娄太平◎著

Non-Geometrical Theory of Gravity——the Theory of Gravitational Interaction Between Matter

非几何引力论

——物质间的引力相互作用理论

科学出版社

非几何引力论

——物质间的引力相互作用理论

娄太平　著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书系统地阐述了物质间的引力相互作用——非几何引力相互作用存在的理论依据以及与几何化引力——万有引力之间的本质区别。全书共 11 章，详细介绍了非几何引力理论的提出及其在引力波与引力辐射、弯曲时空精确度规求解、非几何引力场量子化和宇宙学等方面的应用。

本书可供对广义相对论和量子引力感兴趣的读者阅读，也可供宇宙论研究者参考。

图书在版编目（CIP）数据

非几何引力论：物质间的引力相互作用理论/娄太平著. —北京：科学出版社，2017.10

ISBN 978-7-03-054736-1

Ⅰ. ①非…　Ⅱ. ①娄…　Ⅲ. ①引力-研究　Ⅳ. ①O314

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 246378 号

责任编辑：王喜军 / 责任校对：樊雅琼

责任印制：吴兆东 / 封面设计：壹选文化

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

北京建宏印刷有限公司 印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2017 年 10 月第　一　版　开本：787×1092　1/16

2017 年 10 月第一次印刷　印张：26 3/4

字数：630 000

定价：160.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　　言

爱因斯坦的广义相对论是精确的时空几何理论，但不是引力的相互作用理论。因此，广义相对论在描述与时空几何相关的物理问题时是十分成功的，如行星近日点进动、光线引力偏转、谱线引力红移和雷达波回波延迟等，但在描述与引力相互作用相关的物理问题时却存在局限性和不完备性，如引力辐射理论的基础不完备、引力场中存在几何奇点、引力场不能量子化以及宇宙中存在无法回避的暗物质等。然而许多科学家认为物质的质量（引力“荷”）之间应存在通过交换“引力子”而产生的引力相互作用，并且当今所观测到的引力波也间接地证明了引力相互作用存在的客观事实，但却无法从理论上给出合理的解释，因为几何化的引力场与量子场论不相容。

本书作者通过对爱因斯坦的引力场方程的精确求解和详细分析，从理论上证明了真空引力场中有引力波存在时，引力波波场中的曲率张量分量是不都为零的，即真空中含有产生引力场的“源”，这间接地从理论上证明了物质的质量之间必定存在引力相互作用，而且引力辐射就存在于爱因斯坦的引力场方程中。同时也表明，物质之间的引力相互作用与我们通常所认识的几何化的引力是有本质区别的。

本书是对作者十余年来关于引力研究结果的系统总结，是基于广义相对论，并通过类比电动力学而建立的引力相互作用理论——非几何引力理论，以期解释广义相对论无法完备解释的物理问题。全书共 11 章，其中第 1 章简单介绍了广义相对论及其成就和适用范围；第 2 章和第 3 章分别介绍了非几何引力理论及其在弱场时的近似表述；第 4 章介绍了非几何引力波和引力辐射；第 5～7 章分别研究并给出了静态球对称引力场、稳态轴对称引力场和低维静态引力场的精确解；第 8 章介绍了自由粒子在静态球对称引力场中运动的量子行为；第 9 章尝试建立了弯曲时空中非几何引力场的量子化理论；第 10 章研究了由基态粒子构成的“黑洞”的物理行为；第 11 章探讨了用非几何引力理论和广义相对论所描述的宇宙学。

由于本人能力所限，不妥之处在所难免，恳请读者给予批评和指正。

娄太平

2016 年 7 月 31 日于沈阳

目　　录

第 1 章　广义相对论

任何两个物体之间都存在着相互吸引的现象，这就是牛顿的万有引力定律，是牛顿在 1687 年出版的《自然哲学的数学原理》一书中首先提出的。万有引力定律指出：**任何两个物体之间都有相互吸引力，该引力大小与它们质量的乘积成正比，与它们之间距离的平方成反比，与这两个物体的化学组成和其间介质的种类无关**，其数学表述为

$$\boldsymbol{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}$$

式中，$\boldsymbol{F}$ 为这两个物体之间的引力矢量；m_1 和 m_2 分别为这两个物体各自的质量；$\boldsymbol{r}$ 为这两个物体之间的距离矢量；“负”号代表两个物体是相互吸引的；G 为万有引力常数。现在公认的万有引力常数值为：$G = 6.67\times10^{-11}\,\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}}$。

万有引力定律揭示了天体运动的规律，在天文学上和宇宙航行计算方面都有着广泛的应用和很高的精度。科学史上哈雷彗星、海王星、冥王星的发现，都是应用万有引力定律取得重大成就的例子。牛顿万有引力定律虽然在解释天体运动中取得了巨大的成就，但仍然存在着许多无法解释的问题，这些问题包括：①万有引力定律表现出了超距作用，即引力的传播速度似乎是以无限大速度瞬间完成的；②万有引力定律并不能完全地解释水星在沿其轨道运动到近日点时出现的进动现象，因为牛顿学说的预言与实际观察到的进动相比每世纪会出现约 43 弧秒的误差；③万有引力定律预言的引力作用下光线的偏转角只有实际观测结果的 1/2，等等。

牛顿的理论体系是建立在绝对时间和绝对空间的假设之上的。绝对空间满足三维欧几里得几何，绝对时间均匀流逝，它们的本性与在其中的任何具体物体及其运动是无关的。相对于绝对空间的静止或匀速直线运动的物体为参照物的坐标系是惯性系，任何两个不同的惯性系的空间和时间量之间满足伽利略变换，即对于两个惯性坐标系 $S=(x,y,z,t)$ 和 $S'=(x',y',z',t')$，二者沿着 x- 轴和 x'- 轴（这两个轴是彼此平行的），并以相对的均匀速度 υ 运动，若两个惯性坐标系的坐标原点 O 和 O' 重叠，取其两个坐标系的时间作为起点，即 $t=t'=0$，那么伽利略变换为

$$x' = x - \upsilon t\,,\ y' = y\,,\ z' = z\,,\ t' = t$$

在这种变换下，位置、速度是相对的，即相对于不同参考系其数值是不同的；而长度、时

间间隔是绝对的，即相对于不同参考系其数值是不变的。同时性也是绝对的，这表明相对于某一惯性系同时发生的两个事件，相对于其他的惯性系也必定是同时的。另外，牛顿力学规律在伽利略变换下保持形式不变，这一点符合伽利略**相对性原理**的要求。但是，在牛顿体系中一种简单的宇宙图像是：在无限大的绝对空间和无穷长的绝对时间中，无限多恒星或星系在其中大体静止，平均光度大致均匀。然而，这种简单的宇宙图景在万有引力的作用下是不稳定的，而且连“为什么夜间天空是黑暗的”这种简单的问题都无法回答。19世纪，麦克斯韦总结出的电磁学的麦克斯韦方程组中出现了光速 c 恒量，预言了电磁波的存在，并认为电磁波是在充满光以太的绝对空间中传播的。然而，麦克斯韦方程仅在相对于绝对空间静止的惯性系中成立，电磁波是光以太的波动。这种观念的必然推论是，由于地球相对于光以太的漂移速度而产生光速的变化，但相关的实验都证实并不存在以太漂移。这样，牛顿的绝对空间和光以太观念都受到了挑战。

1905 年，爱因斯坦提出狭义相对论，认为时间和空间都是相对的，从而突破了绝对时间和绝对空间的观念，否定了瞬时超距作用，从根本上动摇了建立在这些旧观念基础上的牛顿引力理论。经过约十年的探索，爱因斯坦于 1915 年提出了近代引力理论——广义相对论。广义相对论克服了牛顿万有引力定律所遇到的困难，完满地说明水星近日点的进动问题；预言光线在引力场中会发生偏转；强引力场中原子发出的光谱线和弱引力场中同种原子发出的同一光谱线相比，前者的光谱向红端移动。这些效应都在不同程度上得到观测和实验的证实。至此，广义相对论成为现代物理学的重要基石，是所有物理学规律必须服从的规则。

1.1 广义相对论原理

20 世纪初爱因斯坦提出的狭义相对论否定了 19 世纪光以太的存在，否定了牛顿的绝对空间和绝对时间，并通过相对性原理和光速不变原理把一维时间和三维空间联系起来，构成了相互联系的四维时间–空间结构。

1. 狭义相对论原理

构成狭义相对论的两条基本原理的第一个原理为**相对性原理**：所有惯性系都是等价的，即物理定律在所有的惯性系中都具有相同的表达形式。该原理表明运动的描述具有相对意义，绝对静止的参考系是不存在的。第二个原理为**光速不变原理**：真空中的光速是与惯性系无关的常数，即它与光源或观测者的运动无关。该原理表明真空是各向同性的，且

在不同的参考系中时间的流逝是不同的。

狭义相对论扩展了伽利略的相对性原理，不仅要求力学规律在不同惯性系中具有同样的形式，而且要求其他物理规律在不同惯性系中也具有同样的形式。爱因斯坦的光速不变原理表明，在不同惯性系中单程光速 c 是不变的。据此，不同惯性系的空间坐标和时间坐标之间不再遵从伽利略变换，而是遵从非齐次的洛伦兹变换。

考虑两个惯性坐标系 $S=(x,y,z,t)$ 和 $S'=(x',y',z',t')$，二者沿着 x- 轴和 x'- 轴（这两个轴是彼此平行的），并以相对的均匀速度 υ 运动。当两个惯性坐标系的坐标原点 O 和 O' 重叠时，取两个坐标系的时间作为起点，即 $t=t'=0$。则基于上述两条原理可给出著名的洛伦兹变换为[1]

$$x'=\frac{x-\upsilon t}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}},\ y'=y,\ z'=z,\ t'=\frac{t-x\upsilon/c^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} \tag{1.1}$$

狭义相对论要求平直四维时空中的所有四维矢量和张量均满足洛伦兹变换。上述给出的理论仅适用于平直时空。在平直的四维时空中，(x^μ) 与 $(x^\mu+\mathrm{d}x^\mu)$ 两点之间的距离 $\mathrm{d}s$ 可写为

$$\mathrm{d}s^2=g_{\mu\nu}^{(0)}\mathrm{d}x^\mu\mathrm{d}x^\nu=c^2\mathrm{d}t^2-\mathrm{d}x^2-\mathrm{d}y^2-\mathrm{d}z^2 \tag{1.2}$$

式中，$g_{\mu\nu}^{(0)}$ 为平直时空的度规，并表示为

$$g_{\mu\nu}^{(0)}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}$$

事实上，平直时空是一个理想的特殊形态，不具有一般性。为此，爱因斯坦于 1915 年将狭义相对论原理推广到具有一般性的弯曲时空中，并提出了近代几何化的引力理论——广义相对论。

2. 广义相对论原理

由于惯性系无法定义，爱因斯坦将相对性原理推广到非惯性系，提出了广义相对论的第一个原理——**广义相对性原理**（也称广义协变原理）：所有参考系在描述自然定律时都是等效的，即在不同参考系中一切物理定律完全等价，没有任何描述上的区别。

第二个原理是**光速不变原理**：真空中的光速在任意参考系内都是不变的。它等效于在四维时空中光的时空点是不动的。当时空是平直时，在三维空间中光以光速沿直线运动；当时空是弯曲时，在三维空间中光沿着弯曲的空间运动。可以说引力使光线偏转，但不可加速光子。

第三个原理是**等效原理**：惯性质量等于引力质量。质量有两种，惯性质量是用来度量物体惯性大小的，起初由牛顿第二定律定义，引力质量是度量物体引力荷大小的，起初由牛顿的万有引力定律定义，它们是互不相干的两个定律。广义相对论将惯性质量与引力质量完全相等作为等效原理的内容。惯性质量联系着惯性力，引力质量与引力相联系。这样，非惯性系与引力之间也建立了联系，那么在引力场中的任意一点都可以引入一个很小的自由降落参考系。等效原理使爱因斯坦认识到，引力场很可能不是时空中的外来场，而是一种几何场，是时空本身的一种性质。由于物质的存在，原本平直的时空变成了弯曲的时空。不受力的物体在弯曲时空中就是沿着测地线运动的，且测地线是两点间最短（或最长）的线，是唯一的。

爱因斯坦认为描述物理现象的“物理空间”不必是欧几里得空间，而是由空间中的物质（或能量）分布来决定的，是一般的非欧几里得空间。基于广义相对论原理，描述物理系统的时空是弯曲的，而且普通参考系应该用黎曼几何来描述。

1.2 黎曼张量运算

1854年，G.F.B.黎曼在格丁根大学发表题为“论作为几何学基础的假设”的就职演说。在这篇演说中，黎曼将曲面本身看成是一个独立的几何实体，而不是仅仅把它看成是欧几里得空间中的一个几何实体，并建立了黎曼几何。广义相对论则赋予了黎曼几何实际的物理意义，广义相对性原理要求所有的物理定律在任何时空坐标变换下均有协变性。这种变换性质的研究工具即为黎曼张量的微积分[1-3]。

1.2.1 黎曼张量

1. 逆变张量和协变张量

我们引用爱因斯坦的“求和符号规则”：凡在一项中有任何重复的指数，即代表对此指数的求和。如针对四维时空中的两个矢量 A_μ 和 B^ν ：$A_\sigma B^\sigma = A_0 B^0 + A_1 B^1 + A_2 B^2 + A_3 B^3$ 。

1）定义：**逆变张量**

设 A^ν 为在坐标系 (x^0, x^1, x^2, x^3) 中的矢量，而在坐标系 (x'^0, x'^1, x'^2, x'^3) 中则变为 A'^μ ，若满足变换关系

$$A'^\mu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} A^\nu \tag{1.3}$$

则称此矢量为逆变矢量（或一阶逆变张量）。其中 $\partial x'^{\mu}/\partial x^{\nu}$ 为张量在这两个坐标系 (x^0,x^1,x^2,x^3) 和 (x'^0,x'^1,x'^2,x'^3) 间的协变的微分关系。以此类推，如二阶逆变张量

$$T'^{\mu\nu}=\frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\alpha}}\frac{\partial x'^{\nu}}{\partial x^{\beta}}T^{\alpha\beta}$$

2）定义：**协变张量**

设 A_ν 为在 (x^0,x^1,x^2,x^3) 中的矢量，在 (x'^0,x'^1,x'^2,x'^3) 中为 A'_μ，若满足变换关系

$$A'_{\mu}=\frac{\partial x^{\nu}}{\partial x'^{\mu}}A_{\nu} \tag{1.4}$$

则称此矢量为协变矢量（或一阶协变张量）。以此类推，如二阶协变张量

$$T'_{\mu\nu}=\frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}}\frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\nu}}T_{\alpha\beta}$$

3）定义：**混合张量**

设 T_{α}^{β} 为在 (x^0,x^1,x^2,x^3) 中的张量，在 (x'^0,x'^1,x'^2,x'^3) 中为 $T_{\nu}'^{\mu}$，若满足变换关系

$$T_{\nu}'^{\mu}=\frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\nu}}\frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\beta}}T_{\alpha}^{\beta}$$

则此张量为混合张量。

4）定义：**标量**

设 $\Phi=\Phi(x^0,x^1,x^2,x^3)$ 为在 (x^0,x^1,x^2,x^3) 中的标量，在 (x'^0,x'^1,x'^2,x'^3) 中为 $\Phi'=\Phi(x'^0,x'^1,x'^2,x'^3)$。对于标量函数，在坐标变换过程中其值不变，即 $\Phi=\Phi'$，或写为

$$\Phi(x^0,x^1,x^2,x^3)=\Phi(x'^0,x'^1,x'^2,x'^3)$$

2. 度规张量

黎曼几何表明，在任何维度的空间中，(x^{μ}) 与 $(x^{\mu}+\mathrm{d}x^{\mu})$ 两点之间的距离写为

$$\mathrm{d}s^2=g_{\mu\nu}\mathrm{d}x^{\mu}\mathrm{d}x^{\nu} \tag{1.5}$$

式中，$\mathrm{d}s$ 为世界线微分（也称间隔线元或线元），且为一标量；$g_{\mu\nu}$ 为坐标的函数，称之为基本张量——度规。度规 $g_{\mu\nu}$ 为一对称的二阶协变张量，满足

$$g_{\mu\nu}=g_{\nu\mu} \tag{1.6}$$

定义逆变度规张量 $g^{\mu\nu}$ 为：$g^{\mu\nu}=D_{\mu\nu}/|g|$，其中 $|g|$ 为 $n\times n$ 行列式 $\|g_{\mu\nu}\|$ 的绝对值，而 $D_{\mu\nu}$ 为将行列式 g 中的 μ 列及 ν 行之元素去掉后所形成的 $(n-1)\times(n-1)$ 行列式，再乘上 $(-1)^{\mu+\nu}$ 所得到的新行列式。逆变度规张量满足：$g^{\mu\sigma}=g^{\sigma\mu}$，并且有关系

$$g^{\mu\sigma}g_{\sigma\nu}=\delta_{\nu}^{\mu}=\begin{cases}1, & \mu=\nu\\0, & \mu\neq\nu\end{cases}$$

度规张量在张量运算中具有特殊的性质，例如利用协变度规张量 $g_{\mu\nu}$ 可将一逆变矢量