

严格依据最新考研管理类联考大纲编写

  
理工社®

MBA MPA MPAcc  
管理类联考综合能力

2018版

# 从零飞跃·数学

陈剑◎主编

零基础速成，题型全面，  
内容精华浓缩，浅显易懂  
175道例题举一反三，  
290道习题回归演练

 北京理工大学出版社  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

严格依据最新考研管

网编写

  
理工社®

# MBA MPA MPAcc 管理类联考综合能力

2018版

# 从零飞跃·数学

陈剑◎主编

## 管理类联考图书编委会

主任：陈剑

数学委员：陈剑 赵志刚 魏祥 郑小松 杨晶

张旭 韩超

逻辑委员：杨武金 饶思中 李焕 李屹

写作委员：陈君华 崔小明 杨桂菊 王诚 田然

胡昊 朱琦

苏江 王口 其军 齐徽 何敬 薛冰 韩健

道才

 北京理工大学出版社  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

---

### 图书在版编目 (CIP) 数据

管理类联考综合能力从零飞跃. 数学 / 陈剑主编. —北京: 北京理工大学出版社, 2017. 5

ISBN 978 - 7 - 5682 - 4026 - 0

I. ①管… II. ①陈… III. ①高等数学 - 研究生 - 入学考试 - 自学参考资料  
IV. ①G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 100732 号

---

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)  
(010) 82562903 (教材售后服务热线)  
(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京盛彩捷印刷有限公司

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 9.75

字 数 / 222 千字

版 次 / 2017 年 5 月第 1 版 2017 年 5 月第 1 次印刷

定 价 / 25.80 元

责任编辑 / 孟雯雯

文案编辑 / 多海鹏

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 王美丽

---

图书出现印装质量问题, 请拨打售后服务热线, 本社负责调换

# Preface

# 前言

本书是根据最新数学考试大纲的要求，为了帮助报考管理类联考的考生更好地复习、备考数学，尤其针对广大数学基础薄弱的考生，实现从零飞跃而编写的。

全书按照数学考试大纲的要求分为六章，每章分为基础考点分析、典型例题和精选练习三节。先将有关基本概念、基础知识总结归纳成条，然后再讲述该节的常考题型及解题方法技巧归纳。为突出典型性，本书的绝大多数题型中都含有数学试题的题型。数学试题是无限的，而题型是有限的，掌握好考纲范围内的各类常考题型及解题思路、方法、技巧，就能以不变应万变，遇到类似题型就能很快确立思路，达到形成条件反射，快速简捷的解题套路，从容应考，轻取高分，达到触类旁通的效果。掌握好这些题型及其解题思路、方法、技巧，也就使你掌握了未来的联考数学的题型及解题思路、方法和技巧。因而本书能起到指航引路、预测未来考向的作用。

本书特别强调对联考数学考试大纲所划定的基本概念与基础知识的正确理解和熟练应用。对于数学知识，联考不同于普通的研究生入学考试，它不要求考生有全面、系统的数学理论知识，而是选择考生将来学习课程所必需的数学知识和能力加以考查。因而联考数学考查的主要是基本概念、基础知识和基本运算能力。近年来相当一部分考生在联考中数学失误，究其原因，恰恰是对考纲中所规定的基本概念、基础知识和基本运算能力的理解与掌握上存在欠缺。鉴于此，针对参加联考的考生中有相当数量的考生数学概念比较模糊、基础知识遗忘较多、基本运算不熟练的特点，本书例题较多且讲述方式由浅入深，分析透彻，解答详尽，尽量做到题精而易懂。因而本书是数学从零起步、打好基础的必备辅导书。

联考中的问题求解实际上是选择题，而选择题往往有多种方法进行求解。用什么方法使之能以最快的速度找到答案，就变得极为重要，这也是赢得时间取胜的关键。为此，本书介绍了不少作者在长期教学实践中积累的简化计算方法。本书能展现“庖丁解牛”“善出奇兵”“出奇制胜”“一招制敌”等精华，帮助读者提高解题的准确率，且以最快的速度求出答案，达到“快、准、狠”的目的。

本书在注重基础的同时也兼顾灵活性，求解这类题目常需同时运用多个知识点。本书十分注意这类题的解题方法、技巧归纳，较好地体现了数学考试属于选拔性的特点和要求。此外，本书还注意提高考生快速、准确的计算能力。为激活思维、开阔思路、简化计算，对有些计算题除给出计算的通法外，还经常一题多解。为避免常犯错误，在不少例题

后加写“注意”一项，望读者细心揣摩，这有益于理解基本概念、掌握基础知识、提高运算能力。

在编写本书时，编者参阅了有关书籍，引用了一些例子，恕不一一指明出处，在此一并向有关作者致谢。由于编者水平有限，兼之时间仓促，错误和疏漏之处在所难免，恳请读者批评指正。欢迎大家通过作者博客（<http://www.chenjian.cc>）、新浪微博（<http://weibo.com/myofficer>）、邮箱（[myofficer@qq.com](mailto:myofficer@qq.com)）等网络平台获取本书最新信息，互动学习经验，答疑解惑，以最大程度地利用好本书。

编者

2017年3月

# Contents

# 目 录

第一章 算术 .....	1
第一节 考点解析 .....	2
第二节 典型例题 .....	6
第三节 精选练习 .....	13
第二章 代数式和函数 .....	17
第一节 考点解析 .....	18
第二节 典型例题 .....	21
第三节 精选练习 .....	24
第三章 方程和不等式 .....	29
第一节 考点解析 .....	30
第二节 典型例题 .....	33
第三节 精选练习 .....	39
第四章 数列 .....	44
第一节 考点解析 .....	45
第二节 典型例题 .....	47
第三节 精选练习 .....	53
第五章 几何 .....	59
第一节 考点解析 .....	60
第二节 典型例题 .....	65
第三节 精选练习 .....	71

第六章 数据分析 .....	79
第一节 考点解析 .....	80
第二节 典型例题 .....	84
第三节 精选练习 .....	90
附录 答案及解析 .....	102

# 第一章

## 算 术

### 一、考点精析

考纲要求：

#### 1. 整数

- (1) 整数及其运算；
- (2) 整除、公倍数、公约数；
- (3) 奇数、偶数；
- (4) 质数、合数。

#### 2. 分数、小数、百分数

#### 3. 比与比例

#### 4. 数轴与绝对值

本章主要是学习其他数学知识的一个基础，需要考生掌握基本的运算。本章的概念和名称很多，所以在学时不仅要弄清楚概念之间的联系，更要掌握概念之间的区别。本章的重要考点为：公倍数、公约数和质数、合数。分数、小数、百分数和比与比例主要在应用题中体现；数轴与绝对值主要为绝对值方程和不等式做铺垫。

### 二、历年考试情况

本章历年主要考查三个方面：

- (1) 考查计算型的题目，主要是围绕很长一串数字进行化简计算；
- (2) 考查概念型的题目，主要围绕质数、合数、公倍数和公约数来展开；
- (3) 考查文字应用题，这一块是考试的重点，考题数量较多，占总题量的  $1/3$  左右。

### 三、考试地位及预测

根据历年的考试规律进行预测，由于本章是数学的基础，主要涉及小学高年级和初中内容，所以如果考查计算题和概念题，难度不会很大。但涉及相关考点的应用题比较灵活，技巧性比较强，所以要加大应用题的训练，具体应用题的常考题型和方法建议参看 MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力数学高分指南。

主要从各个角度考查实数的计算。对于实数的计算，不仅要掌握这部分的内容，例如整



数的运算技巧、分数的运算技巧、比例的运算技巧等；更要从一定高度对各块数学知识做一个综合归纳，例如等差、等比数列前  $n$  项和在计算中的应用，整体代换在计算中的应用等，否则做题的思路会很狭隘。

整式、分式：主要考查的是整式的除法，整式的除法与数的除法类似，只要掌握因式定理、余式定理及几种常规的思路，这类问题即可求解。

## 第一节

## 考点解析

### 一、充分性判断题目

#### 1. 充分性命题定义

对两个命题 A 和 B 而言，若由命题 A 成立，肯定可以推出命题 B 也成立（即  $A \Rightarrow B$  为真命题），则称命题 A 是命题 B 成立的充分条件，或称命题 B 是命题 A 成立的必要条件。

#### 2. 解题说明与各选项含义

本类题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论，即只要分析条件是否充分即可，而不必考虑条件是否必要。阅读条件（1）和（2）后选择：

- (A) 条件（1）充分，但条件（2）不充分。
- (B) 条件（2）充分，但条件（1）不充分。
- (C) 条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分。
- (D) 条件（1）充分，条件（2）也充分。
- (E) 条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和条件（2）联合起来也不充分。

**【注意】** 以上规定全书都适用，以后不再重复说明。

### 二、实数

#### 1. 数的概念与性质

自然数  $\mathbf{N}$ : 0, 1, 2, ...

整数  $\mathbf{Z}$ : ..., -2, -1, 0, 1, 2, ...

分数：将单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或几份的数叫做分数。

百分数：表示一个数是另一个数的百分之几的数叫做百分数，通常用“%”表示。

数的整除：当整数  $a$  除以非零整数  $b$ ，商正好是整数而无余数时，则称  $a$  能被  $b$  整除或  $b$  能整除  $a$ 。

倍数，约数：当  $a$  能被  $b$  整除时，称  $a$  是  $b$  的倍数， $b$  是  $a$  的约数。

公约数和最大公约数：几个数公有的约数，叫做这几个数的公约数；其中最大的一个，叫做这几个数的最大公约数。

公倍数和最小公倍数：几个数公有的倍数，叫做这几个数的公倍数；其中最小的一个，叫做这几个数的最小公倍数。

**【评注】** 如果用  $a$  和  $b$  表示两个自然数，那么这两个自然数的最大公约数与最小公倍数

的关系是：

$$(a, b) \times [a, b] = a \times b$$

其中  $(a, b)$  表示最大公约数， $[a, b]$  表示最小公倍数。

**质数：**如果一个大于 1 的正整数，只能被 1 和它本身整除，那么这个正整数叫做质数（质数也称素数）。

**合数：**一个正整数除了能被 1 和本身整除外，还能被其他的正整数整除，这样的正整数叫做合数。

▲质数与合数有如下重要性质：

- (1) 质数和合数都在正整数范围，且有无穷多个。
- (2) 2 是唯一的既是质数又是偶数的整数，即是唯一的偶质数。大于 2 的质数必为奇数。质数中只有一个偶数 2，最小的质数为 2。
- (3) 1 既不是质数也不是合数。

**互质数：**公约数只有 1 的两个数称为互质数。

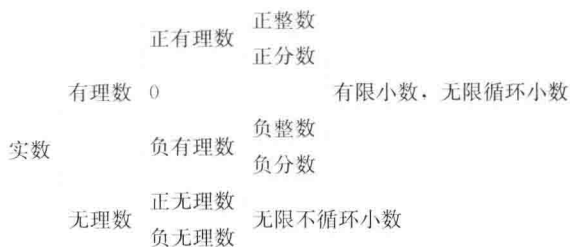
**奇数：**不能被 2 整除的数。

**偶数：**能被 2 整除的数。注意，0 属于偶数。

【注意】两个相邻整数必为一奇一偶。

## 2. 数的分类

**实数：**包括有理数和无理数。



## 3. 常见整除的特点

能被 2 整除的数：个位为 0, 2, 4, 6, 8。

能被 3 整除的数：各数位数字之和必能被 3 整除。

能被 4 整除的数：末两位（个位和十位）数字必能被 4 整除。

能被 5 整除的数：个位为 0 或 5。

能被 6 整除的数：同时满足能被 2 和 3 整除的条件。

能被 8 整除的数：末三位（个位、十位和百位）数字必能被 8 整除。

能被 9 整除的数：各数位数字之和必能被 9 整除。

能被 10 整除的数：个位必为 0。

## 三、绝对值

### 1. 定义

正数的绝对值是它本身；负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值还是零。

## 2. 数学描述

实数  $a$  的绝对值定义为:

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

其几何意义是一个实数  $a$  在数轴上所对应的点到原点的距离值.

## 3. 基本不等式

适合不等式  $|x| < a$  ( $a > 0$ ) 的所有实数所对应的是全部与原点距离小于  $a$  的点, 即:

$$|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a, (a > 0)$$

同理可得:

$$|x| > a \Leftrightarrow x < -a \text{ 或 } x > a (a > 0)$$

## 4. 绝对值的性质

(1) 对称性:  $|-a| = |a|$ , 即互为相反数的两个数的绝对值相等.

(2) 等价性:  $\sqrt{a^2} = |a|$ ,  $|a|^2 = a^2$  ( $a \in R$ ).

(3) 自比性:  $-|a| \leq a \leq |a|$ . 推而广之,  $\frac{|x|}{x} = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ .

(4) 非负性: 即  $|a| \geq 0$ , 任何实数  $a$  的绝对值非负.

**【知识扩展】** 推而广之, 具有非负性的数还有: 偶数次方 (根式), 如  $a^2, a^4, \dots, \sqrt{a}, \sqrt[4]{a}, \dots$

▲考点规则: 若干个具有非负性的数之和等于零时, 每个非负数应该为零; 有限个非负数之和仍为非负数.

## 5. 三角不等式

$$|a| - |b| \leq |a+b| \leq |a| + |b|$$

左边等号成立的条件:  $ab \leq 0$  且  $|a| \geq |b|$ ;

右边等号成立的条件:  $ab \geq 0$ .

**【知识扩展】** 推而广之, 同样有

$$|a| - |b| \leq |a-b| \leq |a| + |b|$$

左边等号成立的条件:  $ab \geq 0$  且  $|a| \geq |b|$ ;

右边等号成立的条件:  $ab \leq 0$ .

**【注意】** 考试要求掌握等号成立条件的判断.

## 四、比和比例

### 1. 比

两个数相除, 又称为这两个数的比, 即  $a:b = \frac{a}{b}$ . 其中  $a$  叫做比的前项,  $b$  叫做比的后项. 相除所得商叫做比值, 记作  $a:b = \frac{a}{b} = k$ . 在实际应用中, 常将比值表示成百分数, 称为百分比.

## 2. 比例

相等的比称为比例, 记作  $a:b=c:d$ , 或  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ . 其中  $a$  和  $d$  称为比例外项,  $b$  和  $c$  称为比例内项. 当  $a:b=b:d$  时, 称  $b$  为  $a$  和  $d$  的比例中项, 显然当  $a, b, d$  均为正数时,  $b$  是  $a$  和  $d$  的几何平均值.

## 3. 正比

若  $y=kx$  ( $k$  不为零), 则称  $y$  与  $x$  成正比,  $k$  称为比例系数.

【注意】并不是  $x$  和  $y$  同时增大或减小才称为正比. 比如当  $k<0$  时,  $x$  增大,  $y$  反而减小.

## 4. 反比

若  $y=k/x$  ( $k$  不为零), 则称  $y$  与  $x$  成反比,  $k$  称为比例系数.

## 5. 比例的基本性质

$$(1) a:b=c:d \Leftrightarrow ad=bc.$$

$$(2) a:b=c:d \Leftrightarrow b:a=d:c \Leftrightarrow b:d=a:c \Leftrightarrow d:b=c:a.$$

## 6. 重要定理

$$(1) \text{更比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}.$$

$$(2) \text{反比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}.$$

$$(3) \text{合比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}.$$

$$(4) \text{分比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}.$$

$$(5) \text{合分比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a \pm mc}{b \pm md} \xrightarrow{m=1} \frac{a \pm c}{b \pm d}.$$

$$(6) \text{等比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} \quad (b+d+f \neq 0).$$

## 五、平均值

## 1. 算术平均值

设  $n$  个数  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 称  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$  为这  $n$  个数的算术平均值, 简记为

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

## 2. 几何平均值

设  $n$  个正数  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 称  $x_g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$  为这  $n$  个正数的几何平均值, 简记为  $x_g =$

$$\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}.$$

【注意】几何平均值是对于正数而言的.

## 3. 基本定理

(1) 当  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为  $n$  个正数时, 它们的算术平均值不小于它们的几何平均值, 即

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n} (x_i > 0, i = 1, \cdots, n)$$

当且仅当  $x_1 = x_2 = \cdots = x_n$  时, 等号成立.

(2) 当  $n = 2$  时,  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$  ( $a, b > 0$ ).

(3)  $a + \frac{1}{a} \geq 2$  ( $a > 0$ ), 即对于正数而言, 互为倒数的两个数之和不小于 2, 且当  $a = 1$  时取得最小值 2.

## 第二节

### 典型例题

#### 一、问题求解题

例 1. 用 10 以内的质数组成一个三位数, 使它能同时被 3、5 整除, 这个数最小是  $m$ , 最大是  $n$ , 则  $n - m$  等于 ( ).

- A. 360      B. 345      C. 330      D. 375      E. 390

【解析】10 以内质数有: 2、3、5、7; 同时能被 5 整除, 个位上的数只能是 5; 又能被 3 整除, 这个三位数各数位之和也必须是 3 的倍数, 所以只能是 3 和 7. 故可以得到这个数最小  $m$  是 375, 最大  $n$  是 735, 所以  $n - m = 360$ , 选 A.

例 2.  $A$  是一个质数, 而且  $A + 6, A + 8, A + 12, A + 14$  都是质数, 满足要求的最小质数  $A$  的值为  $m$ , 则  $m^2 + m + 1$  为 ( ).

- A. 55      B. 13      C. 21      D. 43      E. 31

【解析】这道题可以运用试算法进行思考, 从最小的质数开始试算.

当  $A = 2$  时,  $A + 6 = 2 + 6 = 8$ , 8 是合数, 所以  $A$  不是 2.

当  $A = 3$  时,  $A + 6 = 3 + 6 = 9$ , 9 是合数, 所以  $A$  不是 3.

当  $A = 5$  时,  $A + 6 = 5 + 6 = 11$ , 11 是质数;  $A + 8 = 5 + 8 = 13$ , 13 是质数;  $A + 12 = 5 + 12 = 17$ , 17 也是质数;  $A + 14 = 5 + 14 = 19$ , 19 还是质数. 所以  $A = 5$  是符合要求的最小质数. 故答案为 31, 选 E.

例 3. 若  $x, y$  是有理数, 且满足  $(1 + 2\sqrt{3})x + (1 - \sqrt{3})y - 2 + 5\sqrt{3} = 0$ , 则  $x, y$  的值分别为 ( ).

- A. 1, 3      B. -1, 2      C. -1, 3      D. 1, 2

E. 以上结论都不正确

【解析】 $(1 + 2\sqrt{3})x + (1 - \sqrt{3})y - 2 + 5\sqrt{3} = (x + y - 2) + (2x - y + 5)\sqrt{3} = 0$ , 所以  $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases}$ , 即  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ , 所以选 C.

例 4. 设  $a$  与  $b$  之和的倒数的 2 007 次方等于 1,  $a$  的相反数与  $b$  之和的倒数的 2 009 次方也等于 1, 则  $a^{2007} + b^{2009} =$  ( ).

- A. -1      B. 2      C. 1      D. 0      E.  $2^{2007}$

【解析】 根据题意  $\begin{cases} \left(\frac{1}{a+b}\right)^{2007} = 1 \\ \left(\frac{1}{-a+b}\right)^{2009} = 1 \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$ , 所以  $a^{2007} + b^{2009} = 1$ . 所以

选 C.

例 5. 已知实数  $a, b, x, y$  满足  $y + |\sqrt{x} - \sqrt{2}| = 1 - a^2$  和  $|x - 2| = y - 1 - b^2$ , 则  $3^{x+y} + 3^{a+b} = ( \quad )$ .

A. 25                      B. 26                      C. 27                      D. 28                      E. 29

【解析】  $y + |\sqrt{x} - \sqrt{2}| = 1 - a^2 \Rightarrow y - 1 + a^2 + |\sqrt{x} - \sqrt{2}| = 0$ ,  
 $|x - 2| = y - 1 - b^2 \Rightarrow |x - 2| + b^2 + 1 - y = 0$ ,

两式相加得

$|x - 2| + b^2 + a^2 + |\sqrt{x} - \sqrt{2}| = 0$ , 即  $x = 2, a = b = 0$ , 再代入  $y + |\sqrt{x} - \sqrt{2}| = 1 - a^2$  可得  $y = 1$ , 所以  $3^{x+y} + 3^{a+b} = 3^{2+1} + 3^{0+0} = 28$ . 所以选 D.

例 6. 设  $y = |x - a| + |x - 20| + |x - a - 20|$ , 其中  $0 < a < 20$ , 则对于满足  $a \leq x \leq 20$  的  $x$  值,  $y$  的最小值是 ( ).

A. 10                      B. 15                      C. 20                      D. 2                      E. 30

【解析】 由于  $a \leq x \leq 20$ , 则  $y = x - a + 20 - x + a + 20 - x = 40 - x$ , 当  $x = 20$  时,  $y$  取得最小值, 即  $y = 20$ , 所以选 C.

例 7. 如果  $x_1, x_2, x_3$  的算术平均值为 5, 则  $x_1 + 2, x_2 - 3, x_3 + 6$  与 8 的算术平均值为 ( ).

A.  $3\frac{1}{4}$                       B. 6                      C. 7                      D.  $9\frac{1}{5}$                       E. 9

【解析】 已知  $\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = 5 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 15$ , 则

$$\frac{x_1 + 2 + x_2 - 3 + x_3 + 6 + 8}{4} = \frac{15 + 2 - 3 + 6 + 8}{4} = 7.$$

所以选 C.

例 8. 有 4 个不同的自然数, 它们的和是 1 111, 它们的最大公约数最大可能为  $k$ , 则  $k$  的各数位之和为多少? ( )

A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5                      E. 6

【解析】 设这 4 个不同的自然数为  $A, B, C, D$ , 有  $A + B + C + D = 1\,111$ . 将 1 111 分解质因数:  $1\,111 = 11 \times 101$ , 显然  $A, B, C, D$  的最大公约数最大可能为 101, 记此时  $A = 101a, B = 101b, C = 101c, D = 101d$ , 有  $a + b + c + d = 11$ , 当  $a + b + c + d = 1 + 2 + 3 + 5$  时满足, 即这 4 个数的公约数可以取到 101. 综上所述, 这 4 个不同的自然数, 它们的最大公约数最大可能是 101, 各数位之和为 2, 所以选 A.

例 9. 两个正整数甲数和乙数的最大公约数是 6, 最小公倍数是 90. 如果甲数是 18, 那么乙数是  $m$ , 则  $m$  的各数位之和为多少? ( )

A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5                      E. 6

【解析】 根据结论: 两个数的最大公约数与最小公倍数的乘积等于这两数的乘积, 则它

们的最大公约数与最小公倍数的乘积为  $6 \times 90 = 540$ , 则乙数为  $540 \div 18 = 30$ . 故乙的各数位之和为 3, 所以选 B.

**例 10.** 一个分数, 分子与分母之和是 100. 如果分子加 23, 分母加 32, 新的分数约分后为  $\frac{2}{3}$ , 则原分数的分母与分子之差为 ( ).

- A. 22                  B. 23                  C. 24                  D. 25                  E. 26

**【解析】** 新的分数, 分子与分母之和是  $100 + 23 + 32$ , 而分子与分母之比为  $2 : 3$ . 因此

$$\text{分子} = (100 + 23 + 32) \times \frac{2}{2+3} = 62,$$

$$\text{分母} = (100 + 23 + 32) \times \frac{3}{2+3} = 93,$$

故原来分数是  $\frac{62-23}{93-32} = \frac{39}{61}$ .

所以分母与分子之差为 22, 选 A.

**例 11.** 已知  $a, b > 0$ , 当  $a, b$  的等差中项是  $\frac{1}{2}$  时,  $\alpha = a + \frac{1}{a}, \beta = b + \frac{1}{b}$ , 则  $\alpha + \beta$  的最小值是 ( ).

- A. 3                  B. 4                  C. 5                  D. 6                  E. 2

**【解析】** 由题:  $a, b$  的等差中项是  $\frac{1}{2}$ , 得

$$a + b = 1,$$

所以  $\alpha + \beta = a + b + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 + \frac{a+b}{ab} = 1 + \frac{1}{ab}$ .

因为  $a > 0, b > 0$ , 所以  $1 = a + b \geq 2\sqrt{ab}$ , 则  $0 < 2\sqrt{ab} \leq 1, 0 < ab \leq \frac{1}{4}$ , 所以当  $ab = \frac{1}{4}$  时,  $(\alpha + \beta)_{\min} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{4}} = 5$ , 故选 C.

**例 12.** 已知  $\frac{x}{a-b} = \frac{y}{b-c} = \frac{z}{c-a}$  ( $a, b, c$  互不相等), 求  $x + y + z$  的值.

- A. 0                  B. 1                  C. -1                  D. 2                  E. 3

**【解析】** 设  $\frac{x}{a-b} = \frac{y}{b-c} = \frac{z}{c-a} = k$ , 则  $x = (a-b)k, y = (b-c)k, z = (c-a)k$ , 所以  $x + y + z = (a-b)k + (b-c)k + (c-a)k = (a-b+b-c+c-a)k = 0$ , 选 A.

**例 13.** 一个三位数能被 3 整除, 去掉它的末位数后, 所得的两位数是 17 的倍数, 这样的三位数中最大的是 ( ).

- A. 858                  B. 855                  C. 852                  D. 849                  E. 868

**【解析】** 两位数是 17 的倍数有: 17, 34, 51, 68, 85. 这 5 个数中最大的是 85, 同时我们考虑到三位数能被 3 整除, 那么可能是: 852, 855, 858. 其中最大的是 858. 应该选择 A 选项.

**例 14.** 如果两数和为 64, 两数积可以整除 4 875, 那么这两数的差是 ( ).

- A. 12                  B. 13                  C. 14                  D. 15                  E. 17

【解析】 可以将 4 875 分解为  $3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 13$ ，这些约数中小于 64 的有 1, 3, 5, 15, 25, 13, 39. 在这 7 个数中和为 64 的只有 2 个数：25 和 39. 所以，这两数的差为 14，选择 C 选项.

例 15. 某工厂二月份产值比一月份的增加 10%，三月份比二月份的减少 10%，那么 ( ).

- A. 三月份与一月份产值相等  
 B. 一月份比三月份产值多  $\frac{1}{99}$   
 C. 一月份比三月份产值少  $\frac{1}{99}$   
 D. 一月份比三月份产值多  $\frac{1}{100}$   
 E. 以上答案均不正确

【解析】 设一月份的产值为  $a$ ，二月份的产值为  $1.1a$ ，则三月份的产值为  $1.1a \times (1 - 10\%) = 0.99a$ ，显然一月份比三月份产值多  $\frac{1}{99}$ . 选择 B 选项.

例 16. 一个三角形三内角大小之比为 5 : 8 : 13，则这个三角形 ( ).

- A. 是直角三角形  
 B. 是钝角三角形  
 C. 是锐角三角形  
 D. 可能是直角三角形，也可能是钝角三角形或锐角三角形  
 E. 以上答案均不正确

【解析】 三角形的内角和为  $180^\circ$ ，所以可以知道三个角中最大的角为  $180^\circ \times \frac{13}{5+8+13} = 90^\circ$ ，因此这个三角形是直角三角形. 选择 A 选项.

例 17. 若  $(\sqrt{3}-a)^2$  与  $|b-1|$  互为相反数，则  $\frac{2}{a-b}$  的值为 ( ).

- A.  $\sqrt{3}+1$       B.  $\sqrt{3}$       C.  $\sqrt{3}-1$       D. 0      E. 1

【解析】 由  $(\sqrt{3}-a)^2$  与  $|b-1|$  互为相反数，得

$$(\sqrt{3}-a)^2 + |b-1| = 0.$$

又因为  $(\sqrt{3}-a)^2 \geq 0, |b-1| \geq 0$ ，则

$$\sqrt{3}-a = 0, b-1 = 0,$$

得

$$a = \sqrt{3}, b = 1, \frac{2}{a-b} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1.$$

故正确答案为 A.

例 18. 已知  $a, b$  均为实数，且  $b = \sqrt{\frac{2a+1}{4a-3}} + \sqrt{\frac{1+2a}{3-4a}} + 1$ ，则  $a^2 + b^2$  的值等于 ( ).

- A. 2      B. 1      C.  $\frac{3}{2}$       D.  $\frac{5}{4}$       E.  $\frac{7}{6}$

【解析】 要使  $b$  有意义，则  $\sqrt{\frac{2a+1}{4a-3}} \geq 0$ ，且  $\sqrt{\frac{1+2a}{3-4a}} \geq 0$ ，则  $2a+1 = 0$ ，即  $a = -\frac{1}{2}$ ，



$b=1, a^2+b^2=\frac{5}{4}$ , 选 D.

例 19. 已知  $a=\frac{1}{\sqrt{5}-2}, b=\frac{1}{\sqrt{5}+2}$ , 则  $\sqrt{a^2+b^2+7}$  的值为 ( ).

- A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 6                      E. 7

【解析】 由已知条件得:  $a=\sqrt{5}+2, b=\sqrt{5}-2$ , 则  $\sqrt{a^2+b^2+7}=\sqrt{9+4\sqrt{5}+9-4\sqrt{5}+7}=5$ , 故选 C.

例 20. 已知  $2a+b+5c=0, a+2b+4c=0, c \neq 0$ , 则  $a:b=( )$ .

- A.  $-1:1$                 B.  $1:1$                       C.  $2:1$                       D.  $3:1$                       E. 以上都不对

【解析】 方法一: 由已知条件, 解方程组:  $\begin{cases} 2a+b=-5c \\ a+2b=-4c \end{cases}$ , 则  $\begin{cases} a=-2c \\ b=-c \end{cases}$ , 故选 C.

方法二: 把  $c$  看成常数 1, 解方程组:  $\begin{cases} 2a+b=-5 \\ a+2b=-4 \end{cases}$ , 则  $\begin{cases} a=-2 \\ b=-1 \end{cases}$ , 故选 C.

例 21. 若  $x, y, z$  是三个连续的负整数, 并且  $x>y>z$ , 则下列表达式中是正奇数的是 ( ).

- A.  $yz-x$                       B.  $(x-y)(y-z)$   
C.  $x-yz$                       D.  $x(y+z)$                 E.  $x+y+z$

【解析】 因为  $x, y, z$  是三个连续的负整数, 并且  $x>y>z$ , 则  $x-y=1, y-z=1$ , 即  $(x-y)(y-z)=1$ , 故选 B.

例 22. 有一个自然数  $X$ , 除以 3 的余数是 2, 除以 4 的余数是 3, 则  $X$  除以 12 的余数是 ( ).

- A. 1                      B. 5                      C. 9                      D. 11                      E. 7

【解析】 同余问题,  $X$  加 1 后可以整除 3 和 4, 即加上 1 后可被 12 整除, 所以  $X$  除以 12 的余数是 11. 选 D.

例 23. 甲、乙两个工厂的平均技术人员比例为 45%, 其中甲厂的人数比乙厂多 12.5%. 技术人员的人数比乙厂的多 25%, 非技术人员人数比乙厂多 6 人, 则甲、乙两厂共有 ( ) 人.

- A. 680                      B. 840                      C. 960                      D. 1 020                      E. 720

【解析】 设甲、乙两厂共有  $x$  人, 由题意得甲厂人数  $\frac{9}{17}x$ , 乙厂人数  $\frac{8}{17}x$ , 甲厂技术人员为  $x \cdot \frac{5}{9} \cdot 45\% = \frac{1}{4}x$ , 乙厂技术人员为  $\frac{1}{5}x$ , 即

$$\frac{9}{17}x - \frac{1}{4}x - \left(\frac{8}{17}x - \frac{1}{5}x\right) = 6,$$

解得:  $x=680$ , 故选 A.

例 24. 有一本畅销书, 今年每册书的成本比去年增加了 10%, 因此每册书的利润下降了 20%, 但是今年的销售比去年增加了 70%, 则今年销售该书的总利润比去年增加了 ( ).

- A. 36%                      B. 25%                      C. 20%                      D. 15%                      E. 30%

【解析】 方法一: 设去年每册书的利润是  $a$ , 销售量是  $m$ , 则依题意得

$$\frac{(1-20\%)a \cdot (1+70\%)m - am}{am} = 36\%.$$