



数学家
教你
学数学



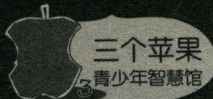
欧几里得 教你学空间图形

[韩]李智贤 著 陈阳 译

考点精讲，高分必备！

- ☆ 直线和平面的位置关系
- ☆ 平面和立体的位置关系
- ☆ 三视图原理
- ☆ 空间坐标

解概念 · 掌握应用 · 攻克
理 ★ 数学 ★
就得这样学！



欧几里得 教你学空间图形

[韩]李智贤 著 陈阳 译

考点精讲，高分必备！

- ★ 直线和平面的位置关系
- ★ 平面和平面的位置关系
- ★ 三垂线定理
- ★ 空间坐标

掌握应用·攻克难题
★ 数学 ★
就得这样学！

全国百佳图书出版单位
时代出版传媒股份有限公司
黄山书社

수학자가 들려주는 수학 이야기

Copyright © 2010 by JAEUM & MOEUM CO., LTD.

Simplified Chinese translation copyright © 2015 by Huangshan Publishing House.

This translation was published by arrangement with Jaem & Moeum Publishing Co., through Shanghai

All One Culture Diffusion Co., Ltd.

All rights reserved.

图书在版编目 (CIP) 数据

欧几里得教你学空间图形 / 【韩】李智贤著; 陈阳译. — 合肥: 黄山书社, 2015. 12

(数学家教你学数学: 中学版)

ISBN 978-7-5461-5174-8

I. ①欧… II. ①李… ②陈… III. ①数学—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 176640 号

版权合同登记号 图字: 12151528

OUIJILIDE JIAO NI XUE KONGJIAN TUXING

欧几里得教你学空间图形

【韩】李智贤 著 陈阳 译

出品人 任耕耘
总策划 任耕耘 杨雯
执行策划 司雯
责任编辑 程景
特约编辑 刘羊 赵迪秋
装帧设计 齐娜
出版发行 时代出版传媒股份有限公司 (<http://www.press-mart.com>)
黄山书社 (<http://www.hspress.cn>)
地址邮编 安徽省合肥市蜀山区翡翠路 1118 号出版传媒广场 7 层 230071
印刷 安徽国文彩印有限公司
版次 2016 年 2 月第 1 版
印次 2016 年 2 月第 1 次印刷
开本 710mm×1000mm 1/16
字数 80 千
印张 8.25
书号 ISBN 978-7-5461-5174-8
定价 24.00 元

服务热线 0551-63533706

销售热线 0551-63533761

官方直营书店 (<http://hsssbook.taobao.com>)

版权所有 侵权必究

凡本社图书出现印装质量问题,
请与印制科联系。

联系电话 0551-63533725



让我们站在数学巨人的肩膀上， 以更远的目光、更广的视野去观察数学世界吧！

数学教科书往往以“结果”来揭示数学，很难使学生了解数学不断进化的过程。事实上，数学的历史是围绕着一个课题，由众多数学家刻苦研究从而揭示一个个规律性原理的演绎推理过程。

《数学家教你学数学》是古今中外的数学家以他们那亲切的声音直接给我们讲述各种数学原理的产生过程，有助于学生以“现在进行时”来理解数学，而不是以“过去完成时”来理解。

学生对数学产生畏难情绪的主要原因之一是数学较强的“抽象思维”。数学的这一特性恰恰与学生喜欢的“具体思维”相悖。要想缩短“抽象思维”和“具体思维”之间的差距，方法只有一个，那就是在尽量回避数学抽象推理的同时，尽可能地增加对数学概念和原理的具体说明。而《数学家教你学数学》正是生动再现数学教科书的内容，力争使数学“变脸”，将原来抽象的数学改头换面成为具体的数学。此外，书中引用的大量名人逸事和数学家的趣闻，使学生感到枯燥无味的数学很容易变成妙趣横生、回味无穷的数字

游戏。

从结构上看，《数学家教你学数学》首先简要介绍数学家的业绩，然后通过数学家的讲解揭示数学的内在世界和外在世界，从列举的大量例子中说明数学概念和原理，最后再通过一个小结来归纳每节课讲的内容。本丛书的这种结构可以使读者从整体上了解每个数学概念和原理。

《数学家教你学数学》紧扣中学数学教程，尽可能包含中学数学所涉及的全部内容。比如《莱布尼茨教你学记数法》讲述的是数字形成的背景、原始进制法到数位进制法的发展过程、0的出现、莱布尼茨二进制法等方面的故事，如实反映了中学一年级进制法的内容。可见这套《数学家教你学数学》丛书能够起到帮助学生消化和吸收学校数学课程的作用。

伟大的科学家牛顿留下了一句绝世名言：“If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants.（如果说我比别人看得更远些，那是因为我站在了巨人的肩膀上）”没错，如果我们也站在这些数学巨人的肩膀上放眼远眺，就可以用更长远、更开阔的视野去了解数学世界。希望这套丛书能使我们的读者们都有机会站在数学巨人的肩膀上，把数学世界看得更清楚。

弘益大学数学教育系教授、《数学协奏曲》作者 朴京美



用数学眼光看穿世上的真理， 让我们亲身体会真理之伟大的“空间图形”的故事

初中的时候，我经常看的一本科学杂志里有一个望远镜的广告。我很想买广告里这个可以看到月亮的望远镜，但是望远镜的价格越来越高，总在我的承受范围之外。我犹豫再三，最终还是没有买。通过望远镜观察月亮比凭借肉眼观察可要清晰得多，但是我不确定这样是不是就可以了解更多关于月亮的知识。

我们使用感官来获得更多关于外部世界的知识。但是感觉在大多数时候是不准确的。我们也不能断定超越感官相信直觉就是对的。比如，某人开车从甲地到乙地，去的时候时速是60km，回来的时候时速是30km。此时，我们的直觉就会认为平均时速为45km。但是正确答案却不一定是45km。因为平均速度=总路程÷总时间。

如果我们无法合理地解释某个命题的话，就无法使人信服。作为能让所有人都理解的手段、方法，我们需要的是证明，即逻辑解释。数学当中，直觉很重要，但是就像上面举的例子一样，直觉不一定总正确。

欧几里得的《几何原本》确立了人类的思维和判断中非常重要的证明精神，并将其传于后世。大家以后将从欧几里得的《几何原本》一书中开始了解点、线、面。作为理解图形的基础，书的后半部分主要学习了高中数学教科书里的空间图形。虽然这部分内容出现在高中的教科书里，但是本书中将难以理解的部分剔除了，简单而有趣地解释了关于空间图形的概念。完全适合初中生阅读，也可以作为高中生预习、复习的资料使用。

在欣赏音乐、画作时，很少有人会想“为什么要学习这个？学了有什么用呢？”所有的学习都是从单纯地欣赏开始，然后通过欣赏体会到愉悦和幸福的。希望能够通过这个机会帮助大家在学习数学的同时，体会到幸福和快乐。

李智贤



课 程 导 航

1

这本书的不同之处

《欧几里得教你学空间图形》一书中，欧几里得通过9次课程，讲述了空间图形的相关知识。他和大家一起，从自己的著作《几何原本》开始，讲解基本的点、线、面等知识，再过渡到非欧几里得几何学。

本书按照几何的发展顺序安排课程，因此可以通过解析几何、非欧几里得几何等了解几何的发展历史。另外，通过观察实际事例进行解释说明，大家可以一边学习空间几何，一边感受平面和空间的差别。

2

这本书的几个亮点

1. 本书中丰富的例子和故事可以让大家轻松地接触深奥的数学内容。
2. 本书中提到的日常生活情景可以让大家感受到数学就在我们的周围。
3. 为高中生提供了几何和空间几何的阅读内容，帮助大家应对数理论述。



第一课 几何原本

了解欧几里得的《几何原本》。了解什么是定义、公设、公理。

- **提前预习：**三角形的内角和为 180° 。
- **学习方法：**介绍欧几里得的《几何原本》，通过在纸上铺“瓷砖”的实验了解《几何原本》内容的重要性。

第二课 点、线、面和维度

了解点、线、面被称为无定义用语的原因。了解维度。

- **提前预习：**欧几里得在《几何原本》中对点、线、面下的定义如下：

1. 点是空间中只有位置，没有大小的图形。
2. 线只有长度而没有宽度。
3. 面只有长度和宽度。

- **学习方法：**通过欧几里得的定义的不完整性导入对无定义用语的思考。了解自由度和维度。

第三课 直线、点、平面的判定条件

了解空间图形的基本性质。了解直线、点、平面的判定条件。

• 提前预习：点、线、平面。

• 学习方法：通过图形了解空间图形的基本性质。裁剪立体物
体观察其基本性质。

第四课 两条直线的位置关系

了解空间中两条直线的位置关系。

• 提前预习：平面上不同的两条直线的位置关系如下：

1. 两条直线相交。
2. 两条直线平行。

• 学习方法：通过观察模型了解空间中两条直线位置关系和平
面中两条直线位置关系的差异。通过正六面体寻找异面直线，并测
量异面直线的角。

第五课 直线和平面、平面和平面的位置关系

了解直线和平面、平面和平面的位置关系。

• 提前预习：相交的两条直线角度为 90° 时，叫作两条直线相
互垂直。

• 学习方法：通过物体了解直线和平面、平面和平面的位置关
系。学习重要定理的证明。

第六课 三垂线的定理和正投影

了解三垂线的定理和正投影。

• 提前预习：

1. 若直线和平面上的两条相交直线分别垂直的话，则直线和平面垂直。

2. 将光直射使其和投影面垂直时所产生的影子叫作正投影。

• 学习方法：三垂线定理是在“可以从点 P 画出直线的垂直线”的前提下，讲述如何从平面外一点向平面作垂直线的方法。通过上述方法熟悉三垂线定理。制造影子并推测其正投影后的图形，了解原图形的宽和该图形正投影的宽之间的关系。

第七课 解析几何

了解解析几何的产生。

• 提前预习：《几何原本》从定义和公设出发，通过逻辑推理，从而展开全部几何学。

• 学习方法：讲述了解析几何从《几何原本》中诞生的历史。

第八课 空间坐标

了解空间坐标。

• 提前预习：平面坐标。

- **学习方法：**思考空间中点的表示方法。了解为了在空间中表示点坐标使用三个数字的必要性。了解利用求平面上两点距离的方法得到空间中求两点距离的方法，并得到球的方程式。

第九课 非欧几里得几何学

了解非欧几里得几何学。

- **提前预习：**平面上连接两点的最短距离为直线。
- **学习方法：**通过地球仪和棒球了解欧几里得平面公设的不成立性。了解欧几里得几何学以外的几何学的存在。



数学家简介

欧几里得 (Euclid, 约前330~前275)

他曾为托勒密王讲过课。

某天，这个王说几何学很难，

问道：“学习几何没有简单点的途径吗？”

欧几里得回答道：“在几何学习里，没有专门为王铺设的大道。”

欧几里得的《几何原本》称得上首屈一指。

从基本的假设出发，

选择定义并根据逻辑顺序排列这些定义。

欧几里得通过这个过程，

展示了极其重要的“证明精神”。



大家好，我是欧几里得！

我的生平几乎不为人所知。因为太久远所以没有留下什么确切的记录。我大约出生在公元前330年的叙利亚，曾在亚历山德里亚大学教授数学。

当时埃及的统治者托勒密王将知识分子聚集到叫作亚历山德里亚的新城中设立了亚历山德里亚大学。亚历山德里亚大学是一个和现在的大学形态基本类似的教育机构，是近千年来希腊人的学术中心。公元641年奥马尔将军占领了这座城市，6个月时间烧毁了所有书籍。我写的《几何原本》也付之一炬，只流传下来了赛翁的校本。

我曾经给托勒密王教过几何学。一次下课后，托勒密王问我有

没有领悟数学的捷径。于是我回答他：“在几何学习里，没有专门为王铺设的大道。”某天有个学生过来问我：“学几何能得到什么呢？”于是我把下人叫过来说道：

“给他三个铜钱让他走。他学习几何就是为了一定要从里面得到点什么。”

亚历山德里亚的数学家帕福斯对我说过下面这番话：

“欧几里得对喜爱数学的人都很友好，他不炫耀自己，是一个性格温和且严谨的学者。”

我也写了很多关于光学、天文学和音乐的书，不过《几何原本》是最有名的。《几何原本》被翻译成很多国家的语言，可以说这是一本阅读率仅次于《圣经》的书。它将泰勒斯、欧多克索斯、泰阿泰德的定理综合在一起进行了严谨的证明，从而对既存的内容进行了完美的再整理。

以定义、公理、公设为基础，严谨地证明命题的《几何原本》体系非常适合培养逻辑思维能力，2000余年来被各所大学当作几何学教材使用。以它为根据的几何也被称为“欧几里得几何”。但是也不是说这种抽象逻辑推理就完全没有问题。它的内容都很抽象，没有提到具体量的计算，甚至连基本的计算三角形高的公式都没有，而且制图时使用的尺子也没有刻度。我们希腊人的思维方式无视具体实用的内容而认为抽象的东西才是智慧的。

不过《几何原本》里存在的这个问题经过后来许多数学家的努力得到了完善。我们现在生活的世界是三维的。3D游戏、3D立体电影等词中经常出现的“3D”就是“3-dimension(三维的意思)”的缩写。那么，现在我想和大家一起来学习三维空间。大家不要觉得难而害怕，我将和大家一起以轻松的心情开始空间图形之旅。

