

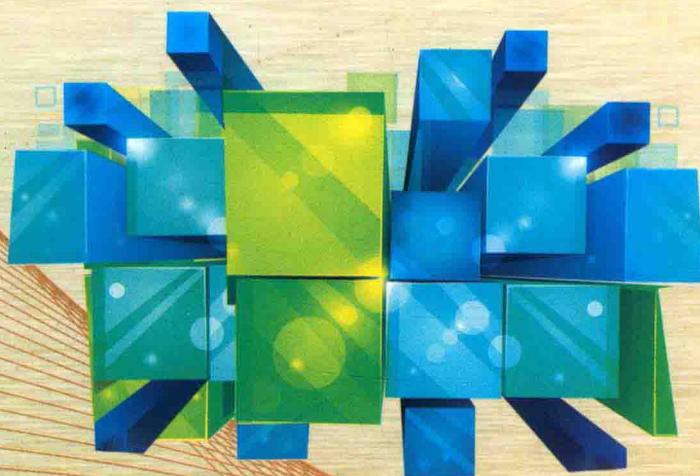


中国电子教育学会高教分会推荐教材
高等学校自动化类专业“十三五”规划教材

现代控制理论

Modern Control Theory

主编 张果
副主编 赵艳花 芦逸云



西安电子科技大学出版社
<http://www.xdph.com>

中国电子教育学会高教分会推荐教材

高等学校自动化类专业“十三五”规划教材

现代控制理论

主 编 张 果

副主编 赵艳花 芦逸云

主 审 刘跃敏

本书为洛阳理工学院教材，由西安电子科技大学出版社出版

内 容 简 介

本书作为高等工科院校自动化专业及其相邻专业学生的一门必修课程教材，包括了现代控制理论中最基础的内容——状态空间分析法。

根据我国高等教育的发展形势和对应用型人才培养新的需求，本书突出了工程设计应用，并强化了 MATLAB 软件应用技术。

全书共 7 章，重点介绍现代控制理论的基本问题。第 1 章介绍控制理论的发展历程和现代控制理论的主要内容；第 2 章和第 3 章分别介绍状态空间表达式及其解；第 4 章和第 5 章分析系统的能控性、能观性和稳定性；第 6 章介绍系统综合设计方法；第 7 章简单介绍最优控制的基本理论。

本书可供自动化、电气自动化及其他相关专业师生选用。

图书在版编目(CIP)数据

现代控制理论/张果主编. —西安：西安电子科技大学出版社，2018. 2

ISBN 978 - 7 - 5606 - 4801 - 9

I. ① 现… II. ① 张… III. ① 现代控制理论—高等学校—教材

IV. ① O231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 016015 号

策 划 李惠萍

责任编辑 李惠萍

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西天意印务有限责任公司

版 次 2018 年 2 月第 1 版 2018 年 2 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 13

字 数 304 千字

印 数 1~3000 册

定 价 29.00 元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 4801 - 9/O

XDUP 5103001 - 1

* * * 如有印装问题可调换 * * *

~~~~~ 前 言 ~~~~

近年来，计算机技术的进一步发展为现代控制理论的应用提供了更好的基础和平台，促进了现代控制理论的广泛应用，理论本身也在不断发展和完善，关于现代控制理论的基础研究与学习也显得越来越重要。

本书是在普通高等教育“十一五”规划教材《现代控制理论》(刘豹编著，机械工业出版社 2004 年出版)的基础上，根据我国高等教育的发展形势和对应用型人才培养新的需求，结合前期教材的使用情况而编写的。本书深入浅出、理论严谨，突出了工程系统的设计应用，并强化了 MATLAB 软件应用技术。本书在取材和阐述方式上，注意强化工程性，将实验教学环节和计算机辅助设计融为一体，贯穿全书；在内容讲解上，贯彻删繁就简的原则；在章节安排上，考虑了不同专业的背景，可供不同专业选用。

本书对现代控制理论的核心基础——状态空间分析法的基本概念和分析方法作了简要的介绍。为了简单明了地表述现代控制理论的基本概念，本书仅以线性定常系统作为讨论对象。本书对概念进行了简明扼要的说明，主要突出了控制理论的应用；增加了许多例题，将抽象叙述具体化。各章末的本章小结与习题可方便学生总结与练习。读者在阅读本书之前，需要掌握线性代数、矩阵论和经典控制理论等相关知识。

全书共 7 章，以单输入-单输出线性系统为背景，重点介绍现代控制理论的基本问题。第 1 章介绍控制理论的发展历程及研究内容；第 2 章介绍线性控制系统的状态空间表达式；第 3 章介绍线性控制系统方程的解；第 4 章介绍线性控制系统的能控性和能观性问题；第 5 章介绍线性控制系统的稳定性问题；第 6 章介绍线性控制系统的综合设计问题；第 7 章简单介绍最优控制的基本理论和二次型最优控制问题。本书既有基本理论的讲解，又辅有相当的实例，同时提供了相应的 MATLAB 函数和调用格式。

本书由洛阳理工学院张果主编，洛阳理工学院赵艳花、芦逸云任副主编，参加编写的还有洛阳理工学院王燕、段春霞、王晓丽。其中赵艳花编写了第 1

章和第 2 章；芦逸云编写了第 3 章；王燕编写了第 4 章；王晓丽编写了第 5 章；段春霞编写了第 6 章；张果编写了第 7 章并完成全书的统稿及审定工作。王晓丽对全书的 MATLAB 程序进行了修改验证。洛阳理工学院陈文清教授仔细审阅书稿并提出了宝贵的修改意见。

本书由河南科技大学刘跃敏教授主审，在此表示衷心的感谢。

在本书编写过程中，参考了许多院校老师们编写的教科书和习题集，同时也得到了作者学院很多同志的大力帮助。在此，谨向参考文献的作者和关心并为本书出版付出辛勤劳动的所有同志表示深深的谢意！

由于作者水平有限，加之工作繁忙，书中一定存在不妥及疏漏之处，恳请各位读者、同行不吝指正。

目 录

第1章 绪论	1
1.1 控制理论的发展过程	1
1.1.1 控制理论的发展阶段	1
1.1.2 经典控制理论与现代控制理论的关系	3
1.2 现代控制理论的主要内容	4
1.2.1 现代控制理论的主要分支	4
1.2.2 现代控制理论的应用现状	5
本章小结	6
第2章 线性控制系统的状态空间描述	7
2.1 状态空间表达式	7
2.1.1 状态空间的基本概念	7
2.1.2 状态空间表达式	8
2.1.3 状态空间表达式的模拟结构图	10
2.1.4 实例分析	12
2.2 状态空间表达式的建立	13
2.2.1 从系统机理出发建立状态空间表达式	13
2.2.2 由传递函数建立状态空间表达式	16
2.2.3 由方框图建立状态空间表达式	24
2.3 状态向量的线性变换(坐标变换)	26
2.3.1 状态空间表达式的线性变换	26
2.3.2 线性变换的性质	27
2.3.3 约当标准型	29
2.4 状态空间表达式与传递函数矩阵	34
2.4.1 单输入-单输出系统	34
2.4.2 多输入-多输出系统	35
2.4.3 传递函数矩阵不变性	36
2.4.4 组合系统的传递函数矩阵	36
2.5 离散时间系统的状态空间表达式	39
2.5.1 将差分方程转换为状态空间表达式	39
2.5.2 离散系统的传递函数矩阵	40
2.6 基于 MATLAB 方法的系统状态空间描述	41
2.6.1 状态空间模型的建立	41

2.6.2 状态空间方程与传递函数矩阵的变换	43
2.6.3 系统状态空间表达式的线性变换	44
2.6.4 标准型的变换	45
本章小结	47
习题	47
第3章 控制系统状态方程的解	50
3.1 线性定常齐次状态方程的解	50
3.1.1 齐次状态方程解的定义	50
3.1.2 状态转移矩阵	51
3.1.3 状态转移矩阵的计算	54
3.2 线性定常非齐次状态方程的解	58
3.2.1 非齐次状态方程的解	58
3.2.2 拉氏变换法求解	60
3.3 线性定常离散系统状态方程的解	61
3.3.1 线性连续系统的时间离散化	61
3.3.2 离散系统状态空间方程的解	63
3.4 基于 MATLAB 求解系统状态空间表达式	66
3.4.1 计算状态转移矩阵	67
3.4.2 求线性系统的状态响应	67
本章小结	69
习题	69
第4章 线性控制系统的能控性和能观性	71
4.1 线性定常连续系统的能控性	71
4.1.1 能控性定义	71
4.1.2 能控性判据	73
4.1.3 能控标准型	78
4.1.4 输出能控性	81
4.2 线性定常连续系统的能观性	81
4.2.1 能观性定义	82
4.2.2 能观性判据	83
4.2.3 能观标准型	88
4.3 线性定常离散系统的能控性与能观性	90
4.3.1 离散系统的能控性	90
4.3.2 离散系统的能观性	92
4.4 对偶原理	93
4.4.1 对偶系统	93
4.4.2 对偶原理	94
4.5 线性定常系统的结构分解	96
4.5.1 按能控性进行结构分解	96

4.5.2 按能观性进行结构分解	99
4.5.3 按能控能观性进行结构分解	101
4.6 系统的实现问题	104
4.6.1 实现问题的基本概念	105
4.6.2 能控型实现和能观型实现	105
4.6.3 最小实现	110
4.7 传递函数中零极点对消与能控性能观性的关系	115
4.8 基于 MATLAB 分析系统的能控性和能观性	117
本章小结	119
习题	119
第 5 章 控制系统的稳定性分析	122
5.1 李雅普诺夫关于稳定性的定义	122
5.1.1 系统平衡状态	122
5.1.2 李雅普诺夫稳定性定义	123
5.2 李雅普诺夫第一法	126
5.2.1 线性系统的稳定判据	126
5.2.2 非线性系统的稳定性	127
5.3 李雅普诺夫第二法	128
5.3.1 预备知识	129
5.3.2 几个稳定性判据	131
5.3.3 关于李雅普诺夫函数的讨论	135
5.4 李雅普诺夫方法在线性系统中的应用	136
5.4.1 线性定常连续系统渐近稳定判据	136
5.4.2 线性定常离散系统渐近稳定判据	139
5.5 MATLAB 在线性系统稳定性分析中的应用	141
5.5.1 MATLAB 在线性定常连续系统稳定性分析中的应用	141
5.5.2 MATLAB 在线性定常离散系统稳定性分析中的应用	145
本章小结	148
习题	149
第 6 章 控制系统的状态空间综合	150
6.1 线性反馈控制系统的基本结构	150
6.1.1 状态反馈	150
6.1.2 输出反馈	151
6.1.3 输出到状态向量导数的反馈	152
6.1.4 线性反馈的性质	152
6.1.5 闭环系统的能控性和能观性	153
6.2 极点配置	154
6.2.1 状态反馈实现极点配置	154
6.2.2 输出反馈实现极点配置	158

6.2.3	从输出到状态导数的反馈实现极点配置	159
6.3	系统解耦	160
6.3.1	解耦的定义	160
6.3.2	前馈补偿器解耦	161
6.3.3	状态反馈解耦	162
6.4	状态观测器	165
6.4.1	观测器的定义	165
6.4.2	观测器的设计方法	167
6.4.3	降维观测器	168
6.5	基于状态观测器的状态反馈系统	173
6.5.1	系统结构	173
6.5.2	闭环系统的基本特性	174
6.6	MATLAB 在系统综合中的应用	176
6.6.1	用 MATLAB 实现极点配置	176
6.6.2	状态观测器设计	178
6.6.3	带有状态观测器的闭环状态反馈系统	179
本章小结		181
习题		181
第7章	最优控制系统	183
7.1	最优控制的一般概念	183
7.1.1	最优控制问题	183
7.1.2	最优控制的性能指标	184
7.1.3	二次型性能指标的最优控制	185
7.1.4	最优控制的研究方法	187
7.2	线性二次型最优控制问题	187
7.2.1	基于李雅普诺夫第二法的最优控制系统	188
7.2.2	参数最优问题的李雅普诺夫第二法解法	188
7.2.3	二次型最优控制问题	190
7.3	基于 MATLAB 求解线性二次型最优控制问题	194
本章小结		198
习题		198
参考文献		200

第1章 绪论

在科学技术的发展过程中，自动控制始终担负着重要的角色。在航空航天和国防工业中，自动控制在飞机的自动驾驶系统、宇宙飞船系统和导弹制导系统中发挥着特别重要的作用。在现代制造业和工业生产过程中，自动控制同样起着无法替代的作用。例如在传统工业中，对工业过程中的流量、压力和温度的控制均离不开自动控制技术。此外，在新型的机器人控制、城市交通控制和网络控制等方面，自动控制技术也发挥着重要的作用。随着科学技术的飞速发展，自动控制技术的应用也扩展到很多非工程系统，如生物工程、医学工程和社会经济系统等。随着自动控制技术的飞速发展和广泛应用，自动控制技术不仅可以把人类从繁重单一的体力劳动和部分脑力劳动中解放出来，而且还可以完成许多仅靠人类自身无法完成的精密复杂的工作，特别是在一些危险和特殊环境下，更是离不开自动化装置及自动控制技术。

1.1 控制理论的发展过程

控制理论的形成与发展来自于控制工程的实际需求，同时理论又反过来指导和促进控制技术的进步。

1.1.1 控制理论的发展阶段

一般而言，控制理论的形成与发展分为下述三个阶段。

1. 经典控制理论阶段

自动控制的某些思想可以追溯到久远的古代，直到 1769 年英国人瓦特(J. Watt)设计出离心式飞锤调速器，并将其应用于他发明的蒸汽机，这是人类运用反馈原理来设计控制装置的最早实例之一，由此拉开了经典控制理论的序幕。不过瓦特这一发明装置容易产生振荡，在实际使用中如何才能平稳运行，这就需要理论的指导。1868 年，英国数学家麦克斯韦(J. C. Maxwell)发表了论文《论调速器》，论文中对蒸汽机调速系统的动态特性进行了分析，指出控制系统的动态方程可由相应的微分方程来描述及系统的稳定性与特征方程根的位置有关，并总结了简单的系统稳定性代数判据。对于线性系统，英国人劳斯(Routh)和德国人赫尔维茨(Hurwitz)分别于 1875 年和 1895 年提出了根据拉普拉斯(Laplace)变换，由代数方程来判断系统稳定性的劳斯-赫尔维茨判据。在此期间，俄国人李雅普诺夫(Lyapunov)在 1892 年发表了博士论文《运动稳定性的一般问题》，其中提出了可用李雅普诺夫函数来判断系统稳定性的方法，创造了动力学系统的一般稳定性理论。

第一次世界大战爆发后，军事工业的需要促进了自动控制理论的发展。1922 年美国的米诺斯基(N. Minorsky)研制出船舶操纵自动控制器。1932 年美籍瑞典人奈奎斯特(H. Nyquist)提出了利用系统频率特性来分析系统的频域分析法。在第二次世界大战中，

由于设计和建造飞机自动驾驶仪、雷达跟踪系统、火炮瞄准系统等军事装备的需要，自动控制理论更是得到了飞速的发展。1945年美国人伯德(H. W. Bode)发表了关于控制系统频域设计方法的经典著作《网络分析和反馈放大器设计》。1948年美国的伊文斯(W. R. Evans)提出了另一种图解分析法，即根轨迹分析法。奈奎斯特图、伯德图和根轨迹分析法不用求解微分方程就能分析系统的稳定性、动态品质和稳态性能，为分析和设计控制系统提供了工程上实用、有力的工具。1948年美国著名科学家维纳(N. Wiener)发表了著名的文章《控制论》，推广了反馈的概念，系统论述了控制理论的一般原理和方法，标志着经典控制理论的形成。

从20世纪30年代初到50年代末，逐步发展形成了以反馈控制理论为主题的经典控制理论。研究的对象主要是单输入-单输出的线性定常系统，采用Laplace变化，以传递函数为主要工具，分析研究方法有时域分析法、根轨迹分析法和频域分析法。对于非线性系统的分析，在一定条件下，采用线性化方法可以将其近似处理为线性系统，常用的分析法是相平面分析法和描述函数法。

经典控制理论主要面临下述两个方面的问题：

第一，经典控制理论应用范围有局限性。它主要适用于单变量的线性定常系统。实际中的大量工程系统都是多变量、具有动态耦合的多输入-多输出时变系统，尽管有大量的研究工作试图克服这种局限性，但是经典控制理论仍难以处理一般的非线性或时变系统。

第二，经典控制理论采用的是试探法设计系统，根据经验选用合适的、简单的、工程上易于实现的控制器，然后按照性能指标进行“试凑”。虽然这种设计方法具有实用性强的特点，但这种设计方法往往依赖于设计人员的经验，不能从理论上给出最佳的、系统化的设计方案。

2. 现代控制理论阶段

现代科学技术的迅速发展，特别是空间技术、导弹制导、数控技术和核能技术的发展，使得控制系统的结构变得更为复杂，它们往往是动态耦合的多输入-多输出非线性时变系统。同时，对控制性能的要求也在不断提高，在很多情况下要求系统的某种特性能达到最优，而且相对于控制环境的变化也要具有一定的适应能力。这些新的控制对象和控制要求是经典控制理论所无法处理和完成的。

科学技术的发展不仅对控制理论提出了挑战，也为控制理论的发展创造了条件。在20世纪50年代蓬勃发展的航天航空技术的推动下和在飞速发展的计算机技术的支持下，控制理论在1960年前后有了重大的突破和创新。1956年，美国的数学家贝尔曼(R. R. Bellman)发表了《动态规划理论在控制过程中的应用》，提出了寻求最优控制的动态规划法。同年，俄国数学家庞特里亚金发表了《最优过程的数学理论》，提出了极大值原理，使得最优控制得到了飞速发展。1960年，美籍匈牙利人卡尔曼(K. E. Kalman)系统地引入了状态空间法，提出了能控性、能观性的概念和新的滤波理论。这些重要的进展和成果就构成了现代控制理论的基础。

这一时期，在现代控制理论的推动下，世界上出现了许多可喜的科技成就。1957年，苏联先后发射了洲际导弹火箭和世界上第一颗人造地球卫星；1962年，美国研制出工业机器人产品；同年，苏联连续发射两艘“东方号”飞船并首次实现在太空编队飞行；1966年，苏联发射“月球9号”探测器，首次在月球表面成功着陆；1969年，美国“阿波罗11号”把宇

航员尼尔·阿姆斯特朗(N. A. Armstrong)等人送上月球。

现代控制理论用现代数学作为工具,数字计算机的发展为它提供了强有力的工具。现代控制理论在本质上是时域分析法,它是以状态空间方程作为基础,借助于计算机解出状态方程,根据状态对系统性能进行评估。由于不需要经过变换,在时域中直接求解和分析,控制的要求和性能指标就变得非常直观。在设计方法上,基本上是在严密的理论基础上推导出满足一定性能指标的最优控制系统。

3. 智能控制和复杂系统控制理论

随着交叉学科的发展,控制系统的规模越来越大,结构越来越复杂,范围也扩展到了社会、经济及管理等其他非工程系统,原有的理论难以应付这些问题。于是,相应的大系统理论和复杂系统理论就应运而生。复杂系统主要是针对大型及复杂的工程、社会、经济和管理系统,进行相关的控制理论研究。

在实际过程中,被控对象往往是复杂的、不确定的,相应的数学模型难以精确地描述其动力学特征。有一种观点认为,控制效果的好坏取决于被控对象数学模型的精确程度;另一种观点则认为,建模时误差在内的不确定性可以由反馈来补偿,控制效果的好坏取决于控制设计方法。实际上,对于建模的精确性和控制算法的选取,在不同的场合会有不同的侧重。例如,在航天控制中,对建模的精度要求较高;在过程控制中,由于精确模型很难建立,更多的则是依赖于控制算法。

在无法获取精确的数学模型的情况下,如何保证系统的控制性能,是个非常重要的问题。现代控制理论是基于被控对象的精确数学模型的,而智能控制对模型精确度要求较低。智能控制是指模仿人类智能的非传统控制方法,包括模糊控制、神经网络控制、专家系统以及自适应自学习控制系统等。

1.1.2 经典控制理论与现代控制理论的关系

1. 两种理论的区别

1) 研究对象不同

一般来说,经典控制理论研究的对象只是单输入-单输出线性定常系统。现代控制理论则适用于线性和非线性、定常和时变、多输入-多输出系统。相比于经典控制理论,现代控制理论研究领域更为普遍。

2) 数学工具不同

经典控制理论主要研究单变量的线性定常问题,即单变量的定常微(差)分方程,所以拉普拉斯变换是主要数学工具。现代控制理论是研究多变量系统,数学工具主要是矩阵理论和向量空间理论。

3) 数学模型不同

经典控制理论中的数学模型是传递函数,以系统的输入输出特性为研究的依据,是对系统的一种不完全描述。现代控制理论的数学模型是状态空间方程,引入了系统内部变量——状态变量,是对系统的一种完全描述。

4) 分析方法及内容不同

经典控制理论常用的分析方法有时域分析法、频域分析法和根轨迹分析法,内容主要

有稳定性、动态性和稳定性。现代控制理论的分析方法是时域分析法，主要内容有稳定性、能控性和能观性。

5) 控制器设计方法不同

经典控制理论的控制器即校正装置，是由能实现典型控制规律的调节器构成的，如超前校正、滞后校正等。现代控制理论主要通过极点配置的方法来实现控制器设计。

2. 两种理论的联系

现代控制理论是在经典控制理论的基础上发展起来的，虽然二者在数学工具、理论基础和研究方法上有本质的区别，但是对动态系统进行分析研究时，两种理论可以相互补充、相辅相成，而不是相互排斥。特别是对于线性系统的研究，很多经典的方法已经应用到现代控制理论的研究中，如以传递函数矩阵为桥梁，很大程度上丰富了现代控制理论的研究内容。

现代控制理论本质上是时域法，是建立在状态空间基础上，以系统内部的状态方程为基本工具的系统分析方法。应用状态空间法对系统进行分析，主要借助于计算机解出状态方程，根据状态解对系统进行评估。在系统设计方法上，可以设计出满足一定性能指标的最优控制系统。

经典控制理论是研究控制系统输出的分析与综合的理论，现代控制理论是研究控制系统状态的分析与综合的理论。

1.2 现代控制理论的主要内容

1.2.1 现代控制理论的主要分支

随着社会生产力的不断发展以及控制理论应用范围的不断扩大，控制理论也随之飞速发展。

构建一个动态系统由以下几个步骤组成，这些步骤引出了现代控制理论的主要分支。

1. 线性系统理论

在构建任何一个动态系统时，都需要对其运动规律及改进措施进行研究。线性系统理论主要研究在外部作用下线性系统状态的变化规律及其改变，揭示系统内部结构、参数和性能间的关系。线性系统理论的主要内容包括系统的状态空间描述、能控性、能观性和稳定性，状态反馈、极点配置和观测器等。线性系统理论是现代控制理论的基础。

2. 建模及系统辨识

在现代控制理论中，对动态系统进行分析、综合与设计，需要先建立能反映系统各变量间关系的数学模型——状态空间方程。如果不能用解析的方法建立模型，就需要用系统辨识的方法来建立模型。系统辨识是指通过系统的输入、输出数据来确定其模型。如果模型结构已知，只需要确定参数，就变为参数估计问题。

3. 最优滤波理论

如何从被噪声污染的信号中重构出原信息，是现代控制理论的一个重要分支。最优滤

波理论也称为最佳估计理论，它是运用统计的方法，从被噪声信号污染的数据中获取原有信号的最优估计值。

4. 控制系统的综合

如何形成系统的控制规律以达到预想的控制效果就是控制的综合。常见的控制规律有下述几种：

(1) 最优控制。最优控制是针对确定的被控对象和环境，在满足一定的约束条件下，寻找最优控制规律，使得给定的性能指标(目标函数)取得极值。实现最优控制的主要方法有极大值原理、动态规划以及各种广义梯度描述的优化算法等。

(2) 自适应控制。自适应控制是针对不确定的被控对象和环境，自动辨识系统的模型，并根据此调整控制规律，以保持系统的最佳控制性能。自适应控制可分为模型参考自适应控制和自校正控制两种基本类型。

(3) 鲁棒控制。鲁棒控制就是使系统在一定的不确定性存在的条件下维持某些性能，其重点是系统的稳定性和可靠性。一般情况下，系统并不工作在最优状态，按照鲁棒控制理论设计，可使系统保持良好的性能而不受模型与信号中不确定因素的影响。

(4) 智能控制。智能控制是针对模型不确定、高度非线性以及复杂任务要求的系统。智能控制是传统控制理论的发展，但它又突破了传统理论中被控对象有明确的数学描述、控制目标数量化的限制。

另外，针对不同的应用场合，还有多变量控制、随机控制、分布参数控制、离散事件控制以及混杂系统控制等多种控制方式。

1.2.2 现代控制理论的应用现状

现代控制理论的应用基础及环境是数字计算机及相应的计算技术。随着计算机技术的发展，现代控制理论有了较为广阔的应用前景。目前，现代控制理论的应用已经涉及许多行业。

现代控制理论最典型的实验室应用就是倒立摆的控制，如果采用经典控制理论来实现这种控制，则很难达到理想的控制效果。

现代控制理论最成功的应用领域是空间工程。例如，用于飞机，包括航天飞机的数字飞行控制系统就是一种典型的应用。另外，在船舶自动驾驶仪中现代控制理论也有着很好的应用。在电力行业中，现代控制理论的一种成功地应用就是电力生产管理控制。当水电、风电以及太阳能发电等供电电源受环境影响而不确定时，其用电负荷也不确定，这种状况下如何用最小的代价来满足电力需求，就需要用现代控制理论来实现。在石油化工、钢铁、水泥等生产过程控制中，现代控制理论也得到了一定的应用。这些都是一种需要对多变量进行控制的场合，许多工程实例都采用了多变量的自适应控制策略。

现代控制理论能够解决一些运用经典控制理论解决不了的问题，但是它也有一定的局限性，因为现代控制理论和数学的关联度很强，对系统精确数学模型的依赖程度也比较高，所以在一些难以获取精确模型及模型不确定的场合，其应用效果也不理想，因此智能控制在这些方面得到了快速的发展。

本 章 小 结

本章介绍了控制理论的发展过程。

控制理论的发展可分为三个部分：经典控制理论、现代控制理论和智能控制理论。其中经典控制理论和现代控制理论之间既有区别又有联系，主要区别是二者的数学模型不同，二者联系的纽带则是传递函数(矩阵)。

随着计算机科学技术的快速发展和高等数学理论的支撑，现代控制理论在 20 世纪 80 年代后得到了飞速发展，主要有线性系统理论、系统辨识、最优控制等。现代控制理论和现代控制技术具有广泛的应用前景和应用空间。

1.2 现代控制理论的主要内容

本节将从以下几个方面简要介绍现代控制理论的主要内容。

现代控制理论的主要内容包括：状态空间法、线性系统的稳定性分析、线性系统的能控性和能观测性、线性系统的极点配置、线性系统的极点分离、线性系统的状态反馈、线性系统的输出反馈、线性系统的状态观测器设计、线性系统的鲁棒控制、线性系统的自适应控制、线性系统的滑模变结构控制、线性系统的时滞系统、线性系统的离散时间系统、线性系统的时变系统、线性系统的随机系统、线性系统的鲁棒控制、线性系统的自适应控制、线性系统的滑模变结构控制、线性系统的时滞系统、线性系统的离散时间系统、线性系统的时变系统、线性系统的随机系统。

1. 线性系统的状态空间法

线性系统的状态空间法是现代控制理论的基本方法之一。它将系统表示为一个状态方程和一个输出方程，从而可以方便地进行系统分析和设计。状态空间法的优点在于它可以将复杂的多变量系统简化为一个一维的线性系统，从而易于求解。同时，状态空间法还可以方便地进行系统的稳定性分析、能控性和能观测性的判断、极点配置、极点分离、状态反馈、输出反馈、状态观测器设计、滑模变结构控制、线性系统的鲁棒控制、线性系统的自适应控制、线性系统的滑模变结构控制、线性系统的时滞系统、线性系统的离散时间系统、线性系统的时变系统、线性系统的随机系统。

2. 线性系统的能控性和能观测性

线性系统的能控性和能观测性是现代控制理论中的两个重要概念。能控性是指通过适当的输入信号能够使系统的所有状态都受到控制；能观测性是指通过系统的输出信号能够完全地观察到系统的内部状态。能控性和能观测性是判断系统稳定性、能控性和能观测性的基础，也是设计控制器和状态观测器的关键。

3. 最优控制理论

最优控制理论是现代控制理论的一个重要分支，是利用数学方法求解最优化问题的一门学科。

状态空间表达式的一般形式为

第2章 线性控制系统的状态空间描述

在经典控制论中，用常微分方程或是传递函数作为数学模型来描述线性控制系统，把输出量和输入变量直接联系起来，但是对于系统仅仅是外部描述，内部不能描述，这种描述是对系统的不完全描述。在现代控制理论中引入状态变量，采用的数学模型是状态空间表达式(状态空间方程)。系统的动态特性是用状态变量构成的一阶微分方程组来描述，能够反映系统全部独立变量的变化，还能确定系统的全部内部运动状态，不再局限于输入量、输出量和误差量，弥补了传递函数描述系统的不足，为提高系统的性能分析提供了有力的工具。

2.1 状态空间表达式

状态空间表达式(状态空间方程)是以状态、状态变量、状态向量、状态空间和状态方程等基本概念为基础建立起来的，因此首先要理解这些基本概念的含义。

2.1.1 状态空间的基本概念

1. 状态、状态变量

能够完整描述和唯一确定系统时域行为或运行过程中数目最小的一组独立的变量称为系统的状态，其中每个变量称为状态变量。对平面而言，需要两个独立状态变量；对三维空间而言，则需要三个独立状态变量； n 维空间则需要 n 个独立状态变量。

一般地说，状态变量不一定是有实际物理意义或可测量的量，但是从工程实际的角度出发，总是选择物理上有意义或可观测的量作为状态变量。

状态变量的特点如下：

(1) 独立性。状态变量之间线性独立，系统状态变量个数等于微分方程的阶数或是独立储能元件的个数；

(2) 多样性。状态变量的选取并不唯一，理论上存在无穷多种方案；

(3) 等价性。同一个系统的两组状态变量之间只差一个非奇异变化。

需要注意的是：同一系统可以取不同的状态变量；同一系统状态变量的选取是非唯一的；同一系统状态变量的数目是唯一的。

2. 状态向量

一个 n 阶系统，如果要确定其运动状态，应有 n 个独立变量，即有 n 维状态变量，用 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ 来表示。

以 n 个独立的状态变量作为向量 $x(t)$ 的分量，则 $x(t)$ 就称为状态向量。

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^T(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \cdots \quad x_n(t)]$$

3. 状态空间

状态空间是以状态变量 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ 为坐标轴所构成的 n 维空间。对于一个特定时刻 t , 状态向量 $\mathbf{x}(t)$ 就是状态空间的一个点。系统的初始状态在状态空间中就是初始点。随着时间的推移状态向量 $\mathbf{x}(t)$ 将在状态空间中描绘出一条轨迹, 称为状态轨迹。

2.1.2 状态空间表达式

在现代控制理论中, 线性系统的状态空间表达式是应用状态空间分析法对控制系统建立的一种数学模型, 由状态方程和输出方程组合而成, 构成一个系统完整的动态描述。在状态空间表达式中状态方程表示状态变量与输入变量之间的关系, 输出方程表示状态变量与输出变量之间的关系。

1. 状态方程和输出方程

状态方程是描述系统的状态变量 $\mathbf{x}(t)$ 与输入变量 $\mathbf{u}(t)$ 之间关系的一阶微分方程组(连续时间系统)或一阶差分方程组(离散时间系统)。

设连续系统的输入为 r 维变量 $u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$, 记

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix}$$

状态方程表示由输入变量 $\mathbf{u}(t)$ 引起的系统状态变量 $\mathbf{x}(t)$ 的变化, 一般形式为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \quad (2.1)$$

式中 $f[\cdot]$ 是一个矢量函数。

输出方程是描述系统状态变量 $\mathbf{x}(t)$ 与输出变量 $y(t)$ 之间函数关系的代数方程。设系统输出为 m 维变量 $y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)$, 记

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix}$$

则输出方程一般形式为

$$y(t) = g[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \quad (2.2)$$

状态空间表达式由状态方程和输出方程组合而成, 又称为状态空间方程, 其一般形式为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = f[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \\ \mathbf{y}(t) = g[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \end{cases} \quad (2.3)$$

2. 系统的分类

1) 自治系统

在系统的动态方程(2.3)中, 函数 $f()$ 和 $g()$ 均不显含时间 t , 该系统成为自治系统, 其