

RBFNN Learning with
Coevolutionary Algorithm

径向基函数神经网络及
协同进化学习

田津 李敏强/著



科学出版社

径向基函数神经网络及协同进化学习

RBFNN Learning with Coevolutionary Algorithm

田 津 李敏强 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统地介绍利用协同进化理论优化径向基函数神经网络学习的基本理论与方法，共分为 7 个章节。第一，提出基于合作型协同进化的径向基函数神经网络算法，引入聚类层并以聚类后的隐节点群作为子种群进行协同进化操作。第二，提出基于协同覆盖的径向基函数神经网络算法，并采用启发式搜索改进网络结构。第三，提出带有特征选择的双种群分类算法，能够同时获得较优的网络结构和约减的输入向量维数。第四，提出多种群协同进化神经网络集成算法，有效提高集成模型性能。第五，提出基于协同进化的子空间分类算法，适用于处理样本空间分布复杂的数据挖掘问题。

本书可以作为管理科学和信息技术专业的本科生、研究生用书，亦可供有关科研人员和工程技术人员阅读参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

径向基函数神经网络及协同进化学习 /田津, 李敏强著. —北京: 科学出版社, 2017.6

ISBN 978-7-03-053811-6

I. ①径… II. ①田… ②李… III. ①人工神经网络—研究 IV. ①TP183

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 140399 号

责任编辑: 李 莉 / 责任校对: 郑金红

责任印制: 霍 兵 / 封面设计: 无极书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 6 月第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2017 年 6 月第一次印刷 印张: 8 3/4

字数: 173 000

定 价: 78.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前　　言

近年来，作为一种新的经济形态，“互联网+”利用信息通信技术及网络平台，实现了互联网与传统行业的深度融合。互联网化过程中所产生的海量数据，形成了各行业的大数据效应。充分运用大数据分析技术挖掘有效信息，可以加速各行业“互联网+”的进程，促进互联网经济的全面发展。因此，利用数据挖掘技术，创新数据分析与数据挖掘方法，将为海量高维复杂数据分析提供有效的理论和算法基础。

神经网络 (neural network, NN) 作为一个重要的交叉学科领域，从 20 世纪 80 年代再次引起广泛关注以来，在理论研究和实际应用方面，均得到了全面快速的发展，已经成为系统科学、计算机科学、机器学习等领域中的一个重要分支，在大数据分析和挖掘问题中得到广泛应用。径向基函数神经网络 (radial basis function neural network, RBFNN) 作为一种常用的前馈神经网络，以其结构简单、泛化能力强等特点，受到研究学者的广泛关注，其应用已扩展到管理、经济、计算机、工程、生物、医疗等科学领域。然而神经网络学习过程一般会存在收敛速度慢、训练时间长、易停止于局部最优解、出现过拟合现象等问题。近年来，众多学者结合优化算法、统计学、集成学习等理论方法进行神经网络训练，取得了一系列较好的应用效果。而协同进化算法借鉴自然界中的协同进化机制，充分考虑到种群间的进化是相互作用、相互影响的结果。对比传统进化算法，协同进化算法可对待求问题解空间进行合理的种群划分，对较大规模的问题求解能有效地跳出局部最优点从而寻找更好的优化解。本书结合数据挖掘和机器学习中的实际任务，针对 RBFNN 学习亟须解决的关键问题，应用协同进化算法对 RBFNN 学习模型展开深入系统的研究。

本书旨在系统地介绍基于协同进化的 RBFNN 若干理论研究和典型应用，包括了我们最近完成的一些研究成果。第一，本书提出基于合作型协同进化的 RBFNN 算法，在标准网络结构中加入一个聚类层，把性质相似的隐节点聚集成隐节点群，以聚类后的隐节点群作为子种群进行协同进化操作。第二，提出基于协同覆盖的 RBFNN 算法，把隐层剥离出来，直接由样本覆盖的情况确定分类结果，

增强模型的可理解性，同时省去隐层到输出层权值的求取，并采用启发式搜索自动增减隐节点个数，进一步改进网络结构。第三，提出带有特征选择的双种群RBFNN分类算法。将输入向量的特征选择和RBFNN优化过程协同进行，一并获得较优的网络结构和约减的输入向量维数，有效降低特征空间的维数。第四，提出多种群协同进化神经网络集成算法，将神经网络集成和协同进化算法相结合，每个个体神经网络对应于协同进化中的一个子种群，设计合适的集成结论生成方式，提高集成模型性能。第五，提出一种由神经网络输入层构成的子空间分类模型，利用协同进化算法寻找每类样本的最优特征子集，使不同类别样本分别投影到不同特征子集构成的子空间中，充分考虑类间影响因素和类内局部信息，适合处理样本空间分布复杂的数据挖掘问题。

本书的研究工作得到了国家自然科学基金面上项目（项目批准号：No.70571057, No.71001076, No.71471127）和国家杰出青年科学基金项目（项目批准号：No.70925005）的资助。有关成果系多年来著者努力工作和精诚合作的结果。同时，也得到了国内外众多同行专家学者的指导和帮助，谨此表达诚挚的谢意。

本书由李敏强统筹规划，由田津和李敏强负责全书的整理和校阅。其中，第1、2、7章由田津和李敏强撰写，第3~6章由田津撰写。

神经网络是一个正处于快速发展中的科学领域，其理论和应用方面均存在大量问题，尚待进一步深入研究。由于著者学识水平和可获得资料的限制，本书不足之处在所难免，敬请同行专家和诸位读者批评指正。

著 者

2016年10月于天津大学北洋园

目 录

第 1 章 概述	1
1.1 引言	1
1.2 RBFNN 学习存在的问题	4
1.3 本书主要内容	5
第 2 章 RBFNN 和协同进化算法基础	7
2.1 RBFNN 模型	7
2.2 协同进化算法	9
2.3 本章小结	11
第 3 章 基于协同进化的 RBFNN 分类算法	12
3.1 相关研究	12
3.2 合作型协同进化算法	13
3.3 基于合作型协同进化的 RBFNN 分类算法设计	14
3.4 实验测试	21
3.5 本章小结	29
第 4 章 基于协同覆盖的 EBFNN 分类算法	30
4.1 相关研究	30
4.2 EBFNN 和神经元领域覆盖	31
4.3 基于协同覆盖的 EBFNN 分类算法设计	33
4.4 实验测试	43
4.5 本章小结	50
第 5 章 带有特征选择的双种群 RBFNN 分类算法	51
5.1 相关研究	51
5.2 带有特征选择的双种群协同进化算法设计	52
5.3 实验测试	60
5.4 本章小结	72
第 6 章 基于协同进化的 RBFNN 集成算法	73
6.1 相关研究	73

6.2 集成学习算法分类及应用	74
6.3 多种群协同进化 RBFNN 集成算法设计	75
6.4 带有特征选择的多种群优化集成模型	96
6.5 本章小结	101
第 7 章 基于子空间的 RBFNN 分类算法	102
7.1 相关研究	102
7.2 SBRBFNN 模型	103
7.3 基于协同进化的 SBRBFNN 算法	106
7.4 实验测试	112
7.5 本章小结	123
参考文献	124
后记	131

第1章

概 述

随着通信技术的发展和互联网的快速普及，各行业中电子化数据越来越多，数据收集趋于简单，如企业信息化程度的提高、职能部门电子化事务处理技术的运用、数据收集工具和技术的提高等，数据信息海量增加。神经网络理论作为一门交叉学科，自 20 世纪 80 年代初对其研究再次复苏并形成热点以来，其发展迅速，逐渐成为巨量信息并行处理和大规模分析计算的基础。神经网络等技术的快速发展与其广阔的应用前景密切相关。现实中，分析问题时涉及的数据量激增，数据维度大大增加，数据有效价值降低，复杂性越来越高，因此对神经网络等数据挖掘方法的要求也随之提高。为了提高算法性能，必须对神经网络学习模型做出相应改进和调整，进而解决大数据环境下数据挖掘和机器学习等领域面临的新问题。

1.1 引 言

信息技术的快速发展推动大数据时代的到来，信息呈现爆炸发展的态势，数据信息海量增加，数据库规模和数据维度急剧扩大，数据类型日趋繁杂多样，形成大数据效应，并直接推动了信息和电子商务等相关领域众多研究和应用的开展^①。2012 年 3 月，美国政府公布了“大数据研发计划”，美国国家科学基金会、国防部和能源部等为此共同投资 2 亿美元，旨在提高人们从海量和复杂的数据中获取知识的能力^②。2012 年 12 月，中国中关村成立大数据产业联盟，云基地、联通、用友、联想、百度、腾讯、阿里巴巴等企业组成第一批理事单位^②。在第十二届全国人民代表大会第三次会议上，国务院总理李克强在 2015 年政府工作报告中提

① http://www.most.gov.cn/gnwkjdt/201204/t20120424_93877.htm.

② <http://www.zgc-bigdata.org/>.

出，要制订“互联网+”行动计划，推动移动互联网、云计算、大数据、物联网等与现代制造业结合，促进电子商务、工业互联网和互联网金融健康发展^①。2015年10月，阿里巴巴集团明确将大数据云计算作为其未来十年的核心战略之一^②。此外，工业和信息化部近期发布的《大数据产业“十三五”发展规划》，作为引领数据处理技术时代的指导性文件，可以更好地支持作为国家战略地位的关键技术^③。

大数据呈现给人们一个全新的信息社会、智慧社会，世界经济的格局也酝酿着新变化，数据将成为未来社会最大的能源。随着云计算技术的普及，数据通过云端获取和存储，通过应用程序编程接口（application programming interface, API）调用服务提供即插即用操作，形成数据即服务（data as a service, DaaS）的互联网集约化运营模式。目前很多国家都已经出现独立的第三方数据管理平台（data management platform, DMP），我国也开始有非常专业的第三方数据提供商出现。然而，现实社会中获取和存储的海量数据已远远超出人的理解和概括能力，数据本身并不能产生有用的价值，而是需要有恰当的算法去使用和分析它。数据分析算法能够充分挖掘和分析数据的潜在含义和规律，是从数据中获取价值和产生经济效益的关键。因此大数据和云计算发展的必然趋势是，拥有专业数据科学服务能力的公司提供专业的算法服务，形成算法即服务（algorithm as a service, AlaaS）。2015年，Intel公司就开始鼓励开发人员创建“算法经济”，使研究重心从数据转移到算法上，挖掘所有数据的潜在含义，以期能够利用信息的价值^④。在这个新生态系统中，企业通过各种算法和服务，将数据关联起来，基于算法进行决策。由此可见，专有算法会产生经济效益，算法经济将应运而生。

以电子商务领域为例，随着电子商务在各个行业特别是零售行业的迅猛发展，并发访问量快速增加，电子商务信息资源以现实世界无法比拟的速度和规模增长和实现共享，海量高维复杂商务数据产生，如电子商务交易数据、产品信息、用户行为信息、用户评分信息、Web服务使用数据等。2015年，《科学》杂志发表文章指出，海量用户行为信息分析已经在很大程度上影响和改变人们的生活、工作及相关科研领域的研究^[2]。目前苹果和谷歌等商业机构也积极开发用户行为预测技术，以期通过数据挖掘等手段分析已有用户数据，提供更精准的个性化服务，提高电子商务用户忠诚度^⑤。有调查显示，大数据分析与处理已经成为影响电子商务进一步发展的最主要因素。因此，如何利用数据挖掘技术，设计有效的大数据

① <http://www.gov.cn/zhuanti/2015lh/premierreport/>.

② <http://www.techweb.com.cn/news/2015-10-08/2210320.shtml>.

③ <http://www.miit.gov.cn/n1146295/n1653018/c5465700/content.html>.

④ <http://m.zdnet.com.cn/article/3059618.htm>.

⑤ <http://www.wsj.com/articles/apple-and-google-know-what-you-want-before-you-do-1438625660>.

分析方法，挖掘商务大数据潜在信息，以合理地管理与支持决策，将直接影响电子商务企业经济效益和各商务平台核心竞争力，这已成为现阶段电子商务领域的一个重大研究问题，并得到广泛关注。

此外，其他很多领域也都充分体现了大数据对高性能数据分析算法的迫切需求。在制造业领域，制造业价值链、制造业产品生命周期均涉及众多数据。工业4.0将生产中的供应、制造、销售信息数据化和智能化，其目标是建立一个高度灵活的个性化和数字化的产品与服务的生产模式。利用数据分析算法对大数据进行挖掘，实现产品精准匹配、营销推送等，帮助制造业企业提升营销的精准性，提升仓储、配送、销售效率，降低物流和库存的成本，减少生产资源投入的风险，优化供应链。2016年9月10日，北京工业大数据创新中心在中关村成立，旨在研发工业大数据技术，推进企业大数据技术产品服务和商业模式等多方面的探索，推动中国工业智能化升级。在医疗健康领域，随着可穿戴设备和人机交互技术的发展，传感器等数据采集设备可获得大量人体健康数据，可通过有效数据分析和挖掘，监测用户的健康情况，提供积极有益的指导，以便人们足不出户就可以获得健康监测和管理服务，从而降低医疗服务的人力和物力成本。另外，金融领域股票预测问题、计算机网络领域的文本分类、图像与视频检索、计算机视觉分类等，生物领域的生物特征识别、基因大数据分析等都同样需要相应的高效数据分析专业算法支持。

因此，利用现有的数据挖掘技术，深入研究数据分析算法，推动各领域大数据与专有算法的结合是互联网经济必然发展趋势。然而，大数据具有体量大、维度高、实时性、多源性等特点，因此信息过载问题较为突出，对数据挖掘和数据分析算法研究提出新的挑战。

神经网络理论是一门边缘性交叉学科，也是巨量信息并行处理和大规模平行计算的基础。神经网络理论既是高度非线性动力学系统，又是自适应组织系统^[3]。作为一种常用的数据挖掘和机器学习技术，神经网络从20世纪80年代初再次引起广泛关注以来，发展迅速，从理论上在其计算能力、对任意连续映射的逼近能力及稳定性分析等方面都取得了众多研究成果，被广泛应用于模式识别、医疗诊断、金融预测、企业管理、知识发现等众多应用领域^[4-6]。2016年3月，谷歌围棋人工智能程序阿尔法（AlphaGo）围棋战胜世界围棋冠军、职业九段选手李世石，引起人们广泛关注。AlphaGo的核心是两种基于深度学习的神经网络模型，两者合作选择出有效的棋步，抛弃明显的差棋，使AlphaGo具有优秀的控棋能力，可以与世界冠军抗衡。AlphaGo的胜利使在传统神经网络基础上发展而来的深度学习算法^[7]被大量关注和研究，也使神经网络研究再一次形成热点。建立快速有效的神经网络学习算法，能够提高网络性能、增强网络处理信息的能力、加快网

络学习速度，是利用神经网络解决各类实际问题的前提。

RBFNN 是数据挖掘问题中较为常用的前馈网络之一，具有分类精度高、网络结构简单、收敛速度快等特点^[3]，并且也具有较强的泛化能力，在算法理论和应用领域中均取得了长足的发展，被广泛应用于数据挖掘、机器学习等应用领域。本书以 RBFNN 为主要研究对象，结合协同进化思想，构建多种服务于复杂高维数据的学习算法，进一步改善网络性能，改进训练效果，从而构造优质的 RBFNN 模型。此外，本书主要研究的神经网络学习算法具有一定的可扩展性，与分类、聚类、预测等问题结合，可广泛应用于数据挖掘、数据分析等方面，对现有数据分析与挖掘方法的补充和完善，在管理、金融、互联网、工程、医疗、生物等各行业都有较高的实用价值。

1.2 RBFNN 学习存在的问题

RBFNN 是近几年兴起的一种单隐层前馈神经网络，具有收敛速度快、逼近精度高、网络规模小等特点，受到各领域研究者的极大关注。标准 RBFNN 是由输入层、非线性隐层和线性输出层组成的多输入多输出的三层前馈神经网络，非线性隐层所用激活函数多为具有对称性质的径向基函数(radial basis function, RBF)，输出层对隐层节点的输出进行线性加权。

RBFNN 的学习过程等价于在多维空间中寻找训练数据的最佳拟合面，同时 RBFNN 也是一种局部逼近网络，即对于输入空间的某一个局部区域只存在少数的神经元响应并决定网络的输出。当 RBFNN 用于解决分类问题时，在形式上与传统的核函数（或称基函数）分类器很相似^[8]，但隐节点数目是不连续和不可微的，解空间存在很多局部极小点。传统训练方法，如梯度下降法等，由于需要对象函数的导数信息，很可能陷入这些局部极小解，且当考虑网络结构和参数时，搜索空间实际上是无限的，对于传统方法而言，发现全局最优解在计算上不可能实现，且易出现过拟合现象。

遗传算法 (genetic algorithm, GA) 利用自然进化规则进行搜索和完成对问题的求解，其目标函数不要求有连续性，因此具有较好的全局搜索能力。大量将 GA 应用于 RBFNN 中的算法^[9~12]研究表明：通过 GA 动态调整 RBFNN 的参数，能在一定程度上克服过学习现象，增强其全局搜索能力，避免陷入局部极小点。虽然经典 GA 在应用中具有较好的适用性，但自适应能力有限，主要表现如下：GA 在实现过程中易出现早熟现象，算法后期的收敛速度较慢；此外，经典 GA 中每个个体被孤立起来，没有考虑个体之间的协同关系^[13]。

因此，在传统的 RBFNN 学习中，很多研究利用优化算法、特别是 GA 训练 RBFNN，种群中的每个个体代表整个网络隐层结构，个体自身独立进化，没有考虑个体之间的协同影响，以及个体与环境之间的复杂关系，并且由于传统优化算法的全局搜索，迭代训练耗时较长，计算量较大，收敛速度较慢。

神经网络模型的一大特点是其分布式的知识表示，网络中单一的神经元或连接权值并没有明确的意义，这就决定了神经网络训练一般是“黑箱操作”，其学习到的知识隐藏在大量的连接权值和神经元阈值中，用户无法知道神经网络内部是如何运作的，或者说网络隐层结构的表征比较困难。在解决实际问题中，“可解释性”是可靠系统的必备特性，而通常的神经网络模型都是“不可解释”的^[14]。由神经网络学习到的知识不能以容易理解的方式表征给用户，因此在一定程度上影响了用户对基于神经网络构建的系统的信赖程度，从而阻碍了神经网络理论和方法在实际应用中的进一步推广。

此外，传统意义上的 RBFNN 学习过程是基于数据的全部特征，但实际应用中面对的数据通常是含有噪声的，特别是在处理大规模复杂数据时，过多的无关特征甚至噪声特征将导致过拟合现象的产生，使网络性能降低；同时，大规模高维数据训练的 RBFNN 模型结构较为复杂，模型的学习速度和可理解性大大降低。

1.3 本书主要内容

设计快速有效的 RBFNN 学习算法，能够提高神经网络性能、加快模型学习速度，这也是利用 RBFNN 解决各类实际问题的基础和关键。本书各章节对 RBFNN 学习算法进行的深入研究主要包括：

(1) 提出基于合作型协同进化的 RBFNN 分类算法。在标准网络结构中加入一个聚类层，即利用改进的 K -means 算法 (K -均值算法) 对已求出的隐节点聚类，把性质相似的隐节点聚集成隐节点群，作为子种群进行协同进化操作。因此，在进化过程中选择部分节点时，可以尽可能去掉性质类似的隐节点，这样在减少网络复杂结构的同时也有利于算法精度的提高，且使算法迅速收敛。各子种群间相互作用、相互影响，通过寻找每个子种群中的最优个体，共同构成网络的最优结构。该算法能够在一定程度上克服用传统优化算法进行网络训练耗时长的不足，且构建的 RBFNN 规模较小，泛化能力较强。

(2) 提出基于协同覆盖的椭圆基函数神经网络 (elliptical basis functions neural network, EBFNN) 分类算法。该算法基于协同进化机制和覆盖算法，把神经网络学习过程“白箱化”，使隐层剥离出来，直接由覆盖的情况确定分类结果，明确每

个隐节点的作用，从而增强 EBFNN 模型的可理解性；同时省去隐层到输出层权值的求取，输出层直接为一个“竞价机制”层，简化了标准的网络结构。整个算法分成两个阶段：一是利用协同进化算法确定网络结构的阶段，把识别同类样本的隐节点划归为同一个子种群，各子种群内部进化和子种群间相互影响相结合；二是利用基于神经元覆盖进行微调阶段，最大限度地应用椭圆基函数（elliptical basis functions, EBF）的覆盖域是超椭球体的特点，利用启发式搜索模式，自动对隐层节点进行增删操作，进一步改进 EBFNN 网络结构，从而实现进化算法与启发式算法的局部搜索有效结合。

（3）提出带有特征选择的双种群 RBFNN 分类算法。该算法将输入向量的特征选择和优化 RBFNN 建模过程一同进行，一并获得较优的网络结构和约减的输入向量维数，有效降低特征空间的维数，简化网络结构。双种群协同进化，即采用协同进化算法同时进化两个种群，种群Ⅰ表征特征属性值，采用二进制编码；种群Ⅱ表征 RBFNN 整个隐层结构，采用矩阵式混合编码方式。计算一个种群的个体适应值时需要另一个种群贡献出一个精英个体，共同组成一个基于部分特征向量的 RBFNN 进行多目标适应值评价。算法中采用 Pareto 最优性计算个体的适应值。实验结果表明，对于大规模高维数据而言，该算法可以选择出切实有效的特征属性，避免复杂网络结构的生成，且算法快速有效，具有较强的复杂样本分类能力。

（4）提出多种群协同进化神经网络集成算法。该算法将神经网络集成（neural network ensemble, NNE）和协同进化算法相结合。在个体生成方面，通过 Bootstrap 方法产生不同的训练子集，训练生成不同的个体网络，利用合作型协同进化算法（cooperative coevolutionary algorithm, Co-CEA）进行协同进化操作。每个个体神经网络均对应协同进化中的一个子种群，子种群之间通过多目标适应值评价相互联系。算法中采用 Pareto 最优性计算个体的适应值，包括独立分类精度、联合分类精度及个体差异性指标。每个子种群中个体的联合分类精度需要其他子种群的精英个体协助共同求得。在结论生成方面，算法根据 RBFNN 特点，借鉴相对多数投票法和最大值决定法，对结论生成方式进行改进。该算法能同时满足神经网络集成精度的提高和集成中个体差异性的增强，在处理复杂分类问题中可获得较高分类精度。

（5）提出一种由神经网络输入层构成的子空间分类模型，区别对待不同类别的样本，利用协同进化算法寻找每类样本的最优特征子集，使不同类别样本分别投影到不同特征子集构成的子空间中。不同于已有的基于类的子空间算法中将子空间对象按类确定的方法，该模型充分考虑类间影响因素和类内局部信息，并且将子空间对象由一般的样本类具体为神经网络的每个隐节点，适合处理样本空间分布复杂的数据分类问题。

第2章

RBFNN 和协同进化算法基础

本章主要介绍 RBFNN 和协同进化算法的基本原理与研究现状。

2.1 RBFNN 模型

2.1.1 RBFNN 基本原理

RBFNN 是 20 世纪 80 年代末提出的一种单隐层、以函数逼近为基础的前馈神经网络^[3]。随着研究日渐成熟，RBFNN 以其结构简单、非线性逼近能力强以及良好的推广能力，受到各领域研究者的极大关注，被广泛应用于模式分类、函数逼近和数据挖掘等众多研究领域。

标准 RBFNN 是由输入层、非线性隐层（径向基层）和线性输出层组成的多输入多输出的三层前馈神经网络。其中，非线性隐层所用激活函数多为具有对称性质的 RBF；线性输出层对隐层节点的输出进行线性加权，且线性输出层中的神经元数与输出向量维数相同（用于多类分类问题中）。标准的 RBFNN 结构如图 2-1 所示，反映出系统的多输入 $x \in R^m$ 和多输出 $y \in R^n$ 之间的函数关系为 $f: x \rightarrow y$ 。

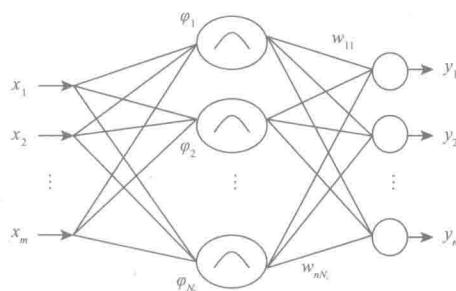


图 2-1 RBFNN 拓扑结构

RBFNN 隐层的作用是对输入向量进行非线性变换，从输入空间 R^m 将样本点变换到高维特征空间。在特征空间中采用线性模型对训练样本进行建模；也可以在高维特征空间中，使训练样本为线性可分。其激活函数定义为具有对称性质的 RBF。RBF 的一个重要特征是随着与中心点距离的增大，函数值呈单调递减（递增）趋势。典型的 RBF 包括^[15]：

(1) Gaussian 函数：

$$\varphi(x) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$$

(2) Multiquadric 函数：

$$\varphi(x) = (x^2 + c^2)^{\frac{1}{2}}$$

(3) Inverse Multiquadric 函数：

$$\varphi(x) = (x^2 + c^2)^{-\frac{1}{2}}$$

形如 Gaussian 函数的 RBF 具有良好的局部特征，只在距离中心点附近的某一邻域内响应显著，而函数值随着与中心点距离的增大呈单调递减趋势，并逐渐趋于零，因此这类 RBF 在实际中应用比较广泛。本书采用如下形式的 Gaussian 函数：

$$\varphi_t(x) = \exp\left\{-\frac{\|x - \mu_t\|^2}{\sigma_t^2}\right\} \quad (2-1)$$

其中， $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ 为输入向量； μ_t 为第 t 个隐节点的中心； σ_t 为第 t 个隐节点的径基宽度。RBF 的特殊性质导致其对输入变量某一范围，即隐节点的感受野 (receptive field) 具有选择性的反应能力，从而造成 RBFNN 具有局部调节能力^[16]。输出层对隐层节点的输出进行线性加权，其第 j 个输出节点具有如下形式：

$$y_j = \sum_{t=1}^{N_c} w_{jt} \varphi_t(x) \quad (2-2)$$

其中， $w = \{w_{jt} | t = 1, 2, \dots, N_c; j = 1, 2, \dots, n\}$ 为隐层到输出层的权值； N_c 为隐节点个数； $\varphi_t(x)$ 为所选 RBF，从而实现输入空间到输出空间的映射。

2.1.2 RBFNN 算法研究现状

20 世纪 80 年代，Powell 提出了用于严格多变量差值的 RBF 方法^[17]。Broomhead 和 Lowe 首先将 RBF 用于神经网络设计中，比较了 RBF 和多层次神经网络；其次就

RBF 用于神经网络设计与传统插值领域的不同特点做了初步分析，提出了一种两层结构的 RBFNN^[18]。1989 年，Moody 和 Darken 根据感受野的局部调节及交叠等特性，提出了一种带有局部响应特性的神经元的神经网络^[19]，同时还初步提出了 RBFNN 的训练算法，并证明使用 RBFNN 能获得较快的学习速率。1995 年，Girosi 等应用正则法则来提高 RBFNN 泛化能力^[20]。之后的研究者又提出许多改进的算法^[21~23]。

随着研究日渐成熟，RBFNN 被广泛用于序列预测、模式识别、数据挖掘等众多领域。例如，Varvak 设计将 RBFNN 算法应用于数值分析和模式识别中^[24]。Montazera 和 Giveki 通过改进 RBFNN 隐节点中心和径基宽度的确定方法，加快了 RBFNN 算法收敛速度，提高了 RBFNN 算法的图像检索性能^[25]。Senapati 等将 RBFNN 应用在医疗诊断中，并取得了较好的效果^[26]。Deng 等将 RBFNN 用于随机模型的区间分析中，利用 RBFNN 对结构化参数进行区间估计^[27]。Kadirkamanathan 和 Niranjan 利用 RBFNN 构建函数估计模型进行序列分析^[28]。Jia 等提出了基于 GA 和偏最小二乘法的 RBFNN 模型，并将其应用于数据挖掘领域的小样本分类问题^[29]。

2.2 协同进化算法

虽然经典的 GA 在应用中具有巨大的优越性，但是与自然界中的生态系统相比，GA 的自适应能力有限，容易出现早熟现象，并且算法后期的收敛速度较慢。协同进化算法（coevolutionary algorithm, CEA）是在协同进化论基础上提出的一种新的进化算法，可以在一定程度上克服传统进化方法的不足。传统进化算法中，一个个体代表整个问题的解，个体自身独立进化，没有考虑个体间的相互影响以及个体与环境之间的复杂关系，而协同进化算法在传统进化算法的基础上，充分考虑了种群之间、种群与外部环境之间在进化过程中的相互影响和协调。对比传统进化算法，协同进化算法可对待求问题的解空间进行合理的种群划分，对较大规模的问题求解能有效地跳出局部最优点从而寻找更好的优化解。

2.2.1 协同进化算法原理

作为从生命现象抽取的重要自适应机制，进化已为人们所普遍认识和广泛应用，然而传统的进化模型未能很好地反映出一个普遍存在的事实：在大多数情况下，自然界的生态系统中的个体之间不仅存在竞争关系，还存在互惠、寄生等多

种协同关系，竞争与协作并存，即个体间的协同进化。整个生态系统复杂的自适应进化过程，即为多个子系统相互作用、相互影响的协同进化过程。因此，协同进化作为生态系统中物种进化的类型之一，体现了生态系统中关系密切的物种之间的互惠和选择作用，即一个物种的个体行为在进化过程中受另一个物种的个体行为影响。

协同进化的概念最早是由 Ehrlich 和 Raven 在讨论植物和植食昆虫之间的进化影响时提出来的^[30]。Jazen 给出了协同进化的严格定义：协同进化是一个种群的某一特性由于回应另一个种群的某一特性而进化，而后的该特性同样由于回应前者的特性而进化^[31]，即种群间的进化是相互作用、相互影响的结果。

协同进化算法一般可分为竞争型和合作型两种形式：在竞争型协同进化中，几个相互作用的子种群为了获得“资源”而相互竞争，计算个体的竞争适应值时通常需要设定一个对手集，因此构造通用模型较为困难；而合作型协同进化一般采用多个子种群，把一个问题分解成几部分，每一部分对应一个子种群，利用普通进化算法寻找每个子种群中的最优个体，这些最优个体共同构成问题的最终完整解。

作为一种新的进化算法框架，协同进化算法强调独立进化不同种群间可以通过协同操作实现整个系统的进化，从而突破了传统单种群进化算法的局限。协同进化中含有若干个子种群，每个子种群的个体按某种进化算法独立进行进化操作，而各子种群之间通过选取代表个体共同构成系统模型的方法来实现互相协作。在评价某个子种群中个体适应值时，需评价其对整个系统模型的影响，因此从其他子种群中各选取 1 个个体作为代表，与该种群的个体共同组成整个系统的完整解，并以该解的优劣衡量该子种群中个体的适应值。各子种群通过各自的进化和种群间的协作，不断改善整个系统模型的适应值。

2.2.2 协同进化算法研究现状

协同进化算法是近年来在协同进化论基础上提出的一类新的进化算法，协同进化算法与传统进化算法的区别在于：协同进化算法在传统进化算法的基础上，考虑了除种群内个体独立进化之外，种群与环境之间、种群与种群之间在进化过程中的协调^[32]。由于协同进化算法的优越性，众多学者对此开展了研究。

1978 年，Holland 和 Reitman 初步提出了子群体的概念^[33]，采用了代表相互作用的规则构成的子种群，子种群中个体的适应值由与其相互作用的其他规则共同决定，体现了协同进化的思想。1994 年，Potter 和 de Jong 提出了基于协同进化的 GA^[34]，并指出协同进化思想同样适合于其他进化算法，如进化规划及进化策