



国家自然科学基金委员会

SPIE

Numerical Simulation of Optical Wave Propagation

光波传输数值仿真

[美] Jason D. Schmidt 著

郭汝海 郑长彬 曹立华 译



国防工业出版社

National Defense Industry Press

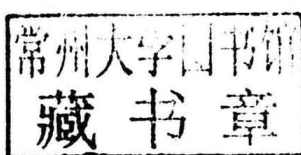


装备科技译著出版基金

光波传输数值仿真

Numerical Simulation of Optical Wave Propagation

[美] Jason D. Schmidt 著
郭汝海 郑长彬 曹立华 译



国防工业出版社

·北京·

著作权合同登记 图字:军-2015-090 号

图书在版编目(CIP)数据

光波传输数值仿真/(美)杰森·D. 施密特(Jason D. Schmidt)
著;郭汝海,郑长彬,曹立华译.—北京:国防工业出版社,2018.2
书名原文:Numerical Simulation of Optical Wave Propagation
ISBN 978-7-118-11428-7

I. ①光… II. ①杰… ②郭… ③郑… ④曹… III. ①光束传播法-计算机仿真 IV. ①TN25-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 019205 号

Copyright 2010 SPIE. All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from the Publisher and SPIE.

本书简体中文翻译版由 SPIE 授权国防工业出版社独家出版并限在中国大陆地区销售。未经出版者书面许可,不得以任何方式复制或发行本书的任何部分。

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

天津嘉恒印务有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 710×1000 1/16 印张 12 字数 215 千字

2018 年 2 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2500 册 定价 79.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

作者简介：

Jason D. Schmidt, 美国空军少校, 是空军工业大学电气与计算机工程学院光电专业副教授。曾在美国空军研究实验室“星火”光学实验场做过研究, 在 Dayton 大学获得了光电专业博士学位。Schmidt 博士对大气湍流光波传输已有 10 年的研究。他在 2008 年从美国空军科学技术部获得了青年研究优秀奖。除了光波传播, Schmidt 博士的研究领域还包括自由空间光通信和自适应光学等。



序

《光波传输数值模拟》这本专著系统介绍了光波传输的基础理论、离散采样方法、基于 MATLAB 平台的编码实例以及具体的应用场合,对于从事光学系统设计,特别是激光系统设计的科研人员具有极佳的参考价值。

最近几年,随着激光器的发展以及各种新型应用的产生,越来越多的光学现象已经不能简单地用几何光学原理进行解释,如微纳光学、全息光学、大气光学等学科领域,往往需要衍射光学理论才能给出合理解释。基于此,就需要相关衍射光学的数值算法来给出可靠的理论仿真结果来指导研发设计人员从衍射现象的基本原理和概念出发,建立准确直观的物理图像。

国内外光学方面的著作与教材多集中在理论上,结论和推理结果多可以用解析的方程表示,非常有利于读者或学生的理解。但涉及到衍射光学现象,特别是结合传输的路径和传输的介质,已经无法得到准确的解析解,常常需要利用数值离散的算法来得到逼近真实结果的数值解,并最终给出可视化的图形结果,最终用于指导科学研究和具体的工程应用。

但对于衍射现象数值模拟仿真难度较大,且需要的计算资源较多,一直处于科研非常热门的研究领域,利用离散傅里叶变换的数值方法是最常用的数值方法,本书作者是美国空军少校,在大气湍流光波传输研究领域已经有超过 10 年的深入研究,综合了多年来在此领域研究的最新成果,并辅以国内科研界最常用的数值仿真平台 MATLAB 软件上的算法实例(均可以上机实际演示),对于实际光波传输问题均可以简单的在本书实例上进行修改得到呈现,大大降低了读者对于光波物理传输衍射现象模拟分析的难度,特别涉及难于直观理解的随机介质中的传输现象,也给出了物理模型进行描述。

郭汝海博士长期从事激光光束传输控制方向的研究,应用领域包括光电对抗、激光照明、激光武器、激光显示等,主持参与了服务于国防及民用市场的多种光电仪器设备,对光波的衍射传输问题有深刻的理解,并且应用本书的算法及 MATLAB

例程指导了多种光学仪器设备的技术方案,如激光武器以及激光电视等军用和民用光电产品,具有重要的实用参考价值,因此郑重推荐本译著作为光学工程技术人员研究光波衍射现象的参考用书。本书也可以作为光学工程和光电子技术相关专业研究生、本科生理解物理光学衍射现象的上机参考指导用书。



译 者 序

光学是一门既古老又年轻的学科,随着激光技术的出现更加焕发出蓬勃的生命力。传统的光学设计基本围绕着几何光学进行,如望远镜和显微镜等,这些应用仅仅把光波当作直线传播,忽略了光波的波动本质,也无法解释一些我们常见的自然现象,如激光的传输过程、光波通过小孔等障碍物的绕射现象。以上这些现象都可以用衍射理论来进行解释。然而,衍射问题的计算一直是十分困难的工作,正如波恩及沃尔夫在他们的光学经典著作《光学原理》中提到的一样:“衍射问题是光学中遇到的最困难的问题之一,在衍射理论中很少存在某种意义上可以认为是严格的解……”。这本书的出现就是专门针对光波衍射问题的。目前国防建设中出现的一些新型武器装备都和激光(激光也就是一种相干性极高的光波)应用息息相关,如激光武器、激光雷达、激光照明、激光三维成像、激光全息术、激光通信、激光制导等,这些领域无一不和激光光波的衍射现象密不可分。

在研制上述大型武器装备时,进行仿真来验证其主要性能是非常必要的,不但可以指导光学性能指标设计,还可给出最终系统的光学性能。这就极大地节省了实验及试制的成本。通过阅读本书,可进一步加深广大科研人员对光波衍射现象的直观理解,为国防现代化建设和武器装备的升级改造提供技术基础和学术参考。

国内有关光束衍射仿真方面的图书,有的偏重于理论推导与讲解,有的仅仅给出一些仿真结果,而没有实际的 MATLAB 例程,而国内 MATLAB 图书也没有关于光束衍射的专著出版,因此翻译本书具有现实意义。同时,本书作者为美国空军技术学院工作,在美国也有一定的军事背景,他作为大学教授也把本书作为研究生课程讲义,因此译者认为非常有必要翻译这样一本专著以飨国内从事相关科研教学活动的科技工作者。

本书专业程度非常高,跨度很大,涉及基础理论、算法编程、大气光学等方方面面,这给翻译增加了不少难度。感谢中国科学院长春光学精密机械与物理研究所及海信集团有限公司激光显示研发部对本书出版的大力支持,感谢朋友们的无私支持,其中曹立华、郭劲、李殿军和陈宁研究员给予本书很多指导意见,清华大学曹良才教授以及中国科学院北京半导体所的阚强研究员也给予初版审校意见,特此

一并表示衷心的感谢。

另外,本书的出版过程中,还得到了装备科技译著出版基金资助,在此一并致谢。

尽管译者始终心怀谨慎,反复修改,但难免还会存在疏漏,恳请广大读者批评指正。译者联系方式:(0532)5575-6229,电子邮件:hitgrh@163.com。

译者

2017年3月14日

前 言

衍射现象是光学中非常有趣并且很活跃的一个研究领域,然而在一些实际问题上,特别是光波通过随机波动的介质传播时,分析方法就显得非常匮乏,对于这些问题,研究者必须借助于数值方法,而在衍射光学中数值模拟往往是非常具有挑战的,通常这些模拟会用到离散的傅里叶变换,也就是需要在有限尺寸网格点上进行离散空间取样,这就需要运算速度、内存和精度之间的权衡。因此,取样点参数必须仔细选择。人们试图寻求自动选择这些参数的方法,但是并不是每种情况都能实现自动模式。为了确定取样点参数,使用者必须仔细考虑计算速度、可能的计算内存资源、奈奎斯特取样标准、几何形状、准确的光源孔径大小以及对目标传播场的影响。

本书是基于我在 Dayton 大学攻读博士学位时的独立研究撰写的,这项研究是在空军技术研究所 Goda 教授指导下完成的,完成这项研究后,Goda 在 AFIT 开设了一门关于光波模拟的课程。我毕业后,在 AFIT 担任了教授而 Goda 去了一家新的军方单位,当我开始讲授光波模拟课程时,尚没有适合研究生学习的详细教程,此课程是按照 Goda 教授整理的笔记内容讲授的。整理这些笔记并不容易,但 Goda 教授把离散傅里叶变换、光学期刊、会议进展等资料整理到一起,完成了这项伟大艰巨的工作。

在本书问世前,仅有的几本关于图像处理和非线性光学的图书中模拟都是用于事后验证。很明显,进行光学模拟所需实际知识和傅里叶光学课本(如 Joseph Goodman 和 Jack Gaskill 编写)中的理论材料间存在一个间隙。当了解到全美的教授谈到他们是如何把模拟相关材料加到他们的研究生傅里叶光学课程中后,我对他们的努力表示十分赞赏,因为在一门课程中教会学生们理论和实际的傅里叶模拟是一项非常具有挑战性的工作。然而,如果学生要写出光波模拟论文,那么一个学期的傅里叶光学课程尚不够详细,这也是 AFIT 把傅里叶光学和光波模拟分开讲授的原因。

本书适用于物理学、电气工程、电光和光学专业的研究生,本书给出了傅里叶光学所有相关公式。为了更好地理解本书观点,读本书之前如果对傅里叶光学原理有个透彻的理解是非常有帮助的。

我相信本书的优势在于直接给出了特定代码例子而不是代码示意图,例

子的编程或者脚本语言应该广泛使用及易于明白,即使对于没有使用过的科研人员也应能快速上手。因此,本书全篇例子采用 MATLAB 编程, MATLAB 在大学和科研单位被广泛应用于工程方面,同时由于其语言和数值代数函数的便捷,例如像离散傅里叶变换卷积就在其内部的函数库里,很容易被使用者理解。如果选用其他语言,像 C, C++, FORTRAN, Java 和 Python,我则需要选择一个特殊的外部数值库或者编写自己的代数函数,然后把它们嵌入到编程语言库中。

我认为本书采用 MATLAB 可以让读者把重点放到光波传输,而不是最基本的数值计算方法上,像离散傅里叶变换。而且,任何安装 MATLAB 软件的使用者都可以按照书中所写那样运行代码,无需再安装附加函数库,而且书中例子很少采用 MATLAB 工具箱,基本依靠它的基本功能就能实现,读者应注意到本书代码设计概念简洁,没有速度和内存使用优化,我鼓励读者重新编写书中的 MATLAB 例子代码以获得更好的性能,或者用其他语言来完成书中例程。

我非常感谢为此项工作付出努力的人们,特别是 Glenn Tyler、David Fried,光科学公司的 Phillip Roberts 和 MZA 公司的 Steve Coy。1982 年, Fried 和 Tyler 完成了一份关于模拟光波传输和相关取样约束的技术报告,几年后, Roberts 给出一份更加详细的描述一步、两步和角谱传播的方法,最近, Coy 给出一份技术报告详细描述了取样要求和传播几何之间关系,这些报告是 Goda 笔记的最初来源,并且最终促成了本书。

同样,感谢 Jeffrey Barchers、Troy Rhoadarmer、Terry Brenan 和 Don Link,当我还是 UD 的一名学生时候和我作为 AFIT 的一名教授讲述光波模拟课程时,他们回答了我的关于光波模拟的问题。这些先生们富有经验并且才能出众,他们给出的建议非常有帮助,此外还要感谢 Michael Havrilla 在第 1 章基本电动力学给予的帮助。

特别感谢 Matthew Goda 做出的基础性工作和他的讲义。没有他的工作,本书出版几乎是不可能的,他提供给本书很多材料,这些材料给予了十几个在美国空军工作的学生继续从事伟大事业以巨大帮助,最后我要感谢那些在本书草稿阶段帮助找错误的学生,他们的工作让我得以继续提炼内容,并补充了很多相关材料。

Jason Schmidt

2010 年 6 月

目 录

第 1 章 标量衍射理论基本原理	1
1.1 经典电动力学基础	1
1.1.1 电场和磁场的源	1
1.1.2 电和磁场	2
1.2 麦克斯韦方程组的简单行波解	4
1.2.1 获得波动方程	5
1.2.2 简单行波场	6
1.3 标量衍射理论	8
1.4 习题	11
第 2 章 数字傅里叶变换	12
2.1 数字傅里叶变换基本原理	12
2.1.1 傅里叶变换:从解析到数值	12
2.1.2 傅里叶逆变换:从解析到数值	14
2.1.3 在软件中运行分立傅里叶变换	14
2.2 采样纯频率函数	17
2.3 分立和连续傅里叶变换的对比	19
2.4 分立化的混淆效应	22
2.5 信号变换的 3 个研究实例	26
2.5.1 sinc 信号	26
2.5.2 高斯信号	26
2.5.3 带二次方相位的高斯信号	29
2.6 二维分立傅里叶变换	31
2.7 习题	32
第 3 章 使用傅里叶变换的简单运算	33
3.1 卷积	33
3.2 相关	37
3.3 结构函数	40

3.4	微分	43
3.5	习题	46
第4章	夫琅和费衍射与透镜	48
4.1	夫琅和费衍射	48
4.2	透镜的傅里叶变换属性	51
4.2.1	紧靠透镜物体	52
4.2.2	镜前物体	53
4.2.3	镜后物体	54
4.3	习题	56
第5章	成像系统和像差	57
5.1	像差	57
5.1.1	赛德尔像差	58
5.1.2	泽尔尼克圆多项式	58
5.2	成像系统的脉冲响应和传递函数	68
5.2.1	相干成像	68
5.2.2	非相干成像	70
5.2.3	斯特列尔比	73
5.3	习题	75
第6章	真空菲涅耳衍射	77
6.1	不同形式的菲涅耳衍射积分	78
6.2	算子符号	79
6.3	菲涅耳积分运算	80
6.3.1	一步传播	80
6.3.2	两步传播	82
6.4	角频谱传播	87
6.5	简单光学系统	92
6.6	点源	97
6.7	习题	103
第7章	菲涅耳衍射的采样要求	105
7.1	施加带宽限制	105
7.2	传播几何结构	106
7.3	传播方法的有效性	109
7.3.1	菲涅耳积分传播	109
7.3.2	角频谱传播	113

7.3.3 一般准则	117
7.4 习题	119
第8章 部分光传播的松弛采样约束	120
8.1 吸收边界	120
8.2 两部分传播	122
8.3 任意数目的部分传播	125
8.4 多重部分传播的采样	129
8.5 习题	133
第9章 通过大气湍流的传播	134
9.1 分步光束传播方法	134
9.2 大气湍流的折射率性质	136
9.2.1 柯尔莫哥洛夫湍流理论	137
9.2.2 通过湍流的光学传播	140
9.2.3 大气光学参数	141
9.2.4 分层大气模型	146
9.2.5 理论	147
9.3 蒙特卡罗相位屏	148
9.4 采样约束	154
9.5 执行合理采样的仿真	156
9.5.1 确定传播几何结构及湍流条件	156
9.5.2 分析采样限制	158
9.5.3 执行真空仿真	159
9.5.4 执行湍流仿真	162
9.5.5 验证输出结果	163
9.6 结论	165
9.7 习题	165
附录A 函数定义	167
附录B MATLAB 代码列表	168
参考文献	170

第 1 章 标量衍射理论基本原理

光可以用两个完全不同的方法来描述:经典电动力学和量子电动力学。在经典处理中,电磁场是空间和时间的连续函数,并且光包含共同振荡的电和磁波场。在量子处理中,光子是没有质量和电荷的基本粒子,并且光包含一个或多个光子。每一个方法背后都有一套严格的理论和支撑它们的实验证据,没有一种方法可以被忽视,这导致了光的波粒二象性。一般地,经典方法用于光的宏观属性,而量子方法用于光的亚微观属性。

本书只描述宏观属性,所以完全采用经典电动力学来处理问题。当电磁波的波长 λ 非常小,接近于 0 时,波沿直线传播,经过物体边缘不发生弯曲。这是几何光学的范畴,然而,本书处理了许多几何光学不足以描述的现象,如衍射。因此,本书的起点是经典电动力学,并由标量衍射理论给出相应的解。几何光学的处理将在 6.5 节中进行简要介绍。

1.1 经典电动力学基础

经典电动力学根据材料的宏观属性来处理电场、磁场、静电荷和移动电荷(电流)的空间和时间关系,根据一些基本关系定义每个物理量。本节向读者介绍麦克斯韦方程组里的一些物理量,该方程组描述了带电粒子和物体如何产生电场和磁场。在此介绍麦克斯韦方程组的最一般的形式,然后主要讨论组成光的振荡电场和磁场的具体实例及其对应的解。

1.1.1 电场和磁场的源

以库仑为单位的电荷是基本粒子和体材料的基本属性。电荷可以是正的、负的或零。进一步来说,电荷是量子化的,最小非零电荷是元电荷,其数量为 $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$ 。所有的非零电荷数量是元电荷的整数倍。对于体材料,该倍数可能非常大以至于总电量可以连续处理。用 $\rho(\mathbf{r}, t)$ 表示以库仑每立方米为单位的自由电子体密度,其中 \mathbf{r} 为三维空间矢量, t 为时间。移动的电荷密度称为自由体电流密度 $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$,体电流密度以安培每平方米为单位($1\text{A} = 1\text{C/s}$),即电荷通过单

位表面积的时间速率。电荷是守恒的,这意味着任何系统的总电荷是不变的,这在数学上通过连续性方程规定为

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad (1.1)$$

生活中遇到的几乎每一种材料都包含许多带有多个正、负电荷的原子。通常,这些正、负电荷的数量是相等的或近似相等的,因此整个材料是电中性的。这样的材料在总电荷或自由电流为零时仍可以产生电场或磁场。如果电荷的分布是不均匀的或电荷在一个微小的电流回路里循环,就会产生电场或磁场。

电荷的距离用电偶极矩来描述,即间隔电荷的数量乘以间隔距离。如果体材料的电荷由许多微小的偶极子排列而成,就可以说该体材料被电极化了。体极化密度 $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ 是单位体积内电偶极矩的密度,以库仑每平方米 (C/m^2) 为单位。

磁化是与移动电荷相似的概念。在微电流回路里循环的电荷可以用磁偶极矩描述,即循环电流乘以回路的面积。当体材料的内电流由许多小回路排列而成,可以说该体材料被磁化了。体磁化密度 $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ 是每单位体积内磁偶极矩的密度,以安培每米 (A/m) 为单位。

1.1.2 电和磁场

当假设的电荷,即检验电荷,从具有非零 $\rho, \mathbf{J}, \mathbf{P}$, 或 \mathbf{M} 的体材料附近通过,电荷将受到力的作用,这种相互作用可以用矢量 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 表示。若给定位置和时间,则作用在实验颗粒上的电磁力 \mathbf{F} 是这些矢量场、颗粒电荷 q 和速度 \mathbf{v} 的函数。洛伦兹力法则描述这种相互作用为

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1.2)$$

如果这一经验结论是成立的(当然,几个世纪关于这一课题的无数实验都显示该结论是成立的),那么两个矢量场 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 可以因此通过空间和时间进行定义,称为“电场”和“磁感应”。^[1]

式(1.2)可以更详细地检验,以提供这些场更直观的定义。当检验电荷是静止的,电场为单位检验电荷所受到力的数量,即

$$\mathbf{E} = \lim_{q \rightarrow 0^+} \frac{\mathbf{F}}{q} \Big|_{\mathbf{v}=0} \quad (1.3)$$

因为力与场的方向不是相同就是相反,所以称为推拉力,力的方向取决于电荷的符号。电场以伏特每米 (V/m) 为单位 ($1\text{V} = 1\text{N} \cdot \text{m}/\text{C}$)。磁场与单位检验电荷受到力的数量有关,即

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \lim_{q \rightarrow 0^+} \frac{\mathbf{F} - q\mathbf{E}}{q} \Big|_{\mathbf{v} \neq 0} \quad (1.4)$$

由磁场产生的力与粒子的速度方向垂直,将使粒子的运动轨迹发生偏转,因此称为偏转力。磁场以特斯拉(T)为单位[$1\text{T}=1\text{N}\cdot\text{s}/(\text{C}\cdot\text{m})$]。

随着对场的进一步理解,现在需要考虑与源有关的场。源与场的关系是通过几个世纪的实验测量、理论和直觉上的领悟得到的,有

$$\nabla\times\mathbf{E}+\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=\mathbf{0} \quad (1.5)$$

$$\nabla\times\mathbf{B}-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}=\mu_0\left(\mathbf{J}+\frac{\partial\mathbf{P}}{\partial t}+\nabla\times\mathbf{M}\right) \quad (1.6)$$

这是麦克斯韦方程组中的两个方程,前者是经过麦克斯韦修正的法拉第定律,后者是麦克斯韦修正的安培定律。在式(1.6)中,右侧的源包括自由电流 \mathbf{J} 和束缚电流。这是极化电流 $\partial\mathbf{P}/\partial t$ 和磁化电流 $\nabla\times\mathbf{M}$ 。

这些公式可以写成更有用的函数形式。式(1.6)可以改写为

$$\nabla\times\left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0}-\mathbf{M}\right)=\mathbf{J}+\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P}) \quad (1.7)$$

做如下定义,引入电位移矢量 \mathbf{D} 和磁场强度 \mathbf{H} 的概念,这是反映材料响应的场,有

$$\mathbf{D}=\varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P} \quad (1.8)$$

$$\mathbf{H}=\frac{\mathbf{B}}{\mu_0}-\mathbf{M} \quad (1.9)$$

现在,麦克斯韦方程的形式变为

$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.10)$$

$$\nabla\times\mathbf{H}=\mathbf{J}+\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.11)$$

进一步将式(1.10)、式(1.11)与式(1.1)合并,得

$$\nabla\cdot\nabla\times\mathbf{H}=\nabla\cdot\mathbf{J}+\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\mathbf{D} \quad (1.12)$$

$$=-\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\mathbf{D} \quad (1.13)$$

$$=0 \quad (1.14)$$

注意右侧

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\mathbf{D}-\rho)=0 \quad (1.15)$$

$$\nabla\cdot\mathbf{D}-\rho=f(\mathbf{r}) \quad (1.16)$$

式中 $f(\mathbf{r})$ 为空间的非特定函数,而不是时间的函数。因果关系要求在源发动之前

满足 $f(\mathbf{r})=0$, 得到库仑定律:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.17)$$

相似的操作得到

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.18)$$

这表明磁单极荷是不存在的。最后, 式(1.10)、式(1.11)、式(1.17)和式(1.18)构成了麦克斯韦方程组^[1]。

在这个宏观电动力学模型中, 式(1.10)和式(1.11)是两个独立的矢量方程。每一个方程包含3个标量要素, 共有6个独立的标量方程。不幸的是, 考虑到对源的认识, 共有4个未知的矢量场 \mathbf{D} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{H} 和 \mathbf{E} 。每一个矢量场都有3个要素, 总共12个未知标量。有如此比方程多得多的未知场要素, 这是一个难以求解的问题。

问题的关键是理解处于场中的介质, 这产生一个关联 $\mathbf{P} \sim \mathbf{E}$ 和 $\mathbf{M} \sim \mathbf{H}$ 的方法, 共计6个额外的标量方程。例如, 在简单介质(线性、均匀、各向同性)中, 有

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E} \quad (1.19)$$

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad (1.20)$$

式中: χ_e 为介质的电极化率; χ_m 为磁化率。

将其代入式(1.8)和式(1.9), 得

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1.21)$$

$$= \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} \quad (1.22)$$

$$= \epsilon \mathbf{E} \quad (1.23)$$

和

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (1.24)$$

$$= \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} \quad (1.25)$$

$$= \mu \mathbf{H} \quad (1.26)$$

式中: $\epsilon = (1 + \chi_e) \epsilon_0$ 为介质的介电常数; $\mu = (1 + \chi_m) \mu_0$ 为介质的磁导率。

将式(1.10)和式(1.11)简化为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.27)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.28)$$

现在, 仍存在6个方程, 但只有6个未知数(如果已知自由电流密度 \mathbf{J})。随着对材料的适当理解, 这将是一个适定的问题。

1.2 麦克斯韦方程组的简单行波解

麦克斯韦方程有很多解, 但是只有一部分可以写成无积分的闭合形式解。这