论自提出以来得到了众多学者的关注，经过 30 多年的发展，已经成为一门集系统分析、预测、决策、控制、评估、优化为一体的新结构体系。又由于灰色建模需要的实验数据少且对数据没有特殊的要求和限制，该理论自产生以来便被广泛应用于社会生活中的诸多领域。

在不确定性决策中，决策的质量在本质上取决于信息的不确定性、决策所需的时间、人力资本的质量以及决策者对问题的认识程度等。在这种情况下，决策者获取的决策信息通常是“部分信息已知、部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”，即可认为对于此类问题，被评价对象的取值通常为灰数，把包含有灰数或一般模型与灰色模型相结合的决策问题称为灰色决策问题。在灰色系统理论的发展过程中，灰色决策已经形成了包括多目标智能灰靶决策、灰色关联决策、灰色聚类决策、灰色局势决策和灰色层次决策等在内的方法体系，并成为灰色理论的一个重要组成部分。在实际灰色决策问题中，评价信息的表示形式通常为区间灰数，然而在用区间灰数表示决策信息时，为了获取所有信息，将区间范围取得过大，这将使决策结果的不确定性增大，鉴于区间灰数及运算体系的不足，三参数区间灰数被用来表示评价信息，这样既确保了取值信息的完备性，又突出了最可能的取值情况。灰色决策模型主要包括灰色局势决策、灰靶决策、灰色关联决策、灰色发展决策、灰色聚类决策，国内外学者对这五种灰色决策方法进行了大量的研究，并取得了丰硕的研究成果，但仍存在一些问题亟待进一步的研究。

灰色决策是灰色系统理论的重要组成部分，与其他不确定性决策方法相比，灰色决策方法发展的历程相对较短，对于灰色决策问题中，属性或者指



标间的差异性和关联性问题的研究还不多见，需要进一步的研究；对于属性（指标）权重优化问题的研究，已经取得了大量的研究成果，但对于优化权重的分辨率问题，学者们关注得比较少；对于属性值为三参数区间灰数的决策问题，自 2009 年提出以来，相应的研究成果还比较薄弱，在决策信息的融合和风险决策问题方面，还需要更进一步的探讨和研究。

本书着重从评价信息为区间灰数或三参数区间灰数的决策问题入手，结合软集理论、Choquet 积分和 TODIM 方法探究了评价信息为区间灰数的多属性决策问题；结合熵理论、D-S 证据理论、前景理论探究了评价信息为三参数区间灰数的多属性决策问题，分别提出了几种决策模型，不仅能够推动灰色系统理论的发展，也能拓展灰色决策理论的应用范围，为决策者进行决策提供理论支持，提高决策效率，降低决策风险。

1.2 国内外研究现状

多属性决策是研究不确定性决策问题的一种系统分析方法，是解决多个事件、多种对策方案的选优、排序或评价问题，其目的是改进决策过程，从一系列备选方案中找出满足一定目标的最优方案，它在经济、工程设计、管理和军事等领域具有广泛的理论和实践背景。该理论自提出以来引起了众多学者的关注，提出了层次分析法、TOPSIS 方法、模糊决策方法、集对分析法、价值评分法、优序法、密切值法、二项系数加权法、粗糙集法等多属性决策方法；20 世纪末，随着网络信息技术的发展，又提出了人工智能技术、遗传算法、神经网络等智能多属性决策方法。随着经济和社会的发展，又由于现实决策环境的复杂性和不确定性，使得决策环境往往存在一定的灰性，即“部分信息已知、部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”，灰色决策方法由此应运而生，并且得到了众多学者的关注。在决策理论以及灰色系统理



论的基础上，邓聚龙提出了一系列灰色决策方法，如灰色局势决策、灰靶决策，以及后来发展起来的灰色风险型决策、灰色动态规划等，这些决策方法不仅在理论上发展和完善了灰色系统理论，而且在众多科学领域，成功地解决了生产、生活和科学中的大量实际问题。对灰色决策领域进行深入的研究，对现有决策模型进行改进、完善，提高决策质量，对现实生活有着重要的指导意义。

1.2.1 区间灰数和三参数区间灰数

灰数是灰色系统理论研究的基石，邓聚龙把灰数定义为：只知道其取值范围而不知确切值的数，即灰数并不是一个数，而是一个数集，一个数取值的区间。根据灰数产生的本质特性，可将灰数划分为三种类型：概念性灰数、层次性灰数和信息型灰数。为了建立灰色系统理论的数学基础，依据灰集合的概念和灰数的定义，文献[8]给出了层次性灰数的抽象定义，即区间灰数的概念；文献[9]将区间灰数推广到复区间灰数，并研究了其运算法则和性质，进一步研究包含区间灰数的方程和矩阵；文献[10]给出了区间灰数有理数幂的定义及其直接表示，并研究了其运算规律；文献[11]定义了灰数“核”的概念，在“核”和灰度的基础上建立区间灰数的运算公理、法则和新的灰代数系统，而后研究了运算性质；文献[12]构建了区间灰数与实数大小比较的点可能度，提出了一种连续型区间灰数的排序方法；文献[13]在区间灰数和离散灰数的基础上定义广义灰数的定义，并研究了其运算和性质；文献[14]在考虑灰数的概率分布的基础上，以命题的含义定义了灰数的新概念，并研究了离散灰数和区间灰数的排序；文献[15]依据投影法则将普通区间灰数转化为标准灰数，提出了区间灰数相对核和精确度的概念，建立了区间灰数排序的新方法，克服了已有排序方法的不足；文献[16]针对工程中存在的由不确定信息引起的灰色模式识别问题，定义了区间灰数的距离计算方法，提出一种基于区间灰数模糊灰关联



分析的灰色模式识别方法；文献[17]研究了规划模型或约束条件中出现区间灰数的规划问题，构建了灰色动态规划及 θ 动态定位规划最优解的算法；文献[18]构建了区间灰数集上的积分均值函数，进而建立了基于区间灰数的灰色变权和定权聚类模型；文献[19]推导了信息分布已知条件下区间灰数“核”的计算公式，在此基础上通过比较各指标值与靶心连线所围成图形的面积大小来对方案的优劣进行评价；文献[20]定义了区间灰数加减逆运算的信息还原算子，提出了基于信息还原算子的区间灰数序列关联度的计算方法；文献[21]构建了基于灰距离熵和极大熵的双目标规划组合赋权模型，实现了属性区间权重向点值权重的转化。

罗党针对区间灰数在决策问题中的局限性，提出了用三参数区间灰数来解决灰数决策问题，由于三参数区间灰数在决策问题中具有优势，得到了众多学者的关注。文献[6]针对属性值为三参数区间灰数的决策问题，建立了三种灰色关联决策方法；文献[22]针对变电站在进行成本估算的不确定性，提出了一种基于三参数区间灰数的变电站全寿命周期成本估算模型；文献[23]给出三参数区间灰数与实数间相对优势度的概念，提出了一种基于相对优势度的三参数区间灰数的排序方法；文献[24]定义了三参数区间灰数距离熵，并证明了三参数区间灰数与灰距离熵的关系；文献[25]研究了区间 DEA 模型中变量为三参数区间灰数时，决策单元（DMUs）的 DEA 效率区间的一般性求解算法；文献[26]研究了具有指标满意域和风险态度对群体决策问题，提出基于前景理论的三参数区间灰数型群体灰靶决策方法；文献[27]研究了属性值为三参数区间灰数的多属性决策问题，构建了基于相离度的求解目标权重的多指标优化模型；文献[28]针对属性值为三参数区间灰数的情况，构建了三类灰靶决策模型；文献[29]对三参数区间灰数的性质进行了探讨，由此建立了基于三参数区间灰数的灰靶决策模型。



1.2.2 属性间的差异性和关联性

(1) 属性间的差异性

鉴于经典数学方法在处理不确定性问题时的不足, D. Molodtsov 于 1999 年提出了软集的概念, 并给出了软集理论的一些实际问题。文献[31]详细地研究了软集理论的概念, 并给出了软集理论的运算法则; 文献[32]进一步补充了软集的代数运算; 文献[33]引入软集相等的概念, 研究了软集的代数结构和软商代数结构; 文献[34]提出用表格的形式表示软集, 依据粗糙集的属性约简算法给出了软集的参数约简并应用到实际决策中; 文献[35]给出模糊软集的相关定义和结论; 文献[36]给出模糊软集的应用以及直觉模糊软集的相关概念和结论; 文献[38]定义了基于软集的“且一或”决策函数, 建立了不借助于粗糙集和模糊集的“且一或”群决策方法; 文献[39]定义了软矩阵及运算法则, 并研究了其性质, 建立了基于软矩阵的多属性决策方法; 文献 [40]给出了广义模糊软集的定义, 并将其应用于医疗诊断等实际决策问题中; 文献[41]提出了一种基于模糊软集且运算的多指标方案排序方法; 文献 [42]提出了一种软集参数约简的合理的定义, 并与粗糙集中属性的约简进行了比较; 文献[43]分析了基于软集的次优方案的选择和参数集添加问题, 提出了软集的标准参数约简及算法; 文献[44]介绍了软集的基本性质, 并与模糊集和粗糙集的相关性质进行比较, 最后提出了软集群的定义及性质; 文献 [45]提出了不完全信息下基于软集的数据分析方法; 文献[46]提出了一种不同评价指标集的并和规则以及权向量的并和方法; 文献[47]提出了可以用来集结多个决策者给出的优序关系和效用值的群体评价方法——模糊 Borda 数分析法。对于多方参与决策且属性集有差异的群决策问题, 目前的研究成果很少, 这是一个值得关注的研究课题。



(2) 属性间的关联性

Choquet 容度及其积分是由 Choquet 于 1953 年提出的。Choquet 积分考虑了属性间存在相互影响的情况，也就是说，属性间的互补性或可替代性可以由容量 u 来模拟。文献[49]首次把 Choquet 积分理论应用到决策理论中。目前，Choquet 积分已经被广泛应用于数据源选择、经济效益研究、绩效评价等多个领域。文献[50]首次明确指出利用 Choquet 积分进行定价；文献[51]讨论了 Choquet 积分定价和最大、最小定价之间的关系；文献[52]应用序依赖求 Choquet 积分模型这一决策理论方法为某公司确定货架投标，并以此来向广大读者介绍投标方案研究的具体过程和方法；文献[53]研究了扭曲概率下 Choquet 积分定价理论，并给出了 Choquet 积分在保险与资产定价上的应用；文献[54]将 Choquet 积分应用到 FT 公司客车换型项目产品方案研究中；文献[55]给出了复合风险 Choquet 积分表示，及其在独立情形和共单调情形下的应用；文献[56]给出了一类具有双向约束的 Choquet 最小化问题的解决方法，并应用到行为金融学的资产组合选择问题中；文献[57, 58]运用 Choquet 积分研究了属性值为直觉模糊数和区间直觉模糊数的信息集成算子，并应用于模糊关联多属性决策问题中；文献[59]提出了基于模糊测度和 Choquet 积分的直觉模糊数的信息集成算子，并证明了该算子的相关性质；文献[60]研究了基于模糊值模糊测度 Choquet 积分的模糊合作博弈特征函数和基于广义模糊 Choquet 积分的模糊合作博弈特征函数；文献[61]给出了 Lebesgue-Stieltjes 形式的 Choquet 积分的定义，并研究了该积分的性质。

决策属性指标体系的构建是影响决策结果合理性的重点问题之一。在文献[62]中，对于设备选购问题，假如考虑价格、性能和服务三个指标，对于价格较高的设备，性能也比较好，综合决策信息时如果使用加权平均算子会使得这两个属性因存在关联性而抵消了其各自的独立贡献。文献[63]对属性间存在关联的决策问题进行了总结，并分析了属性间的关联性对决策结果的影响；文献[64]利用加权马氏距离对传统的灰靶决策方法进行改进，避免了决策指标间的相关性、不同量纲和重要性差异对决策效果的影响以及灰靶变



换的不相容问题；文献[65]研究了属性值为实数的关联多属性决策问题，并将其应用于工程、经济和管理等领域的决策问题；文献[66]给出了诱导 Choquet 积分算子，研究了决策者对方案有模糊偏好且偏好间存在相互关联的群决策问题；文献[67]总结了基于关联的 MADM 理论的发展情况，分析其研究现状和热点，并在此基础上对 RMADM 理论未来的发展方向进行讨论。

1.2.3 灰靶决策方法

灰靶决策是邓聚龙提出的处理多方案多目标评价及优选问题的一种行之有效的方法，灰靶的思想是在一组模式序列中，找出最靠近目标值的数据构建标准模式，即为靶心，各模式与标准模式构成灰靶。文献[5]定义了基于欧氏距离的靶心距的概念，由此提出了 s 维球形灰靶。文献[68]定义了区间数的距离，由此将灰靶决策扩展到区间数的情况，并构建了基于区间数的灰靶决策模型；文献[69]通过对邓氏灰靶不相容问题出现的频率进行了程序统计模拟，并指出邓氏灰靶的不足之处；文献[70]将靶心距作为向量在空间分析的基础上定义了综合靶心距，构建了基于正负靶心的灰靶决策模型；文献[71]建立了基于区间数的灰靶决策模型，从而把灰靶决策模型由实数序列拓展到区间数序列；文献[72]为解决冲突证据的融合问题，提出了基于证据相似性的证据协调加权因子，建立了基于灰靶决策的靶心距分布范围确定模型；文献[73]通过比较指标集中各指标值与靶心连线所围成图形的面积大小来对决策方案之优劣进行评价，从而在一定程度上弱化了建模对象中极端指标值对靶心距计算结果的影响；文献[74]提出一种基于各局势到正负靶心的空间投影距离的综合靶心距，并以此构建非线性优化模型来求解最优的目标权重；文献[75]针对多属性决策的不确定性和多时点性，提出基于灰熵和时间度建立时点权重的求解模型以及对各时点的靶心距进行集结的目标函数，利用隶属度对案例进行排序；文献[76]构造了四种新型一致效果测度函数，将灰靶临界值设计为一致效果测度函数。