

考研 数学

基础知识复习大全

(理工类) (数学一和数学二适用)

中公教育研究生考试研究院◎编著

书内含码 码上有课

(手机扫描书内二维码, 在线观看基础知识视频讲解)

购书享
移动自习室



核心考点免费学+在线题库任意练+考友圈答疑解惑+视频直播随时看



世界图书出版公司

offcn 中公考研

考研数学

基础知识复习大全(理工类)

(数学一和数学二适用)

中公教育研究生考试研究院◎编著



世界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

考研数学·基础知识复习大全:理工类:数学一和数学二适用 / 中公教育研究生考试研究院编著. — 北京:世界图书出版公司北京公司, 2016. 11

ISBN 978-7-5192-1247-6

I. ①考… II. ①中… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 280532 号

书 名	考研数学·基础知识复习大全(理工类)(数学一和数学二适用) KAOYAN SHUXUE · JICHU ZHISHI FUXI DAQUAN (LIGONGLEI) (SHUXUE YI HE SHUXUE ER SHIYONG)
编 著	中公教育研究生考试研究院
责任编辑	张文丽
特约编辑	汪鹏飞
装帧设计	中公教育图书设计中心
出版发行	世界图书出版公司北京公司
地 址	北京市东城区朝内大街 137 号
邮 编	100010
电 话	010-64038355(发行) 64037380(客服) 64033507(总编室)
网 址	http://www.wpcbj.com.cn
邮 箱	wpcbjst@vip.163.com
销 售	各地新华书店
印 刷	三河市恒彩印务有限公司
开 本	850mm×1168mm 1/16
印 张	38.5
字 数	924 千字
版 次	2017 年 1 月第 1 版 2017 年 1 月第 1 次印刷
国际书号	ISBN 978-7-5192-1247-6
定 价	59.00 元

如有质量或印装问题,请拨打售后服务电话 010-82838515

前言

数学属于逻辑性较强的演绎学科,在全国硕士研究生招生考试中,相对于政治和英语,其重要性不言而喻。考研数学试题量大、知识点多、综合性强,而且各知识点之间的层次关系和相互联系错综复杂。基于这些特点,对考研数学的复习可以从以下几点做起:

熟悉大纲要求

考生备战数学的首要任务是了解大纲中的所有考点及其内在联系。本书的【本章知识架构】详细梳理了本章涉及的相关知识,并将其以树状图的形式直观地呈现了出来,从而帮助考生更好地把握知识点之间的联系,并建立完整的知识体系。【考试大纲要求】将大纲中的考点按照“了解→理解→掌握→会求”四个层次进行了划分,使考生可以更清楚地了解各考点需要掌握的程度,快速把握复习的重难点。

掌握基础知识

考研数学题目形式多变,但实际上考查的都是对相关定义、公式、定理的应用,在复习数学的过程中,打牢基础是关键的一步。本书【基础知识详解】从最浅显的角度切入,详细地讲述了各章节所涉及的基础知识。为了帮助考生更清晰地理解和记忆,本书对易混易错的知识点设置了“要点点拨”,对其作了更进一步的解释。此外,对重要考点还配有二维码,考生扫码即可观看相关知识的视频讲解,从而告别无声读书的时代。

透析典型例题

对数学的复习,讲练结合很重要。本书【常考题型】模块精选了大量典型例题,这些例题难易兼顾,基本涵盖了考试中常见的题型。每道题目都提供了规范、详细的答案解析,部分题目配有“思路点拨”和“点评”,其中“思路点拨”分析了题目的特点、考查方向、解题的切入点等。“点评”总结了同类题型的处理方法和解题过程中的实用技巧。考生可以通过这些例题熟悉相关知识的具体应用,并总结出适合自己的解题方法和答题策略,力争做到活学活用。

精练同步习题

能理解数学知识和会应用知识解题是两个不同的概念。本书的【同步习题】模块提供了适量习题,与典型例题相比,这部分题目综合性不强,更重基础,其目的就是帮助考生树立进一步复习的信心。为了达到自测效果,考生一定要先亲自动笔做题,再参看【同步习题参考答案】,这样才能清楚地知道自己的不足,找准仍需努力的方向。

“学员的事就是最重要的事”是中公教育的基本价值观之一,也是我们中公人不变的追求。总之,本书旨在帮助考生在首轮复习中夯实基础,从而更好地进行后续阶段的复习。

中公教育研究生考试研究院

2017年1月

目 录

第一篇 高等数学

第一章 函数、极限、连续

【本章知识架构】	3
【考试大纲要求】	4
【基础知识详解】	4
【常考题型】	16
【同步习题】	30
【同步习题参考答案】	32

第二章 一元函数微分学

【本章知识架构】	37
【考试大纲要求】	38
【基础知识详解】	38
【常考题型】	53
【同步习题】	76
【同步习题参考答案】	79

第三章 一元函数积分学

【本章知识架构】	87
【考试大纲要求】	88
【基础知识详解】	88
【常考题型】	99
【同步习题】	117
【同步习题参考答案】	120

第四章 向量代数和空间解析几何(数一)

【本章知识架构】	128
【考试大纲要求】	129

【基础知识详解】	129
【常考题型】	140
【同步习题】	148
【同步习题参考答案】	150

第五章 多元函数微分学

【本章知识架构】	156
【考试大纲要求】	157
【基础知识详解】	157
【常考题型】	166
【同步习题】	182
【同步习题参考答案】	183

第六章 多元函数积分学

【本章知识架构】	189
【考试大纲要求】	190
【基础知识详解】	190
【常考题型】	204
【同步习题】	224
【同步习题参考答案】	226

第七章 无穷级数(数一)

【本章知识架构】	236
【考试大纲要求】	237
【基础知识详解】	237
【常考题型】	247
【同步习题】	257
【同步习题参考答案】	259

第八章 常微分方程

【本章知识架构】	263
【考试大纲要求】	264
【基础知识详解】	264
【常考题型】	271
【同步习题】	283

【同步习题参考答案】	285
------------------	-----

【同步习题】	289
--------------	-----

【同步习题】	293
--------------	-----

第二篇 线性代数

第一章 行列式

【本章知识架构】	293
----------------	-----

【考试大纲要求】	294
----------------	-----

【基础知识详解】	294
----------------	-----

【常考题型】	299
--------------	-----

【同步习题】	309
--------------	-----

【同步习题参考答案】	312
------------------	-----

第二章 矩阵

【本章知识架构】	316
----------------	-----

【考试大纲要求】	317
----------------	-----

【基础知识详解】	317
----------------	-----

【常考题型】	326
--------------	-----

【同步习题】	340
--------------	-----

【同步习题参考答案】	342
------------------	-----

第三章 向量

【本章知识架构】	348
----------------	-----

【考试大纲要求】	349
----------------	-----

【基础知识详解】	349
----------------	-----

【常考题型】	358
--------------	-----

【同步习题】	366
--------------	-----

【同步习题参考答案】	368
------------------	-----

第四章 线性方程组

【本章知识架构】	372
----------------	-----

【考试大纲要求】	373
----------------	-----

【基础知识详解】	373
----------------	-----

【常考题型】	378
【同步习题】	389
【同步习题参考答案】	392

第五章 矩阵的特征值和特征向量

【本章知识架构】	398
【考试大纲要求】	399
【基础知识详解】	399
【常考题型】	403
【同步习题】	417
【同步习题参考答案】	420

第六章 二次型

【本章知识架构】	427
【考试大纲要求】	428
【基础知识详解】	428
【常考题型】	432
【同步习题】	443
【同步习题参考答案】	444

第三篇 概率论与数理统计(数一)

第一章 随机事件和概率

【本章知识架构】	453
【考试大纲要求】	454
【基础知识详解】	454
【常考题型】	460
【同步习题】	470
【同步习题参考答案】	472

第二章 随机变量及其分布

【本章知识架构】	479
【考试大纲要求】	480

【基础知识详解】	480
【常考题型】	487
【同步习题】	496
【同步习题参考答案】	499
第三章 多维随机变量及其分布	
【本章知识架构】	507
【考试大纲要求】	508
【基础知识详解】	508
【常考题型】	513
【同步习题】	525
【同步习题参考答案】	527
第四章 随机变量的数字特征	
【本章知识架构】	534
【考试大纲要求】	535
【基础知识详解】	535
【常考题型】	540
【同步习题】	552
【同步习题参考答案】	554
第五章 大数定律与中心极限定理	
【本章知识架构】	561
【考试大纲要求】	562
【基础知识详解】	562
【常考题型】	564
【同步习题】	567
【同步习题参考答案】	567
第六章 数理统计的基本概念	
【本章知识架构】	570
【考试大纲要求】	571
【基础知识详解】	571
【常考题型】	574
【同步习题】	579

【同步习题参考答案】	580
第七章 参数估计	
【本章知识架构】	584
【考试大纲要求】	585
【基础知识详解】	585
【常考题型】	588
【同步习题】	593
【同步习题参考答案】	594
第八章 假设检验	
【本章知识架构】	596
【考试大纲要求】	597
【基础知识详解】	597
【常考题型】	599
【同步习题】	601
【同步习题参考答案】	602

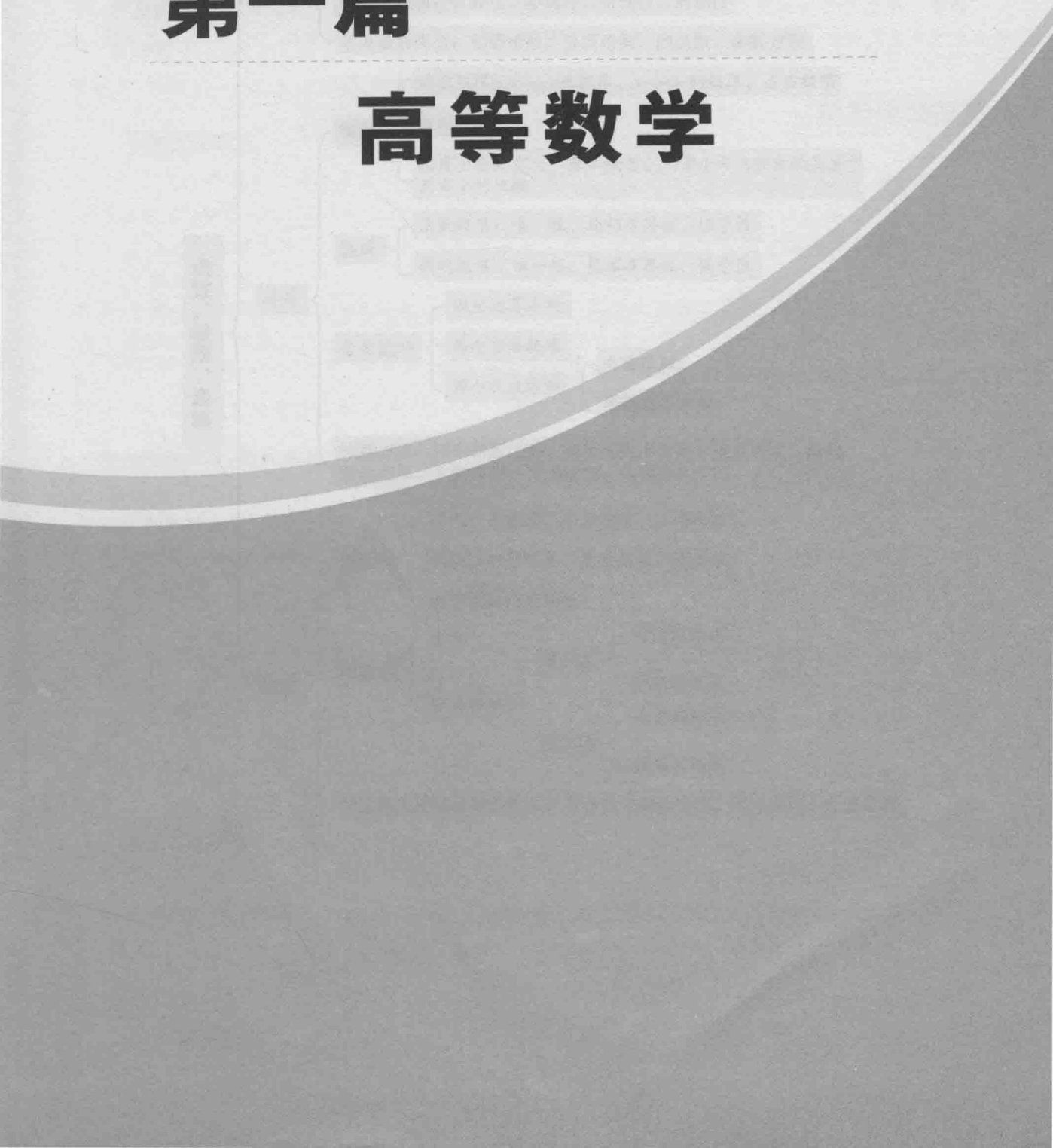
第一章 函数、极限、连续



主要内容提要

第一篇

高等数学



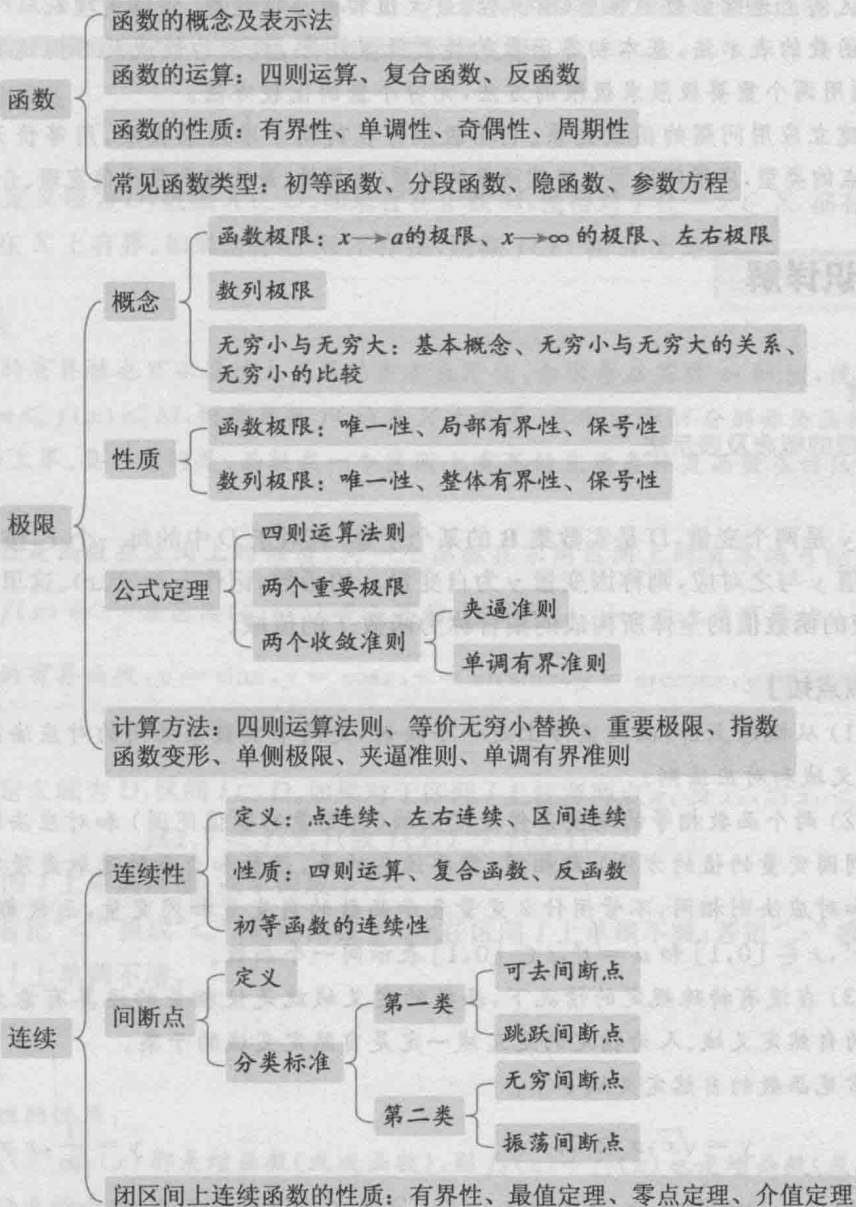
第一章 函数、极限、连续



视频讲解

本章知识架构

函数、极限、连续



考试大纲要求

了解 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性,反函数及隐函数的概念,初等函数的概念,连续函数的性质和初等函数的连续性。

理解 函数的概念,复合函数及分段函数的概念,极限的概念,函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系,无穷小量、无穷大量的概念,函数连续性的概念(含左连续与右连续),闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理)。

掌握 函数的表示法,基本初等函数的性质及其图形,极限的性质及四则运算法则,极限存在的两个准则,利用两个重要极限求极限的方法,无穷小量的比较方法。

会求 建立应用问题的函数关系。利用极限存在的两个准则求极限,用等价无穷小量求极限,判别函数间断点的类型,应用闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理、零点定理)。

基础知识详解

一、函数

(一) 函数的概念及表示法

1. 定义

设 x 与 y 是两个变量, D 是实数集 $\mathbf{R}$ 的某个子集,若对于 D 中的每一个 x ,按照对应法则 f ,总有唯一确定的值 y 与之对应,则称因变量 y 为自变量 x 的函数,记作 $y = f(x)$ 。这里的 D 称为函数 f 的定义域,相应的函数值的全体所构成的集合称为函数 f 的值域。

【要点点拨】

(1) 从概念上讲,函数实际上是一个映射,是两个实数集之间的对应法则,它包括两大要素:定义域和对应法则。

(2) 两个函数相等的充要条件是定义域(自变量的取值范围)和对应法则(从自变量的值对应到因变量的值的方法)都相同。需要注意的是,函数和变量的选取是没有关系的,只要定义域和对应法则相同,不管用什么变量表示函数的自变量和因变量,函数都是一样的。例如: $y = x^2, x \in [0, 1]$ 和 $u = t^2, t \in [0, 1]$ 表示同一个函数。

(3) 在没有特殊规定的情况下,函数的定义域就是使相关的运算有意义的范围,也称为函数的自然定义域。人为指定的定义域一定是自然定义域的子集。

常见函数的自然定义域如下:

$$y = \sqrt{x}, x \geq 0;$$

$$y = \ln x, x > 0;$$

$$y = \sin x, x \in \mathbf{R};$$

$$y = \tan x, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi;$$

$$y = \sec x, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi;$$

$$y = \arcsin x, x \in [-1, 1];$$

$$y = \arctan x, x \in \mathbf{R}$$

$$y = \frac{1}{x}, x \neq 0$$

$$y = e^x, x \in \mathbf{R}$$

$$y = \cos x, x \in \mathbf{R}$$

$$y = \cot x, x \neq k\pi (k \in \mathbf{Z})$$

$$y = \csc x, x \neq k\pi (k \in \mathbf{Z})$$

$$y = \arccos x, x \in [-1, 1]$$

2. 表示法

(1) 解析法(公式法)

用数学式表示自变量和因变量之间的对应关系的方法即是解析法。

(2) 表格法

将一系列的自变量值与对应的函数值列成表来表示函数关系的方法即是表格法。

(3) 图形法

用坐标平面上的点集 $\{P(x, y) \mid y = f(x), x \in D\}$ 来表示函数的方法即是图形法。

在图形法中,一般用横坐标表示自变量,纵坐标表示因变量。

(二) 函数的几种特性

1. 有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 数集 $X \subset D$ 。如果存在正数 M , 使得对于任一 $x \in X$, 都有 $|f(x)| \leq M$ 成立, 则称 $f(x)$ 在 X 上有界。如果这样的 M 不存在, 则称 $f(x)$ 在 X 上无界。

【要点点拨】

(1) 函数的有界性也可以通过上下界的方式来定义: 如果存在实数 m 和 M , 使得对任一 $x \in X$, 都有 $m \leq f(x) \leq M$, 则称函数 $f(x)$ 在 X 上有界。其中 m 和 M 分别称为函数 $f(x)$ 在 X 上的下界和上界。要注意的是, 函数在一个区间上有界的充要条件是函数在该区间上既有上界又有下界。

(2) 有界性是函数在区间上的性质, 同一个函数在不同区间上的有界性可能是不一样的。例如函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在区间 $(0, 1)$ 上是无界的, 在区间 $(1, +\infty)$ 上是有界的。

(3) 常见的有界函数: $y = \sin x, y = \cos x, y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \arctan x$ 。

2. 单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 区间 $I \subset D$ 。如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有

$$f(x_1) < f(x_2) \text{ (或 } f(x_1) > f(x_2) \text{)},$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上单调增加(或单调减少)。

在上述定义中, 若把“ $<$ ”换成“ $\leq$ ”, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上单调不减; 若把“ $>$ ”换成“ $\geq$ ”, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上单调不减。

【要点点拨】

(1) 单调性的性质:

① 如果 $f_1(x), f_2(x)$ 都是增函数(或减函数), 则 $f_1(x) + f_2(x)$ 也是增函数(或减函数);

② 设 $f(x)$ 是增函数, 如果常数 $C > 0$, 则 $C \cdot f(x)$ 是增函数; 如果常数 $C < 0$, 则 $C \cdot f(x)$ 是减函数;

③ 如果函数 $y = f(u)$ 与函数 $u = g(x)$ 增减性相同, 则函数 $y = f[g(x)]$ 为增函数; 如果函数 $y = f(u)$ 与函数 $u = g(x)$ 增减性相反, 则函数 $y = f[g(x)]$ 为减函数。

(2) 常见函数的单调增区间及单调减区间:

	单调增区间	单调减区间
$y = x^2 + ax + b$	$[-\frac{a}{2}, +\infty)$	$(-\infty, -\frac{a}{2}]$
$y = e^x$	$(-\infty, +\infty)$	无
$y = \ln x$	$(0, +\infty)$	无
$y = \sin x$	$[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}]$	$[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}]$
$y = \cos x$	$[2k\pi - \pi, 2k\pi]$	$[2k\pi, 2k\pi + \pi]$
$y = \frac{1}{x}$	无	$(-\infty, 0)$ 和 $(0, +\infty)$

3. 奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称。如果对于任一 $x \in D$, 都有 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数; 如果对于任一 $x \in D$, 都有 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数。

【要点点拨】

(1) 奇偶性的性质:

- ① 偶函数的图像关于 y 轴对称, 奇函数的图像关于原点对称;
- ② 如果 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 都是偶函数(或奇函数), 则对任意的常数 $k_1, k_2 \in \mathbf{R}$, $k_1 f_1(x) + k_2 f_2(x)$ 仍是偶函数(或奇函数);
- ③ 如果 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的奇偶性相同, 则 $f_1(x) \cdot f_2(x)$ 为偶函数; 如果 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的奇偶性相反, 则 $f_1(x) \cdot f_2(x)$ 为奇函数。

(2) 常见的偶函数:

$$y = x^k (k \text{ 为偶数}), y = \cos x, y = |x|,$$

$$f(|x|), \frac{f(x) + f(-x)}{2}, f(x) \cdot f(-x), \text{ 其中 } f(x) \text{ 是任意定义在对称区间上的函数。}$$

常见的奇函数:

$$y = x^k (k \text{ 为奇数}), y = \sin x, y = \tan x, y = \cot x, y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}),$$

$$\frac{f(x) - f(-x)}{2}, \text{ 其中 } f(x) \text{ 是任意定义在对称区间上的函数。}$$

4. 周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D 。如果存在一个正数 T , 使得对任一 $x \in D$ 有 $x \pm T \in D$, 且 $f(x+T) = f(x)$ 恒成立, 则称 $f(x)$ 为周期函数, T 称为 $f(x)$ 的周期。

一般周期函数的周期是指最小正周期。

【要点点拨】

(1) 周期性的性质:

- ① 如果 $f(x)$ 以 T 为最小正周期, 则对任意的非零常数 C , $C \cdot f(x)$ 仍然以 T 为最小正周