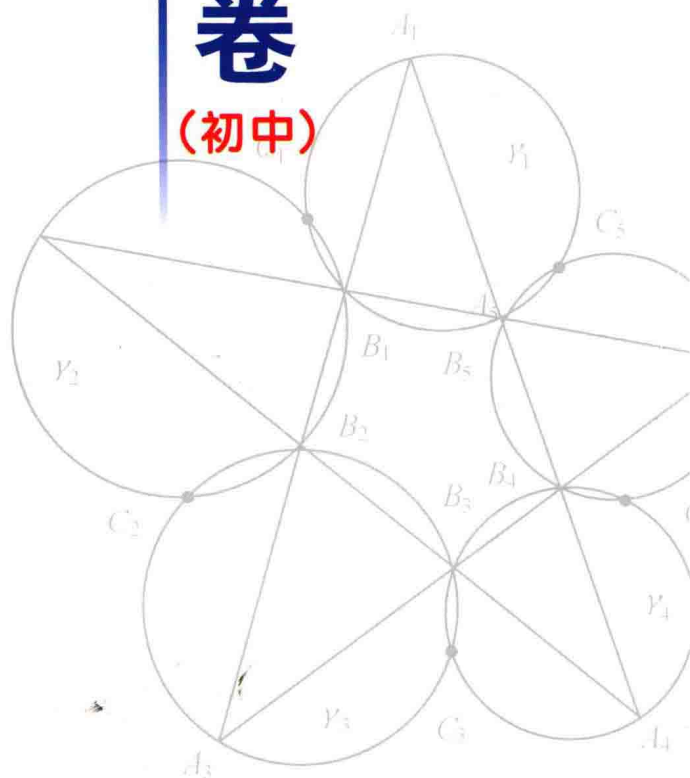


TUTIANXIAJIHEXINTISHIJUAN

陶祖金 著

图天下几何新题试卷

(初中)



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图天下几何新题试卷(初中)

陶祖金 著

哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

图天下几何新题试卷(初中)共 24 套,名称(即内容)依次是:平面图形,立体图形,线段、角,相交线、平行线,全等三角形(2 套),等腰三角形,勾股定理,平行四边形,矩形,菱形,正方形,梯形,相似形(2 套),圆(5 套),平移,旋转,轴对称,任意四边形.

每套试卷 12 道大题,时间 150 分钟,每道题 10 分,满分 120 分.

每套都由引言,试卷题目,解答参考三部分组成.

本系列试卷主要供广大初中生学习几何时对各章节的自我检测,或中考前复习使用,也适合于广大数学爱好者,初高中数学竞赛选手,初高中数学教师,奥数教练员及几何专家参考.

图书在版编目(CIP)数据

图天下几何新题试卷. 初中/陶祖金著. ——哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2017. 1

ISBN 978-7-5603-6359-2

I. ①图… II. ①陶… III. ①几何课—初中—习题集
IV. ①G634.635

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 307944 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 张永芹 刘春雷

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂

开 本 787mm×960mm 1/16 印张 27.75 字数 498 千字

版 次 2017 年 1 月第 1 版 2017 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-6359-2

定 价 58.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

图天下,是指
图形的天下
几何的世界

在这里,你会

领略到:几何之新

感悟到:几何之奇

欣赏到:几何之美

学习到:几何之法

致读者

亲爱的读者：

首先，对你能从百忙中抽出宝贵的时间来看本书表示衷心的感谢和感谢！

本书所有命题的首要目标是探索、揭示常见图形的重要性质并加以运用，而不像竞赛题那样一味追求难度，其中一部分出自对经典名题的解析，但更多的是来自对几何之源的探索。

本系列试卷，就是因为一个“新”字，看点众多，精彩纷呈，知识量巨大！新概念，新定义，新见解，新发现，新定理，新证法，就像高山上的泉水沁人心脾，又如大海的波浪叩人心扉！

24 套试卷，288 道题，每道题都要求全新、自然、简明、深刻、优美、高洁！整体要求：内容丰富、全面，代表杰出、高效，难易适当，层次分明，力求达到引领初等几何的新潮流的目的！

当你在看或做这些新题的时候，一定会有超出意料的美妙感受：这些新题千姿百态，争奇斗艳，魅力无限，引人入胜！就像一首首诗，一幅幅画，一支支歌，触发你的灵感，激扬你的智慧，增强你的能力，陶冶你的情操！只要按照每套引言、题目、解答三部曲去看、去做、去总结，你的几何水平一定会像芝麻开花节节高。

欢迎读者提出宝贵的意见和尖锐的批评，以便我们共同努力，及时修改完善，追求更好！

敬礼！

陶祖金

2016 年 6 月 1 日

说 明

读者在做本系列试卷时,可能常要用到下列几何定理(现行初中数学课本中没有明确提出),这些定理可直接应用. 其中有些定理有逆定理,不再一一列出. 如果读者想搞清楚它们的来历,可自行证明,或请教老师,或查阅有关资料.

1. 等腰三角形性质定理 2

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在 BC 边上, 则

$$AD^2 = AB^2 - BD \cdot CD$$

2. 等腰三角形性质定理 3

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在 BC 边的延长线上, 则

$$AD^2 = AB^2 + BD \cdot CD$$

3. 三角形中线长公式, 又称阿波罗尼斯(Apollonius) 定理

设 AM 是 $\triangle ABC$ 的中线, 则

$$4AM^2 = 2(AB^2 + AC^2) - BC^2$$

4. 三角形的拉格朗日(Lagrange) 定理

设 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内任意一点, 则

$$PA^2 + PB^2 + PC^2 = GA^2 + GB^2 + GC^2 + 3PG^2$$

5. 海伦(Heron) 公式

设三角形的三边长为 a, b, c , 面积为 S , 则

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

其中, $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$.

6. 三角形内角平分线性质定理

设 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 则

$$BD : DC = AB : AC$$

7. 斯库腾(Schouten) 定理

设 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 则

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

8. 倍角三角形定理

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 2\angle B$, 则

$$BC^2 = AC^2 + AC \cdot AB$$

9. 梅涅劳斯(Menelaus) 定理

一条直线分别交 $\triangle ABC$ 的三边 BC, CA, AB 或其延长线于点 D, E, F , 则

$$\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} = 1$$

10. 圆内接四边形性质定理

圆内接四边形对角互补;

圆内接四边形的外角等于它的内角的对角.

11. 弦切角定理

弦切角等于它所夹的弧所对的圆周角.

注: 顶点在圆上, 一边和圆相交, 另一边和圆相切的角叫作弦切角.

12. 相交弦定理

过圆内一点 P 引圆的两条弦 AB, CD , 则

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

13. 切割线定理

从圆外一点 P 引圆的一条切线 PA 和一条割线 PBC , A 是切点, 则

$$PA^2 = PB \cdot PC$$

14. 割线定理

从圆外一点 P 引圆的两条割线 PAB 和 PCD . 则

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

注: 相交弦定理、切割线定理、割线定理统称为圆幂定理.

15. 托勒密(Ptolemy) 定理

在圆内接四边形 $ABCD$ 中, 有

$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$$

16. 蝴蝶定理

经过圆的弦 AB 的中点 M 任作两条弦 CD, EF . 联结 CF 和 DE 分别交 AB 于点 P, Q , 则 $PM = MQ$.

17. 九点圆定理

三角形三边的中点、三条高的垂足以及垂心与三顶点的连线的中点, 这九点共圆.

18. 费尔巴哈(F Feuerbach) 定理

三角形的九点圆与内切圆内切且与三个旁切圆外切.

◎
目

录

- 第 1 套 平面图形 // 1
第 2 套 立体图形 // 13
第 3 套 线段、角 // 25
第 4 套 相交线、平行线 // 37
第 5 套 全等三角形 (I) // 49
第 6 套 全等三角形 (II) // 63
第 7 套 等腰三角形 // 81
第 8 套 勾股定理 // 97
第 9 套 平行四边形 // 117
第 10 套 矩形 // 133
第 11 套 菱形 // 149
第 12 套 正方形 // 167
第 13 套 梯形 // 191
第 14 套 相似形 (I) // 207
第 15 套 相似形 (II) // 227
第 16 套 圆 (I) // 243
第 17 套 圆 (II) // 265
第 18 套 圆 (III) // 285
第 19 套 圆 (IV) // 305

第 20 套 圆(V) // 323

第 21 套 平移 // 345

第 22 套 旋转 // 363

第 23 套 轴对称 // 381

第 24 套 任意四边形 // 401

附录:自我测评表 // 417

第1套 平面图形

引言

喜欢画画,请你给李白的诗句配图.

中航嫦娥奔月,请你关注月亮.

剪纸是中国的传统艺术之一,请你把它发扬光大.

相信你会用红、黄、蓝、绿四色填图,但你有可能玩不转七彩转盘.

你可以用一个小小的圆占领整个世界,但未必敢用中国象棋中的马闯进小小的沙场!

只用直尺画方格,让你领悟数学的严格与灵活:不能直接攻取,就要绕道迂回.

把一张纸对折相同的次数,折痕条数竟会不等!

正方形拼图告诉我们:分开是为了完美的结合.

五花八门的机械传动,都出自图形的运动.

求方位角,应用题,灵活、动中有静,图形需简化.

本套试卷作为图天下几何新题的开场戏,题目新奇,各有所指,内容广泛,且都能反映主流.你若试做一下,一定能收获比想象更多的知识和快乐!

温馨提示

先不看解答参考,请在 150 分钟内把这套试卷认真做一遍,再对照解答参考打分,填写附录:自我测评表。

试 题

1. (一笔画问题) 请用线段、圆、圆弧画一幅“孤帆一片日边来”的图,要求线条尽量少,且能一笔画出.

2. (月亮问题) 如图所示,用同一个圆画出了三个月亮图形,试比较它们的周长大小,并说明理由.



甲



乙



丙

2 题图

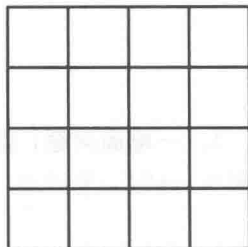
3. (剪纸问题) 如图所示,用一张纸剪一个五角星,至少要剪几刀? 怎样剪?



3 题图

4. (镶嵌问题) 把一个圆分成三段圆弧构成一个图,以它为单元可铺满整个平面,请画出这个图.

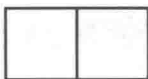
5. (涂色问题) 如图所示,在 4×4 的小方格中,把每一个小方格涂成红、黄、蓝、绿四色之中的一色,使每一行、每一列及每条对角线上都是红、黄、蓝、绿各一色.
(可填汉字:红、黄、蓝、绿,或英文字母:R, Y, B, G)



5 题图

6. (变色转盘问题) 有七张一样大的圆形纸板, 颜色分别是红、橙、黄、绿、青、蓝、紫, 叠在一起, 只绕圆心旋转, 把七种颜色一一转出来, 你怎样操作才能做到?

7. (画方格问题) 如图所示, 已知两个并排的方格, 只用直尺在右边再作一个并排的方格. (要求: 不准用直尺上的刻度, 画出图即可, 保留作图痕迹)

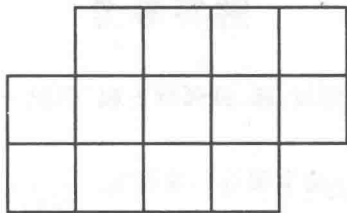


7 题图

8. (跳马问题) 用 $m \times n$ 个一样大的小方格画出一个矩形, 走“日”字形的马能不重复地走遍每一个交点. 求 $m \times n$ 的最小值, 并画图, 给出马走的一个顺序.

9. (折纸问题) 把一张 A4 纸对折 n 次后打开, 求折痕条数的最大值和最小值.

10. (拼图问题) 如图所示, 请把这个由 13 个小方格组成的图形分成三块后再拼成一个正方形.



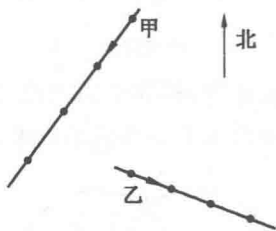
10 题图

11. (传动问题) 如图所示, 两个等圆在简单的传动装置中, 当右边的圆转一圈时, 左边的圆转两圈, 且转向相同. 请画出传动示意图, 并加以说明.



11 题图

12. (方位角问题) 如图所示, 甲、乙二人都都在平地上沿直线匀速行走. 8:00 时, 乙在甲的正南方. 8:05 时, 乙在甲的南偏东 30° 方向. 8:10 时, 乙在甲的南偏东 60° 方向. 问 8:20 时, 乙在甲的什么方位?

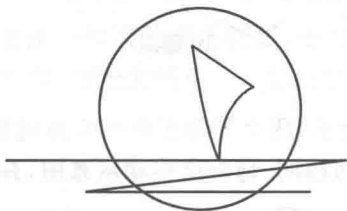


12 题图

解答参考

1. (一笔画问题) 请用线段、圆、圆弧画一幅“孤帆一片日边来”的图,要求线条尽量少,且能一笔画出.

解 如图所示. 显然, 这个图可一笔画出.



1 题解图

2. (月亮问题) 如图所示, 用同一个圆画出了三个月亮图形, 试比较它们的周长大小, 并说明理由.



甲



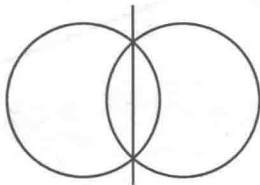
乙



丙

2 题图

解 三个月亮图形的周长相等, 都等于圆周长. 如图所示, 把每个月亮图形中两个等圆补完整, 由两个相交等圆关于公共弦轴对称, 即得结论.



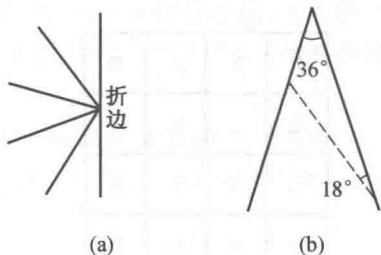
2 题解图

3. (剪纸问题) 如图所示,用一张纸剪一个五角星,至少要剪几刀? 怎样剪?



3 题图

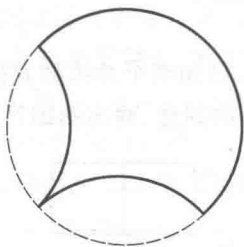
解 将纸对折,在折边上选一点作平角的五等分线,如图(a)所示,依次沿角等分线折叠成 36° 角,如图(b)所示,沿着 18° 的虚线剪一刀即可.



3 题解图

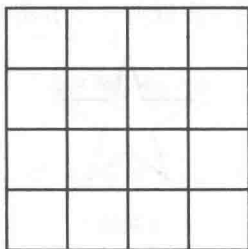
4. (镶嵌问题) 把一个圆分成三段圆弧构成一个图,以它为单元可铺满整个平面,请画出这个图.

解 如图所示,把圆分成三条圆弧,其中一条圆弧是半圆,再分别把另两条较短的圆弧向圆内翻折,得到的图形即为所求.



4 题解图

5. (涂色问题) 如图所示,在 4×4 的小方格中,把每一个小方格涂成红、黄、蓝、绿四色之中的一色,使每一行、每一列及每条对角线上都是红、黄、蓝、绿各一色.
(可填汉字:红、黄、蓝、绿,或英文字母:R, Y, B, G)



5 题图

解 如图所示.

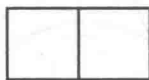
R	Y	B	G
B	G	R	Y
G	B	Y	R
Y	R	G	B

5 题解图

6. (变色转盘问题) 有七张一样大的圆形纸板, 颜色分别是红、橙、黄、绿、青、蓝、紫, 叠在一起, 只绕圆心旋转, 把七种颜色一一转出来, 你怎样操作才能做到?

解 先沿着半径剪一刀, 转动最上面一层圆, 把它从剪口处转到最下一层. 继续转下去, 七种颜色就一一转出来了.

7. (画方格问题) 如图所示, 已知两个并排的方格, 只用直尺在右边再作一个并排的方格. (要求: 不准用直尺上的刻度, 画出图即可, 保留作图痕迹)



7 题图

解 作法如图所示.