

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

世界经典
科普读本

自然哲学^之 数学原理

Mathematical Principles of Natural Philosophy

〔英〕艾萨克·牛顿◎著

余 亮◎译



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

图书在版编目（CIP）数据

自然哲学之数学原理 / [英] 艾萨克·牛顿著；余亮译. —北京：北京理工大学出版社, 2017.12

ISBN 978-7-5682-4509-8

I. ①自… II. ①艾… ②余… III. ①牛顿力学 IV. ①O3

中国版本图书馆CIP数据核字（2017）第185160号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街5号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)

(010) 82562903 (教材售后服务热线)

(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 三河市金元印装有限公司

开 本 / 700毫米×1000毫米 1/16

印 张 / 37.5

字 数 / 422千字

版 次 / 2017年12月第1版 2017年12月第1次印刷

定 价 / 69.00元

责任编辑 / 王玲玲

文案编辑 / 王玲玲

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题，请拨打售后服务热线，本社负责调换

第一版序言

因为古人（如帕普斯所说）认为力学是研究自然界万事万物的关键，而当代人却忽视实质物体及物体本身的秘密特性，试图以数学定律来解释自然现象，所以我在本书中将着力探讨和研究与哲学相关的数学。古人研究力学时关注两件事：一为理性，强调精确地推导与运算；二为应用性，各种人工劳作和技艺皆属于应用力学的范畴，力学亦因此得名。然而，工匠们的工作存在瑕疵，导致几何学中衍生出力学，更为精准的知识归属为几何学，而那些精准性较差的则归为力学。但是，其中的误差不是技术造成的，而是工匠为之。其中工作准确性不够的人是功夫不到家，而能做到百分之百准确的人才算是完美的工匠，这是因为画圆形、画直线虽然是几何学的基础，但画得好坏却属于力学。我们在几何学中学不到如何画好这些线条，它却要求画出完美的图形，因为初学者在研究几何学前先要学会绘图，而且必须精准，然后才能学会运用绘图去解决问题。因此，画好直线和圆是个问题，但不是几何学问题。人们需要用力学来解决这些问题，只有在解决之后，才能用几何学来分析它、解释它。几何学从其他学科借用极少的原理，就能解决诸多疑难问题，这正是几何学的优势。因此可以说，几何学的基础不是别的学科，而是应用力学，是通用力学原理中可精

确归纳并展示度量的那部分。然而，由于技术通常应用于物体运动，因此几何学往往研究的是物体的属性，而力学研究的是物体的运动。从这个角度来说，力学是一门可推理的学科，研究力所产生的运动，以及各种运动所需要的力，这两方面都可以分析和演示。古人曾研究过部分力学问题，这些研究涉及与技术相关的五种力，古人认为相较于这五种力，即使是重力（自然的，不需要人工施加的力），也只能表现在以人力搬运重物的过程中。但我在本文中思考的是学术而非技术，研究的不是人力而是自然力，主要是与重力、浮力、弹力、流体阻力和其他包括引力和斥力在内相关的问题。所以，本文讨论的是属于学术范畴的数学原理，而这门学术的难点在于以运动现象为基础来研究自然力，再以自然力去推导其他现象，因此，我在本书的第1编和第2编推导出了多个普遍命题。而在第3编，我展示了如何将它们应用于宇宙体系中，结合第1编和第2编用数学证明的命题，运用天文现象推导出物体、太阳和其他行星的引力，再结合其他数学命题，运用这些引力推导出行星、彗星、月球和海洋的运动。我希望力学原理能推导出其他的自然现象，有诸多原因让我们估计这些现象与力相关。因为一些目前为止尚未知晓的原因，这些力促使物体的粒子彼此靠近，聚合成规则的形状，或互相排斥、离散。哲学家们完全不知道这些力的存在，所以他们对自然的研究始终徒劳无功，然而我期待本书确立的原理能有助于形成确实有效的哲学研究方法。

埃德蒙·哈雷（Edmund Halley）先生是我认识的最聪慧、最渊博的学者，他在本书出版过程中不仅帮助我审校排版错误，制作几何插图，而且正是在他的大力支持下本书才得以出版。他得知我证明了天体轨道形状后，

一起督促我将它提交给皇家学会。然后，在皇家学会工作人员的善意鼓励与请求之下，我才决定将本书付梓。但是，在思考月球运动的均差，与重力和其他力的规律和度量相关的部分情形，按照已知定律物体在引力作用下的轨迹形状，不同物体间的相互运动，在有阻力的介质中的物体运动，介质的阻力、密度和运动，彗星的轨道等问题之后，我推迟了本书的出版。直到我研究了所有这些问题，并且能把它们放在一起进行分析后，才决定正式出版本书。我将与月球运动相关的内容（考虑到其尚有欠缺）收入了命题 66 的推论中，从而避免分析和阐述一些必要前提，否则会破坏其他问题的连贯性，并且，这些前提过于繁杂、冗长，有悖于本书主旨。至于在此之后，我发现的遗漏之处，只能安排在一些不太恰当的地方进行补充说明，避免再改变命题和引理的序号。烦请读者阅读本书时保持耐心，能体察我为这个疑难课题付出的心力，对纠正错漏之处时勿过于苛求。

艾·牛顿

剑桥，三一学院

1686 年 5 月 8 日

第二版序言

在《自然哲学之数学原理》一书的第二版中，我做了很多修正与补充。第1编第2章中，对于确定使物体在指定轨道上运动的力绘制了示意图，也补充了内容。对第2编第7章的流体阻力进行了更深入的研究，同时将新的实验作为佐证。对第3编中月球理论和岁差，根据其原理进行了更完备的推导，根据附加的轨道计算实例证明了彗星理论，并提高了其精确性。

艾·牛顿

伦敦

1713年3月28日

科茨为《自然哲学之数学原理》 第二版所作的序

各位仁善的读者，久等了，我们在此向您呈上牛顿哲学著作的最新版本，本书已进行了大量修订，并增加了部分内容。读者可从目录中查阅这本名著的主要内容。作者在序言中已说明了修订和新增的内容。我们在此将补充说明一些问题，它们与牛顿研究的学术的方法相关。

研究自然哲学的学者基本可分为三类。其中，有人将事物归纳为多种形式和多种独特的性质，由此认定各种物体现象的发生方式是未知的。起源于亚里士多德和逍遥学派的所有学院派学说都根源于这一原理。学院派相信物体的各种效应是本身的特性引起的。然而他们却闭口不谈这些特性是如何产生的，这和什么都没说别无二致。因为他们陶醉于替事物取名，而不去探究事物本身，因此可以判定，他们开创的学说归纳起来是在展示研究哲学的方法，却没有告诉我们真正的哲学。

另一些人对不实用、混乱的术语弃如敝履，转而投身于更有意义的工作中。他们认为所有物体是同质的，组成物体的粒子间极其明显又简单的关系是促使物体形态如何展示和变化的原因。如果他们总结出的这些基本关系刚好与自然法则一致，那么这种由简至繁的研究途径显然是对的。但

他们还任由想象力肆意发挥，在还没有弄清物体形状、大小、位置和运动前就草率地认定物体的组成成分，而且进一步臆测出一些未知的流体，这些流体能自由穿透物体的细孔，自身无比细微，而且是受未知运动所激发的，到了这一步，这些人已等同于白日做梦、胡言乱语，忘了物体的真实结构。我们显然不能靠没有事实依据的猜测来推导物体的真实结构，而且即使是最可靠的观察也未必能发现这些结构。那些以假说为最高指导思想，并据此思辨的人们，虽然在其后的推理中展现出高度的准确性，得到了原创的杜撰，但杜撰的理论是成不了真的。

而第三类人，他们以实验为研究哲学的方法。虽然他们在最简单、最理性的原理中寻找各种事物的原因，但绝不会把现象没有得到证明的理论当作原理。他们不会杜撰假说，除非它们是合情合理、存在争议的问题，否则绝不会将其列入哲学范畴。因此，他们的研究通常使用两种方法：综合的方法和析的方法。遴选某些现象并运用分析推断出各种自然力以及这些力遵守的简单规律，由此再运用综合的方法来揭示其他事物的结构。他们认定只有这种方法值得为其著书，进行深入探讨，这样写出的书才是佳作。在这一点上，牛顿是我们的最佳范例。他利用重力理论，相当幸运地推导出了对宇宙体系的解释。在他之前，或有人猜测、想象，所有物体皆受重力影响，但他是首位通过现象证明重力存在的哲学家，并使该理论成为证明各种伟大猜想的坚实基础。

据我所知，一些著名人士受偏见所累，不愿认同这个新的原理。他们宁可使用模糊的概念，也不用准确的理论。在此我并非要诋毁他们的名誉，只是想将各方争论同时向读者展示，以求读者公断。

因此，我们将从最简单、离我们最近的事物开始推理。考虑一下施加于地球上的物体的重力有何特点，从而找到更可靠的思考方式去设想离我们最远的天体。如今，所有哲学家都同意地球表面上的物体受重力吸引。经实验证明，世界上不存在零重力的物体。重力较小的物体并非真的很轻，这只是一个表面现象，只是与附近物体相较，它受到的重力引力较小。

而且，地球对所有物体产生引力，同样地，所有物体也对地球有引力，重力的作用是相互的，而且双方所受的力是相等的。可以用以下方式证明：将地球随意分割为两部分，质量相等或不等，如果质量不相等，设质量较小的一块受制于较大的一块，两者会向后者所在的方向永不停止地做直线运动，而这与实验结果相反。因此，我们必须承认，两者间互相的作用力是相等的，亦即，两者互相的引力大小相等，施加的方向相反。

与地心距离相等的物体所受到的重力和它们本身的质量成正比。该定理可以从所有物体在静止状态受重力影响下落时的加速度相同推导出来；因为这些物体质量不同，而加速度相同，所以受到的重力必定正比于自身的质量。至于所有下落物体的加速度相同，可利用在不考虑空气阻力时在相同时间经过了相同的距离来证明，如波义尔（Boyle）先生在真空容器中做的实验那样。另外，这一结论可以由单摆实验进行更精确的证明。

当两个物体与地心的距离相等时，它们所受的重力正比于自身的质量。这是因为地球有引力吸引物体，物体也有引力吸引地球，地球对物体的引力，或物体对地球的引力，等于物体对地球产生的重力。然而物体的重力表现为自身的质量，因此物体对地球产生的引力，或称此物体的绝对力，同样和其自身质量成正比。

因此，物体的整体引力由其各个部分的引力组成，而我们之前已经论述过，如果将一个物体分割成不同的部分，它的引力也随之按比例减弱。所以，我们得到的结论是，地球的引力是由其不同部分产生的引力所组成的，而地表上的所有物体必然会对彼此产生引力，而该引力与物体的绝对力成正比。这就是地球重力的本质。现在让我们看看天空中的情况。

所有物体在不受外力影响时，将保持静止或匀速运动的状态，这是所有哲学家普遍接受的自然规律。由此可推导出，做曲线运动的物体，即持续偏离轨道切线的物体，需要某种连续作用把它们维持在曲线路径上。所以，行星可以沿曲线轨道持续运动，肯定有某种力持续施加在这些物体上，使其不断偏离轨道切线。

用数学推理可以证明并展示，所有同一平面上沿任意曲线运动的物体，当其指向任意一点，无论该点是静止还是在运动中，这条矢径所掠过的面积和时间成正比，那么，指向该点的力会对物体产生作用。这件事是完全成立的。而天文学家都承认太阳系中的行星绕太阳公转，它们的卫星绕着这些行星运动，掠过的面积和时间成正比，由此可知，让行星连续偏离轨道切线，沿曲线轨道运动的力，都指向位于轨道圆心的物体。而这种力对于这些做圆周运动的物体而言，可称为向心力；对于位于圆心有引力的物体而言，可称为吸引力。无论这个力是如何产生的，这么称呼并无什么不妥之处。

另外，也必须承认我们已用数学证明下述内容：如果几个物体绕同心圆做匀速圆周运动，而且绕一圈时间的平方和到圆心的距离的立方成正比，那么向心力反比于距离的平方，或者，如果各物体沿近似于圆的轨道运动，

且轨道的回归点是静止的，则物体受到的向心力和距离的平方成反比。天文学家们一致认同，所有的行星运动都符合这两点。所有行星的向心力都和它们到轨道中心的距离成反比。如果有人反驳，说行星，尤其是月球，其回归点并非静止，而是在缓慢前移，对此可这样回答：即使我们暂时承认这种极其缓慢的运动是因为向心力偏离了距离平方定律所造成的，但我们可以用数学计算出偏移量的大小，并证明它几乎可忽略不计。这是因为，即使是所有天体中最不规则的月球受到的向心力变化的比例最没有规律性，该力的变化和距离的比仍然近似且大于平方反比的关系，该比值相较立方反比 60 倍地接近平方反比。但它更接近平方反比关系，是立方反比的 60 倍。而且我们还能给出一个更准确的答案，正如本书中同样精彩地证明了，这种回归点的前移并非是由向心力偏离了距离平方反比所造成的，而是因为一个截然不同的原因。因此可以肯定，使各行星绕太阳公转，所有卫星绕其行星旋转的向心力，和它们与运动圆心的距离的平方成反比。

从上述论证可以看出，行星会留在运动轨道，是由于某种力持续对它起作用；显然，这种力的方向永远指向运动圆心；行星越靠近圆心，这种力的强度越大，反之，则越小，其增加的幅度与距离减少的比例相同，且反之亦然。现在让我们看看，如果把行星的向心力与重力相比较，能否证明它们是同一种力。如果它们具有相同的规律和作用，那么它们就是同一种力。首先，我们来论证与我们最近的月球的向心力。

无论受到什么力的作用，当物体从静止开始下落时，在指定时间内经过的距离与受到的力成正比。这一点可以用数学推理证明。因此，月球沿轨道运动时，其向心力与地球表面的重力成正比，月球在剥离掉使其做圆

周运动的力之后，在极短时间内受向心力下降的距离，和近地球表面的重物受重力作用在相同时间内下落的距离成正比。第一个单位时间内的距离等于月球移动的弧长的正矢，该正矢是月球在向心力作用下，从轨道切线上偏离出去后的位移距离，因此如果月球运动周期和它到地心距离已知，是可以计算出这一正矢量的。后一个距离如同惠更斯（Hugens）先生的证明，通过钟摆实验求出。两个距离的比，或沿轨道运动的月球的向心力与地表重力的比，等于地球半径和月球半径的比的平方。由之前的论述可知，沿轨道运动的月球的向心力和在地表附近月球所受的向心力的比的比值相同。所以，地表附近的向心力等于重力。因此它们并非两种不同的力，而是同一种力；如果它们不同，那它们的合力会使物体落向地球的速度比独受重力快一倍。连续地将月球推出轨道切线或吸引入轨道的向心力，正是地球的重力延伸到月球，对它施加的影响，而这不难理解。这能使人相信这种重力能延伸到极远之处，因为即使人们站在高山之巅，受到的重力也不会减小。月球受到了地球的引力；另外，地球也受到同等的引力，被引向月球，这种哲学思想有充分的证据，比如海洋的潮汐力和岁差，它们都是因为月球和太阳对地球施加的引力而产生的。最后，我们也能观察到在极远距离之外，地球重力减弱所遵循的规律。由于重力就是月球的向心力，和距离的平方成反比，因此重力也按照相同的比例缩小。

再观察其他行星。它们绕太阳公转，卫星绕木星和土星运动，与月球绕地球运动同属一种现象，因为我们进而证明了行星的向心力是指向运动圆心的太阳，卫星的向心力指向木星和土星的中央，这和月球相同；而且，由于这些力和上述各种距离的平方成反比，这一点也和月球相同，因此，

我们必然要判定这些力的性质都是相同的。因此，与地球吸引月球，太阳吸引地球一样，行星吸引着它们的卫星，反之亦然，太阳吸引所有行星，行星也吸引着太阳。

太阳受行星吸引，行星也受太阳吸引。而卫星在围绕行星旋转的同时，也伴随着行星受到太阳的吸引，而它们也吸引着太阳。卫星受太阳吸引在月球运动的不等性中得到充分的证明，我们在本书的第3编中可看到有关这个问题最精确的理论阐述。

太阳的引力沿所有方向传播到很遥远的地方，涉及广大宇宙空间的各个角落，这一点可从彗星的运动中得到证明，彗星来自距太阳极其遥远的太空某处，然后飞临到十分接近太阳的位置，有时当它在近日点时，几乎触及太阳表面。在我们的时代中的伟大作者幸运地发现了彗星理论并用最严谨的观测证明它是真理之前，天文学家对这一理论毫无头绪。我们现在已知彗星沿着以太阳为焦点的圆锥曲线运动，它们伸向太阳的矢径掠过的面积和时间成正比。由这些现象可知，而且已在数学上证明，使彗星维持在其轨道上的力，其方向指向太阳，其大小和彗星到太阳的距离成反比。所以，彗星受太阳所吸引，而太阳的引力不仅作用于给定距离上近似排列在同一平面上的行星，而且还能达到宇宙中位置不定、距离不定的彗星上。所以引力的本性就是对所有距离上的所有物体产生影响。由此可推断，各行星和彗星彼此也互相吸引，这一点由天文学家观测到的木星与土星的摄动进行了证明，这种摄动源于这两颗行星的相互作用；而这一点也由前述的回归点的缓慢前移所证实，它们出于同一原因。

现在我们已经走到了这一步，必须承认太阳、地球和所有受太阳吸引

的天体彼此都互相吸引。因此，物质的最小粒子，每一个受到的引力必然和其本身的质量成正比，如同地表物体表现出的现象。这些力随着距离的改变，也和距离的平方成反比；因为数学已经证明，遵循该规律的球体的引力正好是由组成它的粒子的引力所产生的，而这些粒子也遵循同一规律。

以上结论是基于所有哲学家承认的下述公理所得出的，公理如下：同一类物体，其已知的特性相同，其效应来自同一类的原因，且具备相同的未知特性。例如，如果一块在欧洲掉落的石头是受重力吸引，那么如何能质疑它也是美洲石头掉落的原因？如果在欧洲，石头与地球的引力是其各部分引力的总和，谁又能否认在美洲有类似的情况？如果地球的引力在欧洲能传播到各种物体上，无论距离远近，凭什么不能说它在美洲也会这样？一切哲学研究都基于这一规律；而如果拒绝它，就得不到能通用的真理。观测和实验可以让我们认识特殊事物的结构，但如果缺乏这一规律，我们就无法归纳事物性质的通用结论。

就我们能做的相关的各种实验和观测而言，所有物体，无论是在地上还是在天空，都有重力，既然如此，那么，我们完全能肯定引力普遍存在于一切物体中。我们不能以别的方式假设物体有延展、运动和不可穿透性质，同样也不能假设物体没有质量。我们只能通过实验了解物体的延展、运动和不可穿透性，也只能以完全相同的方式了解物体的重力。我们能观测到的物体都有延展、运动和不可穿透性，那些没观测到的物体也具有这些特性；同样，我们能观测到的物体都有质量，那些没观测到的物体也有质量。如果有人说恒星上的物体没有重力，因此没到观测到它们的重力，那同理，他们也会说这些物体不具备延展、运动和不可穿透的性质，因为

恒星的这些性质也没有观测到。简单来说，或者重力必然是所有物体的第一特性，或者延展、运动和不可穿透也肯定不是物体的性质。如果用物体的重力不能描述物体的特征，那么用延展、运动和不可穿透也同样不能描述。

我知道有些人不同意该结论，他们小声抱怨着物体的独有特性，他们仍然在对我们鸡蛋里挑骨头，说重力也是物体的独有特性，但这一点已不被哲学接受。对这一类的刁难，可以很简单地回答：那些独有特性存在的原因是隐晦的、想象的、无法证实的，而那些能观测到的，证实了它存在就不是什么独有特性。所以，无论如何，重力都不能称为天体运动的独有特性，因为这种力是切实存在且显而易见的。那些非要借助独有特性的人，在描述这些天体运动的时候，凭借天马行空的想象力，把整件事拖入了虚构的旋涡。

但是，由于人们还未知晓，也没有发现重力是如何产生的，那么重力是否要因此成为隐秘的事物，甚至将其剥离哲学的范畴呢？坚信这一点的人要小心，不要跳入颠覆哲学的根基的陷阱中。因为事物的发展轨迹往往是由繁至简，在我们弄清最简单的事物后，更难以再向前进。所以，对这个最简单的事物不能希冀，也难以得到力学的说明或解释，倘若能得到，它就不是最简单的了。你们不是将隐秘二字冠以这些最简单的事物，并且要将它们赶出哲学界吗？那你们就必须驱逐由它们所直接决定的，且深入定义的事物，直到哲学界的所有理论都不存在。

有些人指出重力不可思议，称其为永恒的奇迹。所以他们要摒弃这一理论，因为不可思议的事物在物理学中没有地位。对于这种破坏哲学的歪

理邪说不值得花时间去反驳。因为他们也许是要否定重力存在于物体内部，但又不能直接说出来，或许正因此才称重力为不可思议，因为它不能由物体的其他性质推导出来，也不能用力学原因来解释。但物体必定有其第一属性；而正因是第一属性，才不会依赖于其他性质。至于所有这些第一属性，在他们眼中同样难以接受，是否要一概否定，至于我们想掌握的哲学原理在他们眼中究竟是怎样一种哲学，就随他们去想好了。

还有些人不喜欢这种天体物理学，因为它与笛卡尔（Descartes）的观点有冲突，难以调和。只要他们能做得公平些，不要否认我们同他们一样享有学术自由，就随他们去好了。既然牛顿发现的哲学规律对我们而言是真理，就让我们享有接受它、维护它的自由，去探讨经现象证实的事物，而不是无法证实的空中楼阁。真正的哲学，职责是从真实存在的规律中去探究事物的本性，去发现由神奇的造物主选择的、建立的这个美好的宇宙结构的规则，而不是只要愿意，可以同样创造出别的规则。我们有足够的理由去设想几种不同规律能得出同样的结果，但真正的规律是那个能实际生效的，其他的规律在哲学研究中没有地位。时钟上的时针运动是相同的，它既可能是由钟摆驱动的，也可能是由发条驱动的，如果一个时钟的确是由钟摆驱动，却有人以为是发条在驱动，并由其原理出发去做学问，而不对时针的运动深入调查，这种人会遭到嘲笑。因为他应该做的，首先是仔细观察机器的内部构件，再找出时针运动的真正原因。有些哲学家以为天空中布满了持续涡旋运动的精巧天体，像他们这样做学问，理应受到嘲笑。因为，即使他们曾经用这种假设对现象做出了对的解释，也不能说他们已发现了真正的哲学原理和天体运动的真正原因，除非他们能证实这些原因，