



普通高等教育“十三五”规划教材

工程力学 (第三版)

屈本宁 主编

融合数字化资源的
新形态教材
(双色)



科学出版社

普通高等教育“十三五”规划教材

工 程 力 学

(第三版)

主 编 屈本宁

副主编 杨邦成

科学出版社

内 容 简 介

本书是根据教育部高等学校力学教学指导委员会力学基础课程教学指导分委员会颁布的理工科非力学专业力学基础课程基本要求(2008年版)中理论力学课程基本要求(B类)中静力学的要求和材料力学课程基本要求(B类)编写而成。本书分两篇共15章。分别阐述静力学和材料力学的基础理论和方法,并以材料力学内容为主。

本书注重与工程实际相结合,深入浅出,通过大量例题阐述分析问题、解决问题的思路及方法。每章附有多种形式的思考题和习题,习题附有参考答案。

本书利用现代教育技术和互联网信息技术,将部分学生难以理解的知识点,通过二维码技术实现教学互动,以达到帮助学生理解知识点的目的。

本书可作为工科非机械类和非土建类各专业本科、专科64~80学时工程力学课程的教材,也可供开放大学学生、自学者以及工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/屈本宁主编. —3版. —北京:科学出版社,2017.8

普通高等教育“十三五”规划教材

ISBN 978-7-03-054417-9

I. ①工… II. ①屈… III. ①工程力学—高等学校—教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第217332号

责任编辑:邓 静 张丽花 / 责任校对:郭瑞芝

责任印制:霍 兵 / 封面设计:迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京市密东印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年2月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2017年8月第 三 版 印张:22

2017年8月第十三次印刷 字数:522 000

定价:56.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

版权所有,盗版必究

举报电话:010-64034315 010-64010630

第三版前言

本书分别于 2003 年出版第一版和 2008 年出版第二版,并在 2009 年荣获云南省高校优秀教材奖。本书对应的工程力学课程是云南省精品课程(2005 获评)和云南省精品课程资源共享平台课程(2012 获评)。经过多年的教学实践,我们感到在内容的取舍、编排及描述等方面仍有进一步提高和改进的空间。另外,信息时代改变了人们获得信息的方式,读者希望通过互联网平台的各种通道获取课程更多的信息。因此,为更好满足教学及信息化的需要,拟对本书进行改版。在保持本书主要内容、体系和叙述风格的基础上,在以下几个方面进行了修订:

(1)部分章节在内容的叙述上进行了充实、改进和调整,使其更清晰、简洁。

(2)为突出工程力学理论的工程应用,在某些章节增加了工程应用实例,使理论与工程问题结合更加紧密,内容更加充实和全面。

(3)对部分内容进行了必要的增删和修改,精炼了文字叙述,统一了名称,力求达到精炼、准确。

(4)在部分章节内容配有相应的视频或动画,通过扫二维码链接可观看,帮助读者建立直观概念,更好地理解知识点。

本书由屈本宁任主编并修订前言,绪论,第 1、2、3 章;杨邦成任副主编并修订第 8、9、15 章;蓝虹修订第 5、6、7、10、11 章;李鹏程修订第 4、12、13、14 章及附录 II;王时越修订附录 I。

本书虽经再次修订,但由于编者水平有限,书中的不足之处仍在所难免,敬请读者批评指正。

特别感谢科学出版社给予的热情鼓励与支持,以及责任编辑为本书顺利出版而付出的心血。

编者

2017 年 2 月

第一版前言

本书根据教育部高等工科本科理论力学课程基本要求(中学时)中静力学的要求和材料力学课程基本要求(中学时)以及教育部工科力学课程教学指导委员会面向 21 世纪工科力学课程教学改革的要求在原有讲义基础上编写而成。全书内容涵盖了工程力学的全部基本内容。书中的物理量符号、名称和计量单位均采用国际单位制。

在编写中对与物理重复的部分以及课程自身重复部分进行了精简和重组,提高了起点。并以学习力学基本知识和能力培养为目标,吸取了现行教材之所长和编者多年的教学经验。在叙述方面,深入浅出,注重概念引入的工程背景以及分析和解决问题的思路和方法。书中安排了较多的例题,精选各型思考题和习题,难度适中。习题均附有答案,既适合课堂教学又便于自学。

本书可作为工科非机类和非土建类各专业本科、专科 70~80 学时工程力学课程的教材,也可供电大生、自学者,以及工程技术人员参考。

全书分二篇共十五章。由屈本宁任主编并编写前言,引言,第一、二、三章;张曙红任副主编并编写第十二、十三、十四、十五章;李鹏程编写第四章;郑辉中编写第五、六章及型钢表;蓝虹编写第七、八、九、十、十一章及索引;文宏光编写力学实验部分。

为使本书尽快出版,科学出版社给予了热情的帮助和大力支持,责任编辑付出了大量辛勤的劳动,在此一并表示衷心的感谢。由于编者水平有限,书中的不足之处在所难免,敬请读者批评指正。

编者

2002 年 11 月

目 录

绪论 1

第一篇 静力学

第 1 章 静力学基础 3	
1.1 静力学基本概念及静力学公理 3	
1.1.1 力和刚体的概念 3	
1.1.2 静力学公理 4	
1.2 力在坐标轴上的投影 7	
1.2.1 力在轴上的投影 7	
1.2.2 力在直角坐标轴上的投影 7	
1.3 力矩 9	
1.3.1 力对点之矩 10	
1.3.2 合力矩定理 11	
1.3.3 力对轴之矩 12	
1.3.4 力对点之矩与力对通过该点的轴之矩的关系 13	
1.4 力偶和力偶矩 13	
1.4.1 力偶的表示 13	
1.4.2 力偶的等效定理及力偶的性质 14	
1.5 物体的受力分析及受力图 15	
1.5.1 自由体与非自由体、约束与约束反力 15	
1.5.2 工程中常见约束的分类及其约束反力 16	
1.5.3 物体的受力分析方法及步骤 19	
思考题 22	
习题 24	
第 2 章 力系的简化 27	
2.1 汇交力系的合成 27	
2.1.1 汇交力系合成的几何法 27	
2.1.2 汇交力系合成的解析法 28	
2.2 力偶系的合成 29	
2.3 任意力系向任意一点简化 主矢和主矩 30	
2.3.1 力的平移定理 30	
2.3.2 力系向任意一点简化 主矢和主矩 31	

2.4 力系简化结果讨论 32	
2.5 平行力系的中心和重心 37	
2.5.1 平行力系的中心 38	
2.5.2 物体的重心及其确定方法 38	
思考题 41	
习题 42	
第 3 章 力系的平衡方程及其应用 44	
3.1 空间任意力系的平衡条件和平衡方程 44	
3.1.1 空间任意力系的平衡条件与方程 44	
3.1.2 平衡方程的几种特殊形式 45	
3.2 平面力系平衡方程的应用 48	
3.2.1 单个物体的平衡问题 48	
3.2.2 物体系统的平衡问题 52	
3.3 空间力系平衡方程的应用 59	
3.4 考虑摩擦时的平衡问题 62	
3.4.1 静滑动摩擦力和静滑动摩擦定律 62	
3.4.2 考虑摩擦时的平衡问题举例 63	
3.4.3 滚动摩擦阻概念 66	
3.5 工程应用举例 68	
思考题 71	
习题 72	

第二篇 材料力学

第 4 章 材料力学的基本假设和基本概念 80	
4.1 材料力学概述 80	
4.2 材料力学的基本假设 81	
4.3 外力、内力与截面法 82	
4.3.1 外力及其分类 82	
4.3.2 内力与截面法 82	
4.4 应力 84	
4.5 应变 85	
4.5.1 正应变 85	

4.5.2 切应变	86	8.3 切应力互等定理·剪切虎克定律	132
4.6 杆件变形的基本形式	86	8.3.1 薄壁圆管的扭转	132
思考题	88	8.3.2 切应力互等定理	133
习题	88	8.3.3 剪切虎克定律	133
第5章 轴向拉压杆的应力与变形	90	8.4 圆轴扭转时的应力与变形	133
5.1 轴向拉压概述	90	8.4.1 实心圆轴横截面上的应力	133
5.2 轴力与轴力图	91	8.4.2 任意两横截面之间的相对扭转角	136
5.3 轴向拉压杆的应力	93	8.5 圆轴扭转的强度条件和刚度条件	139
5.3.1 横截面上的应力	93	8.5.1 强度条件	139
5.3.2 斜截面上的应力	96	8.5.2 刚度条件	140
5.4 拉压强度条件及应用	97	8.6 矩形截面杆的自由扭转	142
5.5 轴向拉压杆的变形	100	思考题	144
5.5.1 轴向拉压杆的变形	100	习题	145
5.5.2 拉压胡克定律	101	第9章 弯曲应力及弯曲强度	149
5.5.3 轴向变形算例	102	9.1 弯曲受力概述	149
5.6 简单拉压超静定问题	103	9.2 剪力、弯矩与剪力图、弯矩图	151
思考题	106	9.2.1 剪力和弯矩	151
习题	107	9.2.2 剪力图和弯矩图	154
第6章 材料拉伸和压缩时的力学性能	111	9.3 剪力、弯矩与分布载荷集度之间的微分关系	157
6.1 材料拉伸时的力学性能	111	9.3.1 剪力、弯矩与分布载荷集度之间的关系	157
6.1.1 低碳钢拉伸时的力学性能	112	9.3.2 微分关系的运用	158
6.1.2 其他材料在拉伸时的力学性能	114	9.4 弯曲正应力	163
6.2 材料压缩时的力学性能	115	9.4.1 纯弯曲时梁横截面上的正应力	163
6.3 应力集中	116	9.4.2 纯弯曲理论在一般横力弯曲中的应用	166
6.4 失效与许用应力	117	9.5 惯性矩	169
思考题	118	9.5.1 惯性矩的一般定义	169
习题	119	9.5.2 惯性矩的平行轴公式	170
第7章 剪切	121	9.5.3 组合截面惯性矩的计算	171
7.1 连接件受力概述	121	9.6 梁的弯曲切应力	172
7.2 连接件的实用计算	122	9.6.1 矩形截面梁的切应力	172
7.2.1 剪切的实用计算	122	9.6.2 工字形截面梁腹板上的切应力	173
7.2.2 挤压的实用计算	123	9.6.3 圆形及圆环形截面梁的最大切应力	173
思考题	126		
习题	126		
第8章 杆件的扭转	128		
8.1 扭转概述	128		
8.2 轴的外力偶矩、扭矩及扭矩图	129		
8.2.1 外力偶矩的计算	129		
8.2.2 轴的扭矩	129		
8.2.3 扭矩图	130		

9.7 梁的弯曲强度计算	173	12.3.2 应力圆的绘制和应用	232
9.7.1 梁的弯曲正应力强度条件和 强度计算	173	12.4 平面应力状态的极值应力与 主应力	234
9.7.2 梁的切应力强度计算	177	12.5 三向应力状态的最大主应力	238
9.8 梁的合理强度设计	178	12.5.1 三向应力状态的应力圆	238
9.8.1 载荷及支座的合理配置	178	12.5.2 最大主应力和最大切应力	239
9.8.2 梁的合理截面设计	179	12.6 广义胡克定律	240
9.8.3 合理设计梁的外形	181	12.7 三向应力状态下的应变能	242
9.9 工程设计举例	182	思考题	243
思考题	185	习题	244
习题	187	第 13 章 强度理论与组合变形	247
第 10 章 弯曲变形	195	13.1 强度理论概述	247
10.1 弯曲变形概述	195	13.2 关于断裂的强度理论	248
10.2 梁变形的基本方程	196	13.2.1 最大拉应力理论 (第一强度理论)	248
10.2.1 梁的挠曲线微分方程	196	13.2.2 最大拉应变理论 (第二强度理论)	249
10.2.2 积分法计算梁的变形	197	13.3 关于屈服的强度理论	249
10.3 计算梁变形的叠加法	201	13.3.1 最大切应力理论 (第三强度理论)	249
10.3.1 载荷叠加法	202	13.3.2 畸变能密度理论 (第四强度理论)	250
10.3.2 逐段分析求和法	205	13.4 拉伸(压缩)与弯曲组合变形 强度计算	252
10.4 简单超静定梁	207	13.5 扭转与弯曲组合变形 强度计算	254
10.5 梁的刚度条件与合理 刚度设计	209	13.6 工程应用举例	257
10.5.1 梁的刚度条件	209	13.6.1 力学模型的建立	258
10.5.2 梁的合理刚度设计	211	13.6.2 外力计算	259
思考题	212	13.6.3 内力计算	260
习题	213	13.6.4 应力计算	261
第 11 章 能量法	216	思考题	265
11.1 杆件弹性变形能	216	习题	267
11.1.1 线弹性体上的外力做功	216	第 14 章 压杆稳定问题	270
11.1.2 杆件拉压、扭转和弯曲时的 变形能	217	14.1 稳定性概述	270
11.1.3 杆件变形能一般公式	219	14.2 细长杆的临界压力	272
11.2 莫尔定理	220	14.2.1 两端铰支细长杆的临界 压力	272
11.2.1 莫尔定理	220	14.2.2 两端非铰支细长杆的临界 压力	273
11.2.2 莫尔积分求杆件变形	222		
思考题	225		
习题	225		
第 12 章 应力状态分析	228		
12.1 应力状态概述	228		
12.2 平面应力状态应力分析	230		
12.3 应力圆	232		
12.3.1 应力圆	232		

14.3 欧拉公式的适用范围及中、小柔度杆的临界应力	275	15.3 交变应力与循环特性	293
14.3.1 临界应力与柔度	275	15.4 材料的持久极限	295
14.3.2 欧拉公式的适用范围	276	15.4.1 疲劳实验与 $S-N$ 曲线	295
14.3.3 临界应力的经验公式	276	15.4.2 持久极限	296
14.4 压杆的稳定实用计算及合理设计	279	15.5 影响构件持久极限的主要因素	296
14.4.1 安全因数法	279	15.5.1 构件外形的影响	296
14.4.2 折减系数法	280	15.5.2 构件截面尺寸的影响	297
14.4.3 压杆的合理设计	280	15.5.3 表面加工质量的影响	298
思考题	282	思考题	299
习题	283	习题	300
第 15 章 动载荷	286	附录 I 金属材料的力学性能试验	303
15.1 惯性力问题	286	I.1 金属材料的拉伸实验	303
15.1.1 惯性力的概念与动静法	286	I.2 金属材料的压缩实验	306
15.1.2 等加速度直线运动构件的应力计算	287	I.3 金属材料的扭转实验	308
15.1.3 等速旋转构件的应力计算	288	I.4 梁的纯弯曲正应力实验	310
15.2 杆件受冲击时的应力计算	289	I.5 电子万能试验机	312
15.2.1 冲击时的应力计算及冲击动荷因数	289	I.6 液压式万能材料试验机	313
15.2.2 提高构件抗冲击能力的措施	293	I.7 电阻应变测量简介	315
		附录 II 热轧型钢规格表 (GB/T 706—2008)	320
		部分习题参考答案	333
		参考文献	344

绪 论

工程力学由静力学和材料力学两部分内容组成，主要研究物体的受力分析、平衡条件及构件的强度、刚度和稳定性。随着现代科学技术的发展，力学的应用已渗入到许多学科领域。作为一般工程专业的一门技术基础课，工程力学课程所介绍的力学基本概念、基本理论和基本方法，既可以直接用于解决工程实际问题，又是学习一系列后续技术基础课和专业课程的重要基础。

静力学研究力的基本性质、力系的简化方法及力系平衡的理论，并用于对物体进行受力分析和计算，是工程力学的基础部分。力系指作用在物体上的一群力；平衡是机械运动的特殊情况，指物体相对地球保持静止或匀速直线运动。而机械运动是物体在空间的位置随时间改变的现象。静力学侧重研究物体的外力以及这些外力之间的平衡关系，因此忽略物体的变形，将物体简化为刚体来研究。

材料力学研究构件在外力作用下的变形、受力与破坏的规律。为合理设计构件截面形状和尺寸，选择适当的材料提供有关强度、刚度与稳定性分析的基本理论和方法。与静力学不同，材料力学研究物体内部的受力与变形，并将构件视为弹性变形体。

所谓构件，指机械或工程结构的每一组成部分；构件要实现预定的功能，必须具备一定的承载能力。而构件的承载能力包括强度、刚度和稳定性三个方面的能力。其中，强度指构件在外力作用下抵抗破坏的能力；刚度指构件在外力作用下抵抗变形的能力；稳定性指构件在外力作用下保持原有平衡形态的能力。研究构件这三个方面的能力是材料力学的主要内容。

工程实际中，为保证构件能正常工作，需要对其进行承载能力方面的计算。例如图 0.1 所示的厂房结构，由立柱、屋顶、行车梁等构件组成，承受各个构件的自重、载荷重力、风雪的压力、地基的支承力等。在计算结构的承载能力时，工程力学中通常归结为三类问题：一类问题是设计问题。无论是厂房的总体结构还是其构件，在建造或制造前都要根据结构承载要求和经济条件进行设计。比如立柱，要保证满足强度条件、稳定性和经济性，必须合理选择材料；合理确定截面形状和尺寸等，这些都是设计时要解决的问题。第二类问题是校核问题。即在给定的载荷作用下，考察承受载荷的构件能否安全正常工作。比如起吊重物，钢丝绳会不会被拉断？行车大梁是否会发生过大弹性变形？等等。在设计过程或某些特定载荷作用下常需要根据强度、刚度和稳定性条件进行校核。第三类问题是确定许可载荷。即确定结构或构件在满足安全性的前提下所能承受的最大载荷。

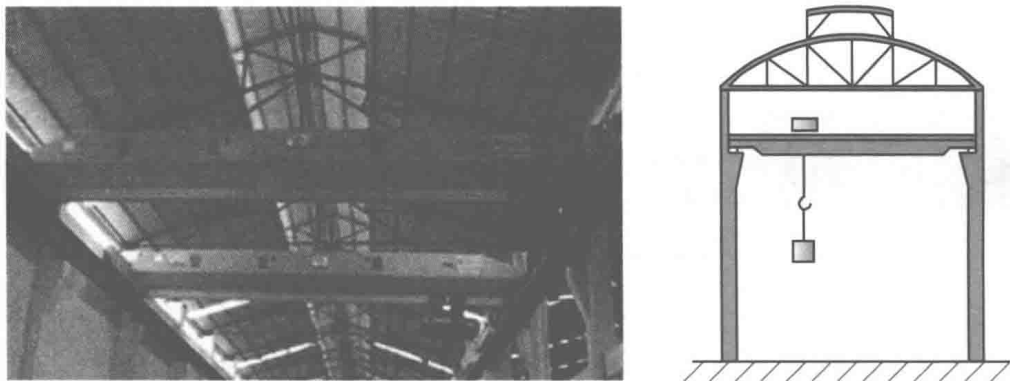


图 0.1

解决这三类问题,首先都要对结构或构件进行受力和计算,以确定构件所受的外力。这就需要应用静力学理论和方法,对各个构件的受力进行分析,并应用平衡方程计算各个构件(如组成屋架的各杆件、吊车梁、立柱、基础等)上所受外力的大小。其次对结构或构件进行强度、刚度和稳定性方面的计算,解决受力构件的三类问题。这就要用到材料力学的理论和方法。由此可见,材料力学以静力学为基础,二者相互联系和衔接,形成了工程力学。因此在学习过程中,既要注意每部分在研究对象、内容和方法上的区别,又要注意后面部分对前面部分的理论和方法的应用,这样才能学好这门课。

第一篇 静力学

本篇静力学部分介绍的是力对物体作用的外效应，以刚体为对象研究了力的性质及平衡规律。

第1章

静力学基础

静力学理论是从静力学公理出发，以静力学基本概念和力的作用效应为基础，经逻辑推理和数学演绎而得到的。因此本章介绍静力学基本概念、静力学公理、力矩、力偶、物体受力分析方法和受力图，侧重研究力的基本性质。

1.1 静力学基本概念及静力学公理

1.1.1 力和刚体的概念

力的概念和刚体的概念是静力学中的两个基本概念。

1. 力的概念

力的概念是人们从生产实践中总结出来的。定义为：力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的运动状态和形状发生改变。如放在直线轨道上的小车，开始是静止的，在一水平力作用下，由静止变为运动，其运动状态发生了改变，如图 1.1(a) 所示。

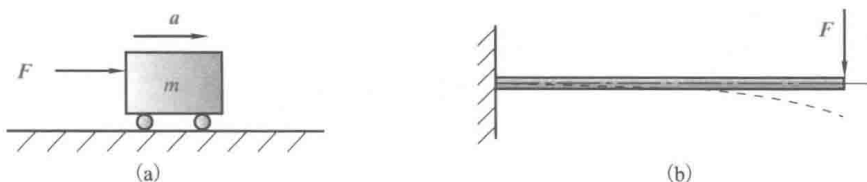


图 1.1

又如跳水运动员用的跳板,当运动员站上去时,在重力作用下跳板产生了变形,如图 1.1(b)所示,其轴线由直线变为虚线所示的曲线。由此,将力使物体运动状态的改变称为力的外效应,而将力使物体形状的改变称为力的内效应。一般情况下,力使物体同时发生运动状态和形状的改变,两种状态共存。而在实际工程中,研究力对物体的作用,应根据研究重点而有所侧重。如上述的小车,运动状态的改变是主要的,可略去受力后小车的变形,侧重研究力的外效应;而对于跳板,变形是主要的,略去引起运动改变的外效应,而侧重研究力的内效应。

实践证明,力对物体的作用效果取决于力的大小、方向和作用点三个要素。这三要素可用矢量概括,如图 1.2 所示,矢量的长度表示力的大小,箭头表示方向,矢尾端 A 表示作用点(也可用矢端表示力的作用点)。

力的国际单位为牛顿(N)或千牛(kN)。

2. 刚体的概念

刚体是在任何情况下,大小和形状都不改变的物体。刚体是对实际受力物体的力学抽象。自然界中任何物体受力后都要发生变形。如果物体变形较小,在研究平衡或运动时不起主要作用,变形可以略去不计。如图 1.3 所示的横梁,在力 F 的作用下其挠度 δ 仅为梁长度 l 的千分之几。在考察横梁平衡时可以略去因挠度引起的梁水平长度的微小变化,仍用梁的原长进行计算,不致引起显著的误差。显然,刚体模型的引入,既反映了问题的主要方面又能保证精度,简化计算过程。应当注意,刚体模型仅适应于小变形问题,不适用于大挠度、大应变和与变形有关的问题。

静力学以刚体为研究对象。

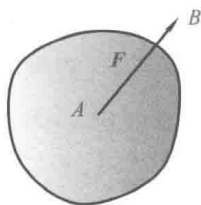


图 1.2

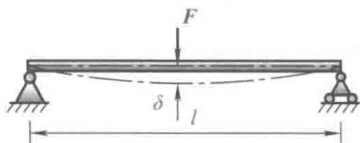


图 1.3

1.1.2 静力学公理

静力学公理是人们经过长期生产实践中总结并经实践反复检验的关于力的性质的客观真理。无需证明而为人们所公认。静力学公理是静力学的基础,主要有以下几个公理。

1. 二力平衡公理

作用在刚体上两个力平衡的必要与充分条件是:两个力的大小相等、方向相反并作用于同一直线上。如图 1.4 所示,即有

$$F_1 = -F_2 \quad (1.1)$$

满足此公理并且作用于同一物体上的两力,是最简单的平衡力系。二力平衡条件对于刚体是必要与充分条件,而对于变形体仅为必要条件而不是充分条件。如柔软的绳索,受大小相等方向相反的两个力拉伸时,可以保持平衡,但压缩时则不能保持平衡。

在工程中常有作用两个力而平衡的构件,称之为二力构件,如图 1.5 所示的无重弯杆 BC 及图 1.6 所示的无重刚杆 AB 均为二力构件,后者也称为“二力杆”。

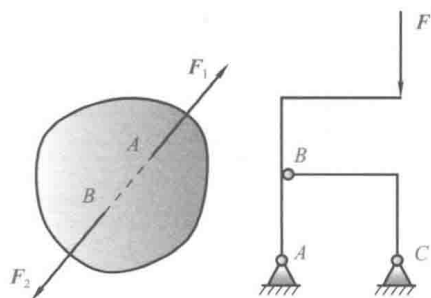


图 1.4

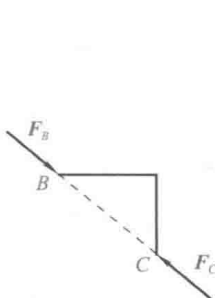


图 1.5

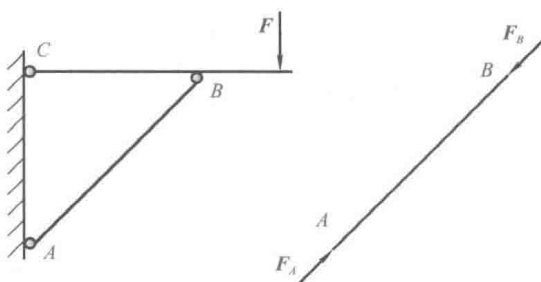


图 1.6

2. 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力，合力的作用点仍在该点，合力的大小和方向由这两个力矢为边构成的平行四边形的对角线确定。

平行四边形法则是力的合成方法，称为矢量加法。合力称为两分力的矢量和或几何和(图 1.7(a))，表示为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1.2)$$

此关系也可用平行四边形的一半表示，称为力三角形，如图 1.7(b)所示。对于复杂的共点力系，可以运用这一规则将各力两两合成得到合力。应用此法则也可将一个力分解为两个力。另外，此公理无论对刚体还是变形体都是适用的。

3. 加减平衡力系公理

在作用于刚体的已知力系上加上或减去任意平衡力系，不改变原力系对刚体的作用效应。

此公理表明，加、减平衡力系后的新力系与原力系等效。此公理只适用于刚体不适用于变形体。如图 1.8 所示的变形体在已知的力系 \mathbf{F} , \mathbf{F}' 上加上一对平衡力系 \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}'_1 。很显然，加平衡力系前后变形量是不相同的，因而不能等效。

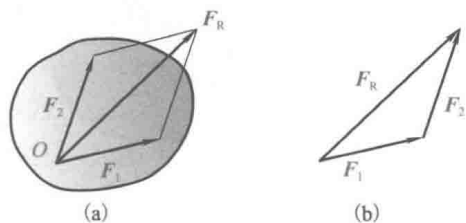


图 1.7



图 1.8

由此公理可以得到两个有用的推理。

推理 1(力的可传性原理) 作用在刚体上某点的力，可沿其作用线移到刚体的任意点而不改变该力对刚体的作用。

设有一力 \mathbf{F} 作用于刚体上 A 点，在力 \mathbf{F} 作用线上某点 B 处加上一对平衡力 \mathbf{F}_1 和 \mathbf{F}_2 ，如图 1.9 所示，并使 $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ 。据加减平衡力系公理，不改变力 \mathbf{F} 对刚体的作用。此时又可将 \mathbf{F} 和 \mathbf{F}_2 看作是一对平衡力，又据此公理，可以减去，因此图 1.9(a) 与 1.9(c) 所示的情形等效。由此可知，力 \mathbf{F} 被由点 A 沿其作用线移到了点 B ，由于 B 点是任取的，于是推理成立。

力的可传性原理使力对刚体作用效应的三要素成为力的大小、方向和作用线。因此对于刚体，力是滑动矢量。

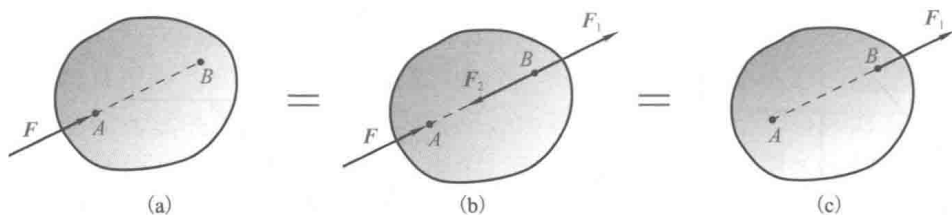


图 1.9

对于变形体,力的可传性原理不能成立。如图 1.10 所示的变形体在图 1.10(a) 中轴向力的作用下,产生拉伸变形,如虚线所示。若将 A 端的力沿其作用线移到 B 端而将 B 端的力沿其作用线移到 A 端,如图 1.10(b) 所示,此时变形体产生压缩变形,如虚线所示,显然与两力移动前不等效。

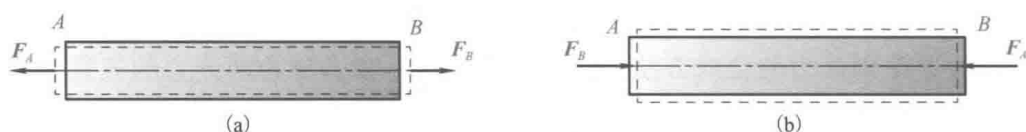


图 1.10

推理 2(三力平衡汇交定理) 作用于刚体上的三个相互平衡的力,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交点。

如图 1.11 所示在刚体上 A 、 B 、 C 三点处作用有三个相互平衡的力 F_1 、 F_2 和 F_3 。将力 F_1 和 F_2 沿其作用线移至汇交点 O 并按平行四边形法则求得合力 F_{12} 。合力 F_{12} 位于 F_1 和 F_2 构成的平面,此时刚体受两力 F_{12} 和 F_3 的作用而平衡。由二力平衡公理,两力必共线,故 F_3 必通过 F_1 与 F_2 的汇交点, F_{12} 与 F_3 也必在同一平面内,亦即三力 F_1 、 F_2 、 F_3 共面。推理得证。

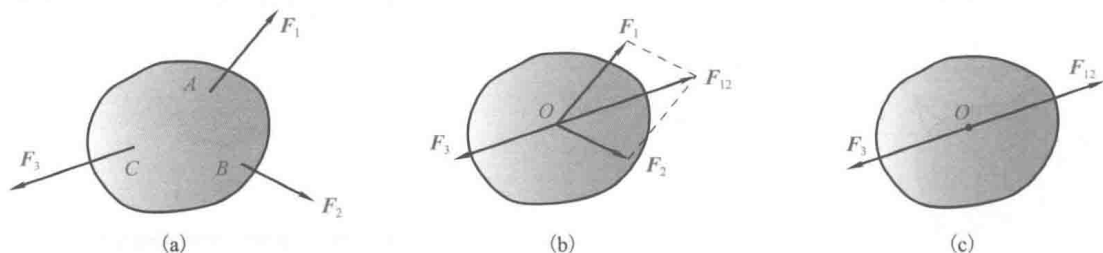


图 1.11

4. 作用与反作用定律

两物体间作用力与反作用力总是同时存在,两力的大小相等方向相反,沿着同一直线,分别作用在两个相互作用的物体上。例如图 1.12 所示的物体与绳间的受力,力 F 和 F' 是作用力与反作用力。

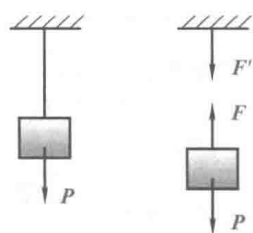


图 1.12

应当注意,作用力反作用力分别作用在两个物体上,与二力平衡公理不同,它们不是平衡力系。

5. 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡若将此变形体刚化(硬化)为刚体,则其平衡状态保持不变。

此公理建立了刚体的平衡条件与变形体平衡条件之间的关系。说明变形体平衡时与将变形体视为(硬化)为刚体后的平衡条件相同。由此,

可以将静力学导出的刚体的平衡条件应用到变形体问题中，从而扩大了刚体静力学的应用范围。

注意，此公理的应用前提是变形体在力系作用下处于平衡状态，否则不能应用。

1.2 力在坐标轴上的投影

在静力学中，着重研究作用在刚体上力系的简化(合成)及力系的平衡问题。通常有两种方法，其一称为几何法，即基于平行四边形法则或三角形法则，绘制力多变形来研究。此法原理清楚直观，但不易操作，精度差；其二是解析法，即运用力在坐标轴上投影的方法来研究，优点是容易计算，精度高，能处理复杂问题。本书侧重介绍解析法。

1.2.1 力在轴上的投影

由力的定义可知，力是矢量，因此力在轴上的投影与矢量在轴上的投影相同。

设力 F 作用于 A 点，如图 1.13 所示，分别过矢量的 A 和 B 两点作 x 轴的垂线(相当于垂直于 x 轴的上方有一束平行光线照下来)，垂足分别为 a 和 b 。令 $F_x=ab$ 称为力在轴 x 上的投影。若 F 与 x 正向的夹角为 α ， i 为 x 轴的单位矢量，则力的投影大小为

$$F_x = F \cdot i = F \cos \alpha \quad (1.3)$$

即，力在轴上的投影等于力 F 与 x 轴单位矢量 i 的点乘或等于力的大小与力矢量和投影轴正向间夹角余弦的乘积。显然，力在轴上的投影是代数量。图 1.13(a)和图 1.13(b)所示分别表示力在轴上为正和为负的投影。当力与投影轴垂直时，力在轴上的投影等于零。在实际计算时，为方便常采用较直观的方法判断投影的正负号。如从 a 到 b 的指向与坐标轴正向相同，则投影为正，如图 1.13(a)所示，反之投影为负，如图 1.13(b)所示。

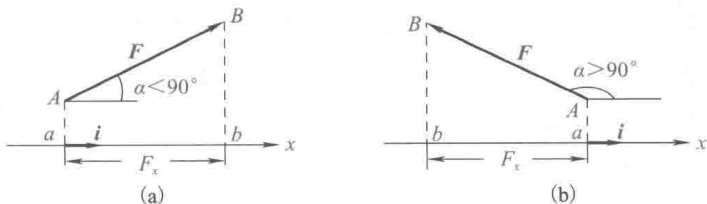


图 1.13

1.2.2 力在直角坐标轴上的投影

将力在坐标轴上投影的方法应用到直角坐标系中。如图 1.14 所示，已知力 F 与平面直角坐标轴 x 、 y 的夹角分别为 α 和 β ，则力 F 在 x 、 y 轴上的投影分别为

$$F_x = F \cdot i = F \cos \alpha, \quad F_y = F \cdot j = F \cos \beta = F \sin \alpha \quad (1.4)$$

而力 F 沿坐标轴 x 和 y 的分力分别为 F_x 和 F_y ，它们的大小分别与力在 x 和 y 轴上的投影相等。此时力的解析表达式为

$$F = F_x + F_y = F_x i + F_y j \quad (1.5)$$

如果已知力 F 在轴上的投影 F_x 、 F_y ，则可以求得力的大小和方向。即

$$\left. \begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \cos \alpha &= \frac{F_x}{F}, \quad \cos \beta = \frac{F_y}{F} \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

应当注意, 在直角坐标下, 沿坐标轴的分力的大小与力在轴上的投影相等, 易将力的分力和投影两个不同的概念相混淆。实际上, 力的分力按平行四边形法则运算得到, 仍为矢量, 而力的投影则按式(1.4)计算得出, 是代数量。如图 1.15 所示力 F 在斜坐标下的分解与投影, 表明了分力 F_x 、 F_y 与投影 F_x 、 F_y 的区别。

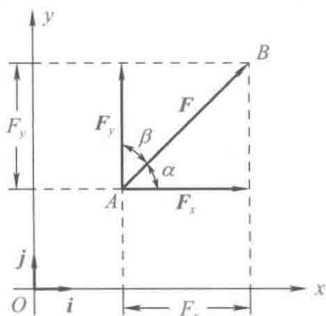


图 1.14

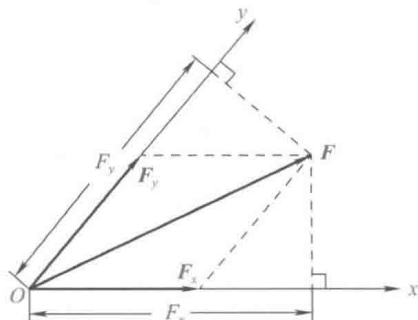


图 1.15

将力投影的概念应用到三维直角坐标中。设力 F 与三个坐标轴 x 、 y 和 z 的夹角分别为 α 、 β 和 γ , 如图 1.16 所示。按力在轴上的投影定义, F 在三个坐标轴上的投影分别为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cdot i = F \cos \alpha \\ F_y &= F \cdot j = F \cos \beta \\ F_z &= F \cdot k = F \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

通常, 在空间坐标下要同时确定力与坐标轴的三个夹角是不易的。在实际计算中, 采用先确定力与某一坐标的夹角并求出力在该轴上的投影, 再将力在垂直于该轴的坐标平面上投影, 得到一力矢量, 然后再将该力在平面内的坐标轴上投影。例如已知力 F 与 z 轴的夹角为 γ , 则力在轴上的投影为 $F_z = F \cos \gamma$ 。为求 F_x 和 F_y , 先将力 F 投影到 Oxy 平面得到力矢 F_{xy} , 其大小为 $F_{xy} = F \sin \gamma$, 再将力 F_{xy} 分别向 x 和 y 轴投影, 若已知力 F_{xy} 与 x 轴的夹角为 φ , 如图 1.17 所示, 则可得

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_{xy} \cos \varphi = F \sin \gamma \cos \varphi \\ F_y &= F_{xy} \sin \varphi = F \sin \gamma \sin \varphi \\ F_z &= F \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

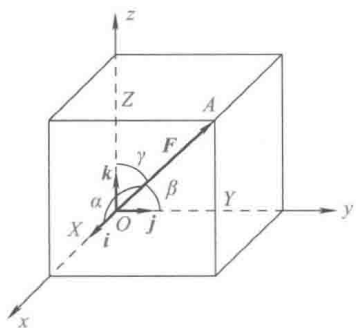


图 1.16

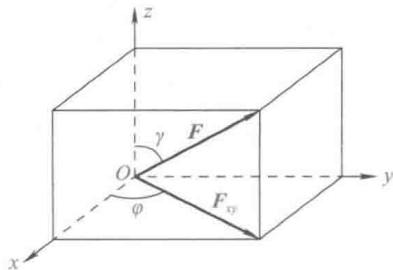


图 1.17