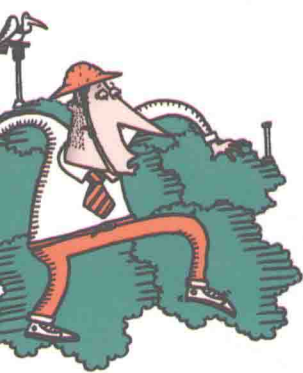
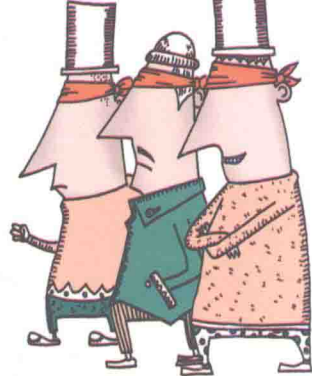




加德纳趣味数学

经典汇编

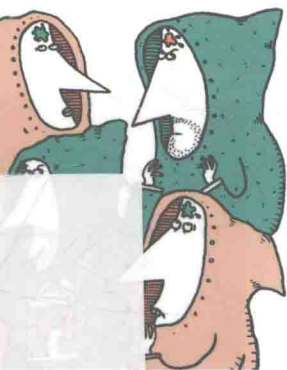


分形、取子游戏及彭罗斯铺陈

马丁·加德纳 著

涂泓 译

冯承天 译校



上海科技教育出版社



加德纳趣味数学

经典汇编

分形、取子游戏及彭罗斯铺陈

马丁·加德纳 著

涂泓 译

冯承天 译校



**Penrose Tiles To Trapdoor Ciphers:
And The Return of Dr. Matrix**

By

Martin Gardner

Copyright © 1997 by The Mathematical Association of America

Simplified Chinese edition copyright © 2017 by

Shanghai Scientific & Technological Education Publishing House

This edition arranged with Mathematical Association of America

Through Big Apple Agency, Inc., Labuan, Malaysia.

ALL RIGHTS RESERVED

上海科技教育出版社业经 Big Apple Agency 协助

取得本书中文简体字版版权

责任编辑 李 凌

装帧设计 李梦雪 杨 静

·加德纳趣味数学经典汇编·

分形、取子游戏及彭罗斯铺陈

[美]马丁·加德纳 著

涂 泓 译

冯承天 译校

上海世纪出版股份有限公司 出版

上海科技教育出版社

(上海市冠生园路393号 邮政编码200235)

上海世纪出版股份有限公司发行中心发行

www.ewen.co www.sste.com

各地新华书店经销 常熟文化印刷有限公司印刷

ISBN 978-7-5428-6604-2/O·956

图字09-2013-850号

开本720×1000 1/16 印张14.25

2017年8月第1版 2017年8月第1次印刷

定价:38.00元

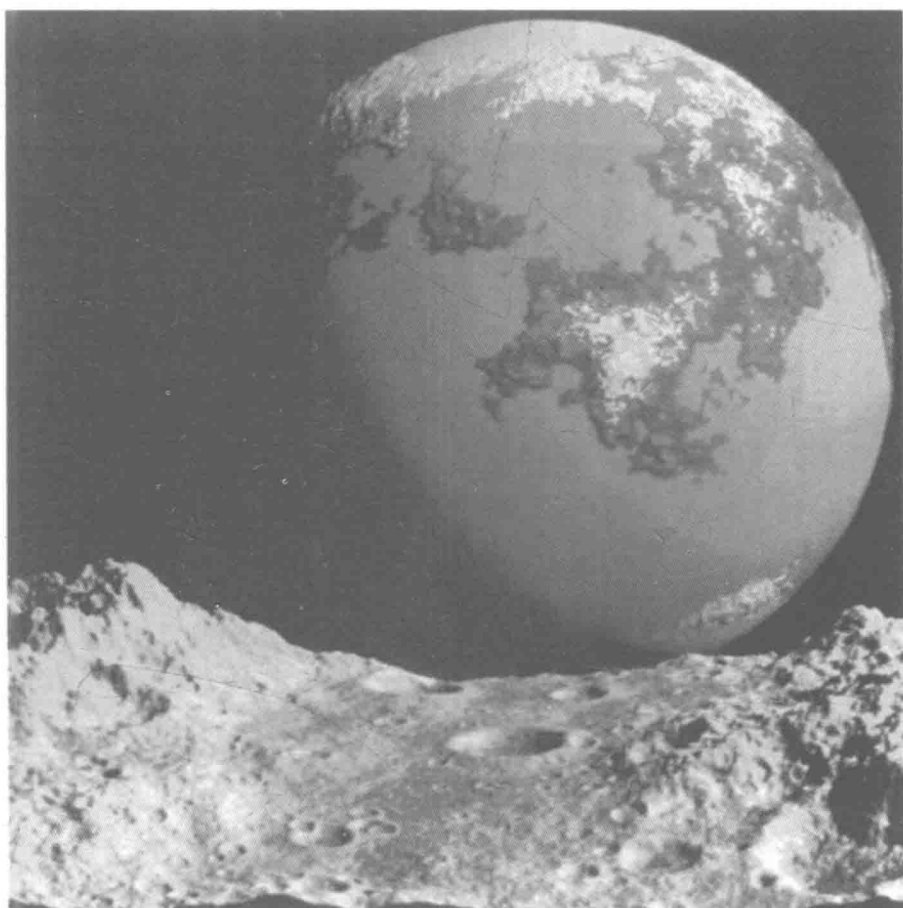


插图1 一颗由计算机生成的类似地球的行星,从一个想象中的月球表面所看见的

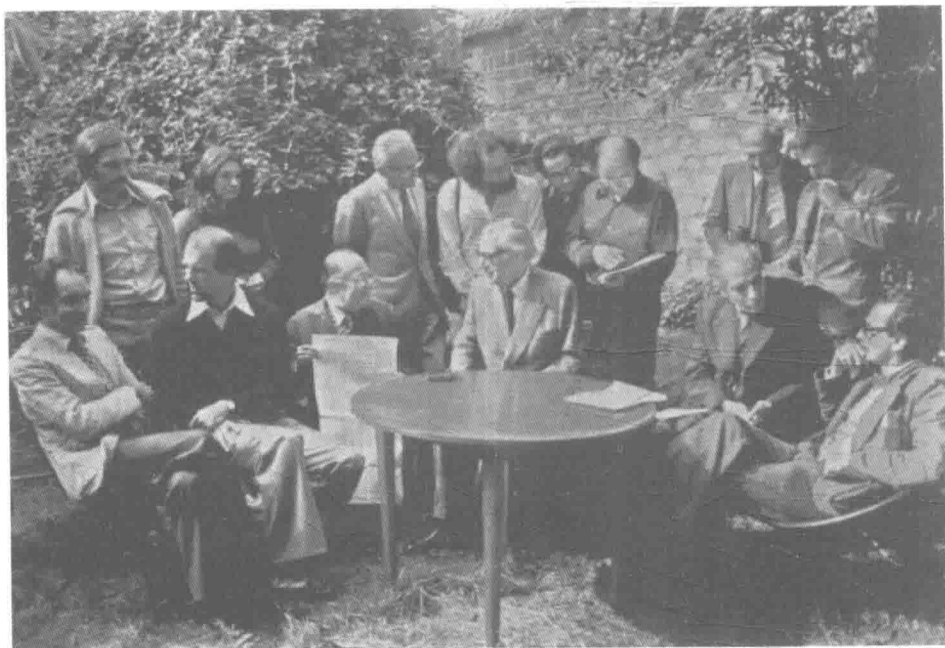


插图2 潜在文学工坊的成员

站立者,从左至右:让·福尔内尔(Jean Fournel)、梅塔耶(Michèle Métail)、埃蒂安(Luc Étienne)、佩雷克(Georges Perec)、贝纳布(Marcel Bénabou)、让·莱斯古尔(Jean Lescure)

在座者,从左至右:卡尔维诺(Italo Calvino)、马修斯(Harry Mathews)、勒利奥奈(François Le Lionnais)、格诺(Raymond Queneau)、让·奎瓦尔(Jean Queval)、贝尔格(Claude Berge)

献给彭罗斯^①

为他在数学、物理和宇宙学方面作出的种种美丽的、惊人的发现；为他在宇宙运作方式方面所具有的那种深刻的、创造性的洞见；以及为他的那种谦逊，因为他以为自己不只是探究了人类心智的各种产物。

^① 彭罗斯爵士(Roger Penrose, 1931—),英国数学物理学家,对广义相对论与宇宙学具有重要贡献,在趣味数学和哲学方面也有重要影响。——译者注



序

本书是我在25年间为《科学美国人》(*Scientific American*)所写的一系列专栏文章集成的一本合集。它是这样的合集中的第十三本。如果必须冠上一个统一的标题的话,那么这个标题就是趣味数学,即本着一种游戏精神而呈现的数学。正如前几本书一样,作者按读者们到目前为止的反馈对这些专栏文章进行了补充、修改和扩展。自那时以来,彭罗斯铺陈(尤其是其对于晶体理论的那些出人意料的应用)、公钥密码系统以及法国的潜在文学工坊^①都发生了许多状况,以至于我对这几个主题都撰写了全新的章节。

马丁·加德纳

^① 潜在文学工坊(Oulipo)是法语“Ouvroir de littérature potentielle”的首字母缩写,1960年由法国人格诺(Raymond Queneau)、勒利奥奈(François Le Lionnais)等发起,参加者有十几位作家和数学家。这个组织致力于探索文字的结构和模式,如将数学的各种组合形式运用到文学创作中、图画诗、回文诗,等等。本书的第6、7章就是讨论这一方面的内容。——译者注

图书在版编目(CIP)数据

分形、取子游戏及彭罗斯铺陈/(美)马丁·加德纳著;涂泓译. —上海:上海科技教育出版社,2017.8

(加德纳趣味数学经典汇编)

书名原文: PENROSE TILES TO TRAPDOOR CIPHERS

ISBN 978-7-5428-6604-2

I. ①分... II. ①马... ②涂... III. ①数学—普及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第190120号

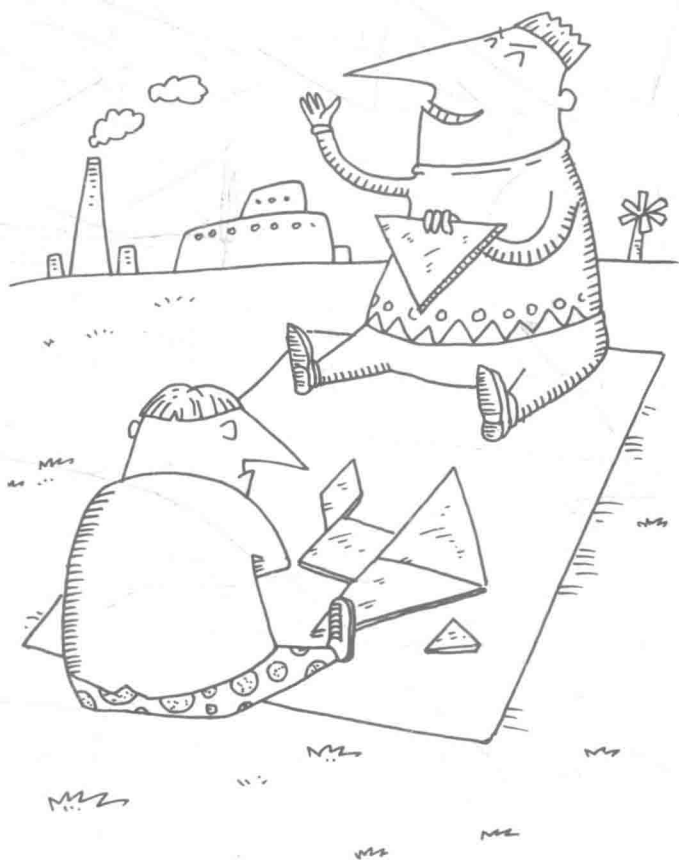
目 录

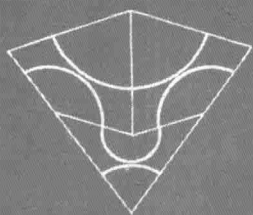
序

- | | | |
|-----|------|----------------|
| 1 | 第1章 | 彭罗斯铺陈 |
| 25 | 第2章 | 彭罗斯铺陈之二 |
| 39 | 第3章 | 芒德布罗的分形 |
| 61 | 第4章 | 康韦的超现实数 |
| 79 | 第5章 | 从空当接龙和其他一些问题回来 |
| 99 | 第6章 | 潜在文学工坊 |
| 129 | 第7章 | 潜在文学工坊之二 |
| 143 | 第8章 | 威佐夫取子游戏 |
| 163 | 第9章 | 台球三角形和其他几道题目 |
| 189 | 第10章 | 数学归纳法和有颜色的帽子 |
| 208 | 附记 | |

第 1 章

彭罗斯铺陈







1975

年《科学美国人》有一个专栏是关于周期性地用全等凸多边形来铺陈平面[重刊于《时间旅行和其他数学困惑》(*Time Travel and Other Mathematical Bewilderments*)一书中],在那个专栏的结尾处,我承诺以后会写一篇关于非周期性铺陈方式的专栏文章。本章重新刊载我履行的那一承诺——这是1977年的一篇专栏文章,它首次公布了一种非凡的非周期性铺陈方式,这是由著名英国数学物理学家和宇宙学家彭罗斯发现的。首先,让我来给出一些定义和背景。

周期性铺陈方式是指你可以描出一个区域的轮廓,通过平移这个区域就可以铺陈整个平面,所谓平移就是不通过旋转或者翻转的情况下移动这个区域的位置。荷兰艺术家埃舍尔^①对形似生物的形状进行周期性铺陈而创作了许多图画,从而闻名遐迩。图1.1就是他的一幅代表作。其中一对毗连的黑鸟和白鸟构成了一个平移铺陈的基本区域。想象这个平面上蒙着一层透明的纸,纸上描出了每片镶嵌片的轮廓。只有在铺陈方式为周期性时,你才能在不通过旋转的情况下将这张纸移动到一个新的位置,使得所有轮廓都再次恰好相符。

① 埃舍尔(M. C. Escher, 1898—1972),荷兰版画家,因其绘画中的数学性而闻名,作品多以平面镶嵌、不可能的结构、悖论、循环等为特点,从中可以看到分形、对称、双曲几何、多面体、拓扑学等数学概念的形象表达。——译者注



© 1988 M. C. Escher Heirs/Cordon Art-Baarn-Holland



图 1.1 埃舍尔的一幅周期性镶嵌图(1949)

有无限多种形状——例如正六边形——只能按照周期性方式铺陈。还有无限多种其他的形状既能按照周期性方式铺陈,也能按照非周期性方式铺陈。用全同的等腰直角三角形或四边形,很容易将国际象棋的棋盘转换为一种非周期性铺陈方式。只要如图 1.2(A)的左图中所示的那样将每个正方形二等分,通过改变等分的取向来避免出现周期性。用多米诺骨牌也很容易进行非周期性铺陈。

等腰三角形也能像图 1.2(A)的中间图那样以放射状方式进行铺陈。尽管这种铺陈方式高度有序,却明显不是周期性的。正如戈德堡(Michael Goldberg)1955年在一篇题为“中心镶嵌图”的论文中所指出的那样,这样的一种铺陈方式可以对半切开,然后将这两个半平面移动一步或更多步,从而构成一个非周期性铺陈的螺旋形式,如图 1.2(A)中的右图所示。通过用两条全等的线条来取代这种三角形的两条相等的边,就可以有无数种方法来扭曲这个三角形,

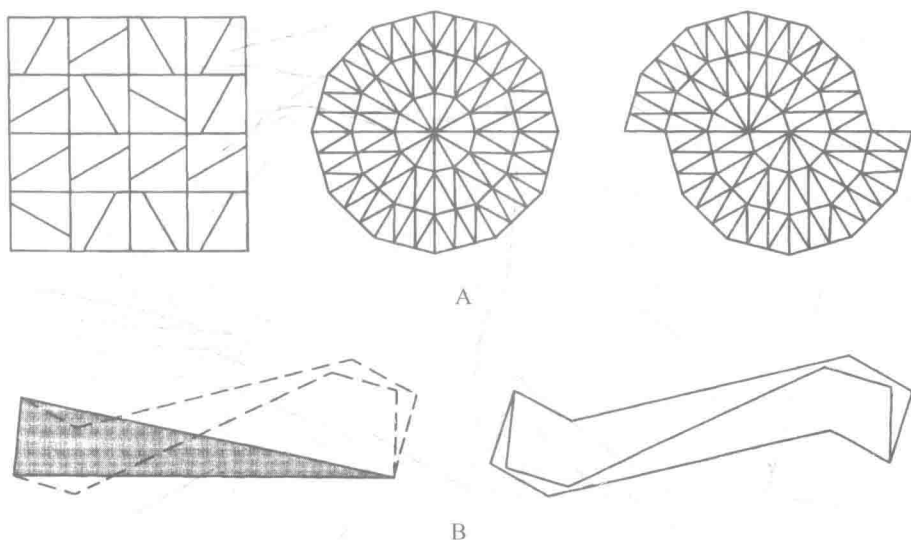


图 1.2 (A) 用全等形状进行的非周期性铺陈; (B) 一个九边形(左图中的虚线)和一对九边形构成一个周期性铺陈的八边形(右图)

如图 1.2(B) 中的左图所示。如果这些新的边均由直边构成, 那么结果得到的有 5、7、9、11 条边的多边形就能螺旋状铺陈。图 1.3 显示了用一个九边形以这种方式获得的一个引人注目的图案。这是由沃德堡(Heinz Voderberg)用一种复杂的方法首先发现的。戈德堡得出这个图形的方法使它几乎变得很平常了。

在人们知道的所有用全等图形构成的非周期性铺陈方式的例子中, 图形也能以周期性方式铺陈。图 1.2(B) 中的右图显示了沃德堡的两个九边形如何组合成一个八边形, 而这个八边形能以一种显而易见的方式进行周期性铺陈。

通过将一组图形铺陈在一起, 构成它们本身的更大复本, 可以得到另一种非周期性排列方式。戈洛姆(Solomon W. Golomb)将它们称为“爬行动物”(reptile)。(参见我的《意外的绞刑》(*Unexpected Hanging*)一书的第 19 章。)图 1.4 显示了一个被称为“狮身人面像”的形状如何通过产生出越来越大的狮身人面像而构成非周期性铺陈。与上例一样, 两个狮身人面像(其中一个旋转 180°)能以

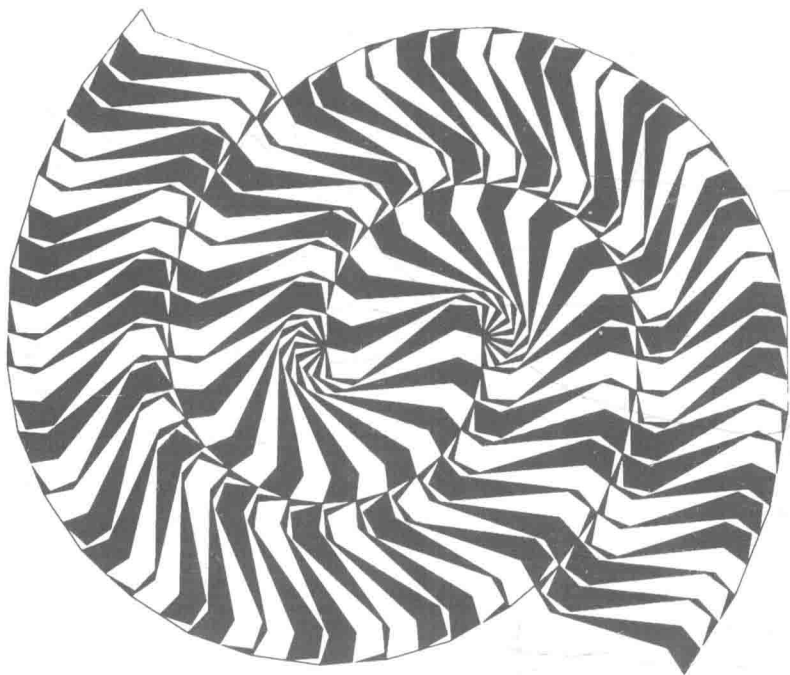


图1.3 沃德堡的一种螺旋形铺陈方式

一种显而易见的方式进行周期性铺陈。

是否存在着一些只能非周期性铺陈的镶嵌片集合?我们说“只能”的意思是,无论是单一的形状或子集,还是整个集合,都不能作周期性铺陈,但是通过使用它们全部,就有可能构成一种非周期性的铺陈方式。其中允许进行旋转和翻转。

在数十年间,专家们曾相信不存在这样的组合,但是结果证明这种猜想并不成立。1961年,王浩^①开始对用各边以不同方式着色的单位正方形集合铺陈

^① 王浩(1921—1995),华裔美籍哲学家、数理逻辑学家,曾先后任职于哈佛大学、牛津大学、洛克菲勒大学,并曾兼任巴勒斯公司的研究工程师、贝尔电话实验室技术专家、IBM研究中心客座科学家等一系列职务。——译者注

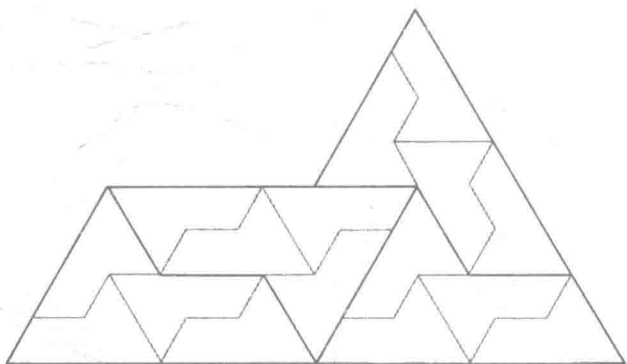


图 1.4 以非周期性方式铺陈的三级狮身人面像

的平面感兴趣。这些单位正方形被称为王氏砖,王浩还曾在 1965 年为《科学美国人》撰写过一篇极好的关于王氏砖的文章。王浩的问题是要去找到一种方法来确定:对于任意一组给定的骨牌,是否能以某种方式铺陈而使得其相邻边都具有相同颜色,铺陈时不允许旋转和翻转。这个问题的重要性在于,它与符号逻辑中的决策问题有关。王浩推测,任意一组能够铺陈为平面的镶嵌片都能够周期性地铺陈为平面;他还证明,如果事实确实如此的话,那么就存在着一种这种铺陈的决策方法。

1964 年,伯杰(Robert Berger)在哈佛大学应用数学专业博士学位论文中证明,王浩的推测不成立。不存在任何普遍适用的方法,因此只存在一组只能非周期性铺陈的王氏砖。伯杰用两万多块骨牌构造出了这样一个组合。后来他发现了一个小得多的组合,它由 104 块骨牌构成。而高德纳^①则将这个数字减小到 92。

这样的一组王氏砖很容易转化为只能非周期性铺陈的多边形镶嵌片。你

① 高德纳(Donald Knuth, 1938—), 美国著名计算机科学家。他创造了算法分析领域,并发明了排版软件 TEX 和字体设计系统 Metafont。“高德纳”这个中文名字是他 1977 年访问中国前取的。——译者注

只要将其边缘做成凹凸形以构成一块块的拼图,而它们以先前用颜色规定的方式相配。一条先前某种颜色的边只能与另一条先前为同样颜色的边相配,并且对于其他各种颜色也能得出一种相同的关系。罗宾逊(Raphael M. Robinson)通过允许这样的镶嵌片旋转和翻转,构造出六片从上文所解释的意义上来说强制产生非周期性铺陈的镶嵌片(见图1.5)。1977年安曼^①发现了另一组不同的六片镶嵌片,它们也强制产生非周期性铺陈。这种正方形镶嵌片是否能减少到六片以下尚未可知,不过我们有充分的理由相信六就是最小值了。

彭罗斯在牛津大学担任劳斯·保尔数学教授,他在那里发现了几个强制产

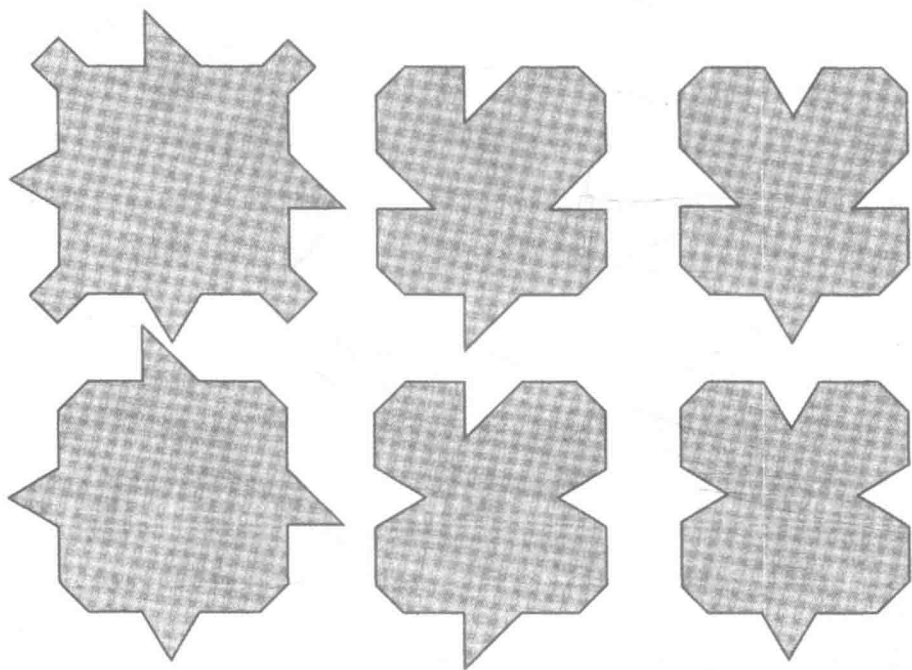


图1.5 罗宾逊的六片强制产生非周期性铺陈的镶嵌片

^① 安曼(Robert Ammann, 1946—1994)是一位美国业余数学家,他在准晶体理论和非周期性铺陈等方面都作出了多项重要贡献。——译者注