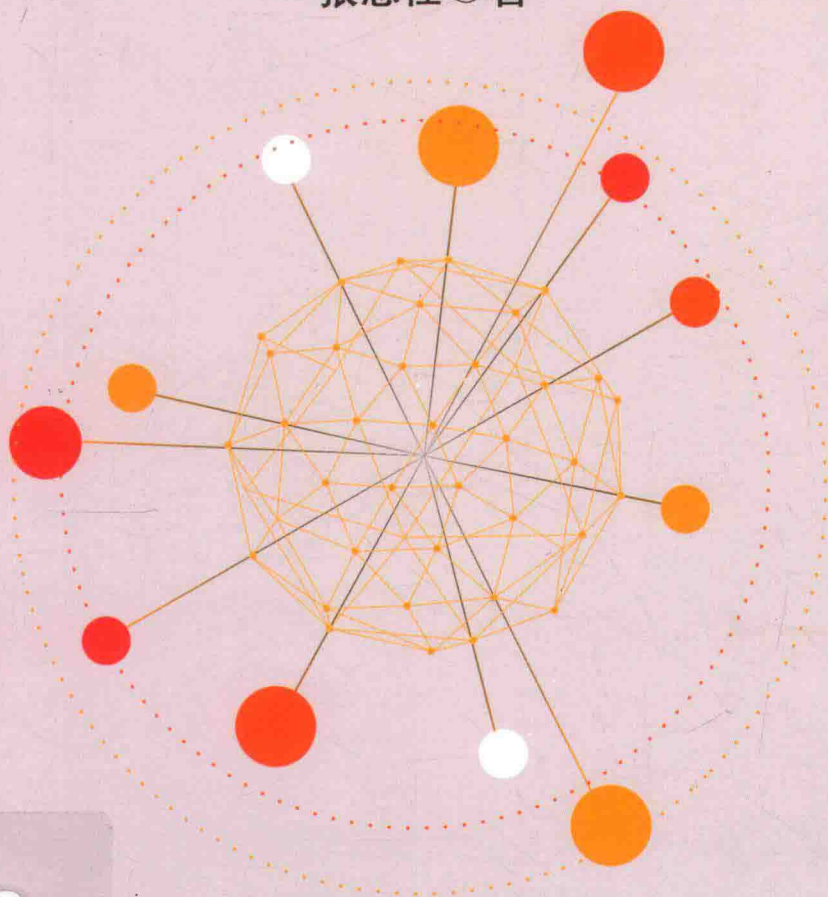


财税分析数理方法

CAISHUI FENXI SHULI FANGFA

张忠任◎著



中国财经出版传媒集团



经济科学出版社
Economic Science Press

财税分析数理方法

张忠任 著



中国财经出版传媒集团



经济科学出版社
Economic Science Press

图书在版编目 (CIP) 数据

财税分析数理方法 / 张忠任著. —北京: 经济科学出版社, 2017. 11

ISBN 978 - 7 - 5141 - 8527 - 0

I. ①财… II. ①张… III. ①数学物理方法 - 应用 - 财税 IV. ①F810

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 249330 号

责任编辑: 白留杰 刘殿和

责任校对: 隗立娜

责任印制: 李 鹏

财税分析数理方法

张忠任 著

经济科学出版社出版、发行 新华书店经销

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮编: 100142

教材分社电话: 010 - 88191354 发行部电话: 010 - 88191522

网址: [www. esp. com. cn](http://www.esp.com.cn)

电子邮件: [bailiujie518@126. com](mailto:bailiujie518@126.com)

天猫网店: 经济科学出版社旗舰店

网址: [http: //jjkxcbs. tmall. com](http://jjkxcbs.tmall.com)

北京财经印刷厂印装

710 × 1000 16 开 13. 25 印张 220000 字

2017 年 11 月第 1 版 2017 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5141 - 8527 - 0 定价: 40. 00 元

(图书出现印装问题, 本社负责调换。电话: 010 - 88191510)

(版权所有 侵权必究 举报电话: 010 - 88191586)

电子邮箱: [dbts@esp. com. cn](mailto:dbts@esp.com.cn)

序 言

那是在 1996 年盛夏，日本著名地方财政专家冈山大学经济学部坂本忠次（1934~2011）教授带了一位留学生来到了我的办公室，那时我们研究所（去岁更名为研究院）还在三里河。这位留学生就是此书作者张忠任，记得当时他正在读博士一年级，研究题目是政府间财政关系。他的博士论文在日本出版后获得了藤田奖（日本地方财政研究领域的最高奖）。2009 年我把他推荐到中南财经政法大学财税学院兼任楚天学者，主讲公共政策与宏观调控，一直受到好评。多年的教学结晶便凝成了这部《财税分析数理方法》。

据我所知，作为财税分析的方法论，此书具有很大的开创性，实属难能可贵。书稿，我有幸先睹为快，深感其内容充实，并有如下六大特点。

第一，其最大特点就是侧重数理分析模式。在计量经济学泛滥的当下，此书重新打出数理分析的大旗，提供了多种可操作的数理模型。并且将数理分析与电脑的使用密切结合，加之配有大量例题，极其便于读者理解与掌握。

第二，实用性强。此书针对财税专业研究生分门别类提供了大量能够直接使用的定量分析手法，无论是撰写论文，还是做项目、课题，都会有所助益。不仅创造性地提供了能够对财政体制进行定量分析的手段，而且对粘蝇纸效应、税收竞争等著名财税问题都作了系统性阐述。

第三，可读性高。此书源于教案，精于传授操作细节，注重阐述清晰，深入浅出，所有环节均明确易懂，任何步骤均无缺环。尤其是对所涉及的电脑软件，均有浅显易懂的操作说明。故而此书亦利于自学。

第四，计算方式快捷。此书追求计算速度，提供了多种快速计算手段。而大多数运算都是通过 Excel 来操作的，因此非常简单易学。例如，曾是很复杂的基尼系数计算，仅仅一个简单的公式分分秒秒就能得出结果。为了提高计算速度，书中在一些地方还用到了 R 语言等手段。

第五，全息描述。此书几乎对所有模型都采用立体结构来进行表述，主要表现在：在空间上做到了纵向与横向的有机结合，即在纵向上具有足够的

深度，在横向上具有足够的广度（尤其是精选的参考文献具有足够的覆盖度）；在时间上做到了历史与前沿的有机结合，也就是说，既阐明了每种模型的理论背景、历史渊源，也把握住了当前的研究动向；在分析手段上做到了基础与尖端的有机结合，每种最新模型都有据可依，建立在坚实的基础之上。

第六，图文并茂。这里的图，并非普通意义的插图，而是利用几何直观来解释难以从模型的公式来理解的内在规律，从而克服了形式与意义的矛盾。

由此，我对此书满怀期待，故而付梓之际，聊述拙怀，并借此机会向财税专业研究生、学术界同行，以及广大读者大力推荐。是为序。

王朝才

2017年6月17日

前言

本书的对象主要设定为财税专业硕士研究生，并供财税专业本科三四年级学生、博士研究生及相关专业的科研工作者参考。

本书是一部财税分析的数理方法论，目的是为从事财税研究的研究生及科研人员提供各种数理分析手段。因为并非财政学及税收学的所有内容都适合作数理分析，故而这里并不对财政学及税收学作系统讲述。

如图0-1所示，本书处于经济学（主要是宏观经济学和微观经济学）、财政学，以及税收学与数学的交集之中。因而其内容主要是宏观经济学和微观经济学在财税分析中的具体应用，所采用的分析手法主要是数学，有些地方还涉及了统计学。

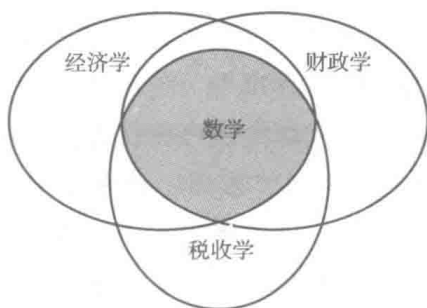


图0-1

笔者根据在国内外的多年教学经验，在阐述方式上既照顾到了文科生的特点，又避免了冗长与烦琐。书中所给出的所有模型都是可以带入数值进行运算的。至于运算手段，由于本书所追求的是速度，从而大多数运算都是通过电脑进行的，而其中大部分又都是通过 Excel 来操作的，因此非常简单易学。尽管在一些地方用到了国际免费软件 R 语言等手段，书中都附有浅显易懂的操作说明。

全书共分五章。第一章主要是一些必要的准备。在本章中尤其是提供了 Excel 下矩阵运算的最为方便、快捷的操作方法，其中矩阵的“对积和对商”是一种新开发的算法，你会发现该算法之强大会令你激动不已。对于文科的

研究生来说,本章中的 Excel 作图(双轴图,多个回归图)和 R 语言作图(函数图)等方法都会令你感到大有裨益。

从第二章到第四章,主要是根据财税分析的内容来分章的。

第二章是关于政府间财政关系的测度与分析,主要内容是作者多年的研究成果。尤其需要强调一下的是,这里通过给出对集权和分权、集中和分散的测度方法,提供了能够对财政体制通过定量分析进行描述的手段;并且把马尔柯夫链分析方法应用到集权度走向的预测上。关于财政转移支付的分析手段,主要是基于所谓补助金理论阐述了多种数理模型,并配上了例题,而关于粘蝇纸效应问题不仅详述了其基本原理,而且介绍了在实证研究中的一些应用成果和动态。而关于对我国税返还公式的数学解析体现了理论联系实际的重要途径。

第三章是关于税收的分析方法。这方面相关研究非常丰富,本章反映了国内外最新的相关研究成果。包括税负公平的测度(关于累进税等的分析)、税收的点弹性与区间弹性及其在税制效率比较上的应用、从量税与从价税的分析模式,以及有关税负转嫁问题和税收竞争的系统阐述。

第四章介绍了关于财政支出与财政政策的一些综合分析手法。主要内容是宏观经济学在财税分析中的各种应用,包括以乘数方法为主的财政支出效果分析、被称为马斯格雷夫·米勒指数的税收内在稳定器效果测度,以及 IS-LM 分析方法在财税分析中的多方应用。这部分的例题,大多取自历年日本各级公务员考题。本章最后一节详述了土地征税与土地价格控制的综合分析方法,对于分析房地产泡沫问题应该有很大的参考价值。

第五章的难度稍大,内容是关于投入产出方法与 CGE 模型在财税分析中的综合应用。前三节介绍投入产出方法及其应用(其中关于汇率、进口价格、税收对价格的综合模型是目前国际上最先进的),操作手段主要是 Excel 下的矩阵运算;后两节则阐述了 CGE 模型的基础(包括 CES 函数、宏观闭合、SAM 表及其平衡方法等)、建模的基本方法及其简单应用。关于 CGE 模型的求解,主要是采用了软件 GAMS 来进行的(书中适当介绍了 GAMS 的基本操作方法)。最后还简单介绍了由波兰团队刚刚开发的、能够计算 CGE 模型的 R 语言软件包(gEcon)。

张忠任

2017年9月

目 录

第一章 数学公式的编辑方法与财政分析基本作图	(1)
第一节 数学公式的插入与编辑	(1)
第二节 Excel 矩阵运算 (对积和对商很强大)	(5)
第三节 税收年均增长率与税收分布的区位熵	(12)
第四节 Excel 作图技巧 (双轴图, 多个回归图)	(18)
第五节 R 语言作图 (函数图)	(27)
第二章 政府间财政关系的测度与分析	(34)
第一节 集权度和集中度的定量基准与财政体制描述	(34)
第二节 马尔柯夫链应用: 集权度走势的预测	(38)
第三节 关于财政转移支付的数理模型	(44)
第四节 我国税收返还公式的数学解析	(58)
第五节 粘蝇纸效应问题	(64)
第三章 税收分析方法	(71)
第一节 税负公平的测度 (累进税等)	(71)
第二节 税收的点弹性与区间弹性及其应用 (税制效率比较)	(90)
第三节 从量税与从价税的分析模式	(98)
第四节 税负转嫁问题	(108)
第五节 税收竞争	(112)
第四章 财政支出与财政政策	(120)
第一节 关于各地区财政支出的主成分分析	(120)

第二节	财政支出效果分析（乘数的应用）	(126)
第三节	税收的内在稳定器效果（马斯格雷夫·米勒指数）	(133)
第四节	IS-LM 分析方法的应用	(138)
第五节	土地征税与土地价格控制	(146)
第五章 投入产出方法与 CGE 模型在财税分析中的应用		(161)
第一节	投入产出方法基础	(161)
第二节	税收变动对价格的波动影响	(169)
第三节	汇率、进口价格、税收对价格的综合影响	(173)
第四节	CGE 模型基础、SAM 表及其平衡方法	(179)
第五节	CGE 模型的构建及其简单应用	(185)
参考文献		(195)

第一章 数学公式的编辑方法与 财政分析基本作图

本章的主要内容是一些必要的准备。尤其是这里所提供的 Excel 下的矩阵运算方法，是目前最为方便、快捷的操作方法，而其中矩阵的“对积和对商”则是一种近年开发出来的新算法，其功能非常强大，说是给矩阵运算带来了一场小小的革命都不为过。而对于文科的研究生来说，本章中的 Excel 作图及 R 语言作图等方法都会对你有很大帮助。

第一节 数学公式的插入与编辑

作定量分析，经常需要在 Word 文档中插入某些数学公式，例如，

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \frac{(b-a)}{n} = \int_a^b f(x) dx$$

在这里，尤其是一些下标、分数、积分号、求和号等的输入，如果没有特殊的方法，在 Word 文档中很难输入得漂亮，并且也很费工夫。

在 Word 文档中插入这种数学公式，采用 Math Type 数学公式编辑器最为方便。Math Type 的一般用法是，在 Math Type 中打出公式之后将之复制，再“粘贴”到 Word 文档中。顺便说一句，在 Math Type 中输入公式是很快的，其速度一般比在 Word 文档中敲汉字还要快一些。Math Type 的操作界面如图 1-1 所示。

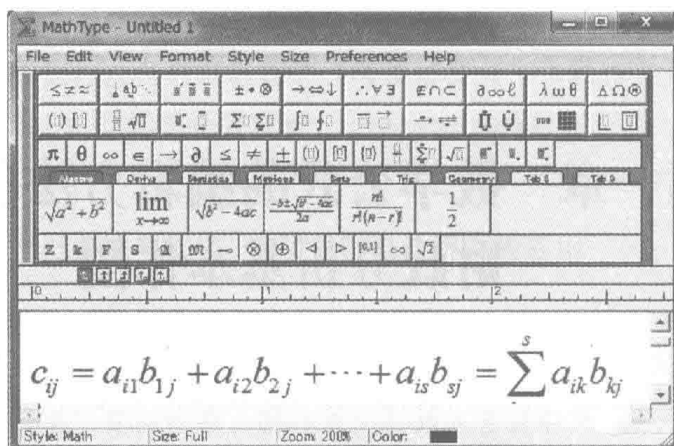


图 1-1

当然，Word 文档本身也具备插入数学公式的功能，尽管用起来没有 Math Type 方便。下面我们就来具体说一下怎样在 Word 文档中插入数学公式。具体操作步骤如下（尽管 Word 文档也在不断升级，其用法暂时没有太大的区别）。

假定现在要输入如下一段带公式的文章：

$$\text{此时中间投入的价格指数向量就便化为 } A^T p^d - (\dot{M}A)^T (p^d - p^m)$$

那么，我们这样来进行操作：

首先在 Word 文档中打出句子：

此时中间投入的价格指数向量就化为

这时我们的光标在该句子的尾部。然后在 Word 文档上部的菜单栏中去寻找“插入”这一菜单项，如图 1-2 所示。

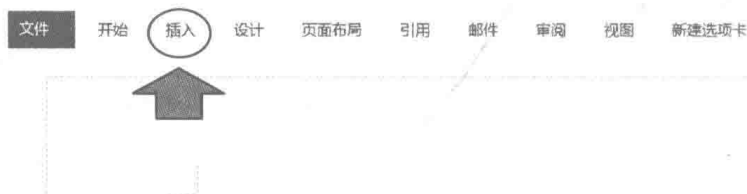


图 1-2

然后点击“插入”菜单项，在右端找出符号菜单工具栏，如图 1-3 所示。



图 1-3

之后，点击符号工具栏中的“ π 公式”，选择最下面的“ π 插入新公式(1)”，如图 1-4 所示。



图 1-4

点击“插入新公式”后，就会在刚才的 Word 文档句子后面出现一个公式控件（就是一个输入公式的框子），把公式输入到里面就可以了。

此时中间投入的价格指数向量就化为 在此处键入公式。

问题是，如何来输入公式呢？注意，当这个公式控件一出现，在 Word 文档上面的菜单栏中会多出一个关于公式设计的菜单栏，其中有很多关于公式的子菜单，如图 1-5 所示。

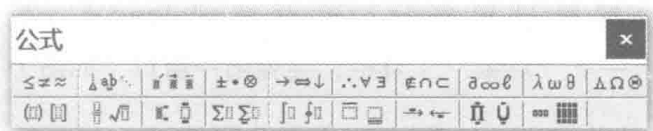


图 1-5

如果您的电脑稍旧一点，也可能会出现下面这样一个子菜单（共有 4 行符号，可以通过右侧的▼拉出隐藏在下面的两行，在该子菜单的右侧还有包括下标或者根号等符号的子菜单），如图 1-6 所示。



图 1-6

这样我们就可以把公式 $A^T p^d - (\dot{M}A)^T (p^d - p^m)$ 输入到 Word 文档里面了。

在 Word 文档中有可能一下子找不到“ π 公式”，主要有下面两种特殊情况。

第一，当点击“插入”的时候，却发现符号菜单工具栏处的“ π 公式”是灰色的，如图 1-7 所示，灰色的“ π 公式”对你的操作不会有任何反应。



图 1-7

出现这种现象的原因一般是由于文档格式为 Word 2003 版本以下的缘故。请查看一下你的文档格式，它此时应该是 doc 而不是 docx。其解决方法就是把该文档改用新格式，即 docx 格式“另存”就可以了。

第二，在 Word 文档中你根本找不到“ π 公式”工具栏。此时，你可以点击“插入”菜单项，在右端找出“对象”工具栏，如图 1-8 所示。

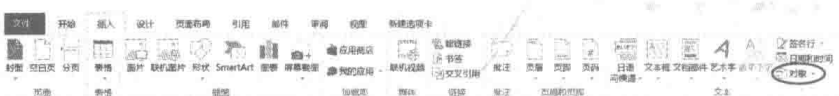


图 1-8

然后，点击一下“对象”工具栏，会弹出一窗口，如图 1-9 所示。



图 1-9

这时，需要进一步在“对象类型”里面寻找“Microsoft 公式 3.0”，它稍稍靠下面一点，需要把菜单下拉之后才能看到。找到后（图 1-10），点击“确定”。



图 1-10

这时就会出现一个公式控件（框子），把公式敲击在里面就完成了，如图 1-11 所示。

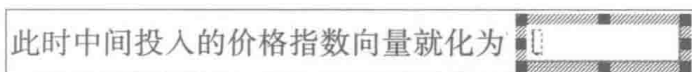


图 1-11

第二节 Excel 矩阵运算（对积和对商很强大）

1. 矩阵的加减法，其前提条件是两个或多个矩阵的行数列数都必须相同。

下面首先介绍两种在 Excel 中的矩阵加减法的操作方法。为此，给出如图 1-12 A 和 B 这两个 3×2 的矩阵，令 $C = A + B$

A

1	2
3	4
5	6

B

1	8
0	-1
2	0

图 1-12

第一种计算方法是比较传统的算法，也就是利用 Excel 的所谓自动填充 (Auto-fill) 功能^①来进行计算。第一步，把 A 和 B 的第一个元素加起来作为 C 的第一个元素，如图 1-13 所示，回车即会出现计算结果。然后利用 Excel 的自动填充功能向下再向右拖动（或者先向右然后向下拖动），就可以完成 $C = A + B$ 的全部计算了，运算结果如图 1-14 所示。

	A	B	C	D	E
1	A			B	
2	1	2		1	8
3	3	4		0	-1
4	5	6		2	0
5					
6	C=A+B				
7	=A2+D2				
8					
9					

图 1-13

C=A+B	
2	10
3	3
7	6

图 1-14

第二种方法属于对 Excel 中矩阵运算的新开发，极其快捷。下面通过一

^① 在 Excel 中，把鼠标移动到单元格右下角出现实心“十”字形形状记号的时候，按住这个“十”向下或者向右拖动，就会自动填充公式或者数值，使得运算得以自动扩展到鼠标所抵达的范围。自动填充也被称为下拉复制或拖动等。

个加入了矩阵的数乘的例子 $D = 2A - 3B$ 来进行操作说明。具体做法是，先选定一个 3×2 的范围，作为计算结果的位置，然后就在这种状态下（保留选定范围的灰色阴影），输入“ $=2 * A2 : B4 - 3 * D2 : E4$ ”，如图 1-15 所示。注意：这里数乘的符号是“ $*$ ”。

	A	B	C	D	E
1	A			B	
2		1	2		8
3		3	4		-1
4		5	6		0
5					
6	D=A+B				
7	=2*A2:B4-3*D2:E4				
8					
9					
10					

图 1-15

最后，同时按 Shift + Ctrl + Enter 键（这一点非常重要），就可以得到计算结果，如图 1-16 所示。

6	D=A+B	
7	-1	-20
8	6	11
9	4	12

图 1-16

2. 矩阵的乘法，其运算条件是：左侧矩阵的列数（column）必须与右侧矩阵的行数（row）相同。

我们先从一种最简单的情形出发，即只考虑 A 和 B 这两个矩阵，这样，上述前提条件就可以具体化为：当矩阵 A 的列数等于矩阵 B 的行数时， A 与 B 才可以相乘。令 $C = AB$ ，那么，作为计算结果的矩阵 C 的行数等于矩阵 A 的行数， C 的列数等于 B 的列数（这一点非常重要）。

矩阵乘法的运算规则是这样定义的：设 A 为一个 $m \times s$ 的矩阵即 $A = (a_{ij})_{m \times s}$ ， B 为一个 $s \times n$ 的矩阵即 $B = (b_{ij})_{s \times n}$ ，那么 $C = AB$ 是一个 $m \times n$ 的矩阵即 $C = (c_{ij})_{m \times n}$ ，其中矩阵 C 中的第 i 行第 j 列元素 c_{ij} 可以表示为：

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{is}b_{sj} = \sum_{k=1}^s a_{ik}b_{kj}$$

显然这一运算是比较麻烦的。但是在 Excel 中通过矩阵乘法函数就可以轻松解决，具体操作不过就是输入“=MMULT(A,B)”而已。下面来做一个具体例子，如图 1-17 所示。

A		B		
1	2	1	0	2
3	4	8	-1	0
5	6			

图 1-17

为此，首先需要选定一个范围。现在 A 是 3×2 的矩阵，B 是 2×3 的矩阵，所以 $C = AB$ 应该是一个 3×3 的矩阵。因此我们选定一个 3×2 的范围来作为计算结果 $C = AB$ 的位置。然后就在这种状态下根据公式要求，输入“=MMULT(A2:B4,D2:F3)”，如图 1-18 所示。

POWER						
	A	B	C	D	E	F
1	A			B		
2		1	2		1	0
3		3	4		8	-1
4		5	6			0
5						
6	C=AB					
7	=MMULT(A2:B4,D2:F3)					
8						
9						

图 1-18

最后，同时按 Shift + Ctrl + Enter 键，就可以得到计算结果，如图 1-19 所示。

6	C=AB					
7		17	-2		2	
8		35	-4		6	
9		53	-6		10	

图 1-19

3. 逆矩阵的求法（其实也就是矩阵运算的除法问题），其运算条件是：该矩阵必须是方阵，并且其行列式不能为零（相当于算术中的除数不能为零）。

大家应该都有过计算逆矩阵的痛苦经验，不过在 Excel 中通过一个函数“=MINVERSE(array)”就可以简单求出。下面我们来做一个具体例子，如图