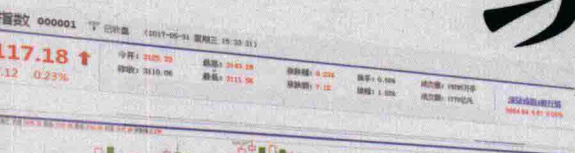


Probability and Statistics
for Economists

概率论与 统计学

洪永淼 著



日期	开盘	最高	最低	
2017.05.31	3125.33	3143.28	3111.56	3
2017.05.22	3087.17	3101.94	3063.15	3
2017.05.15	3085.93	3098.91	3085.93	3
2017.05.08	3090.07	3093.45	3067.69	3
2017.05.02	3147.23	3154.78	3136.54	3
2017.04.24	3164.25	3164.25	3111.22	3
2017.04.17	3229.95	3229.95	3199.91	3
2017.04.10	3285.46	3285.46	3265.01	3
2017.04.05	3235.66	3270.65	3233.24	3
2017.03.27	3268.92	3283.24	3262.12	3

 中国统计出版社
China Statistics Press

Probability and Statistics
for Economists

概率论与 统计学

洪永淼 著



 中国统计出版社
China Statistics Press

图书在版编目 (C I P) 数据

概率论与统计学 / 洪永淼著. -- 北京 : 中国统计出版社, 2017.6

ISBN 978-7-5037-8106-3

I. ①概… II. ①洪… III. ①概率论②统计学 IV.
①O211②C8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 021523 号

概率论与统计学

作 者/洪永淼

责任编辑/姜 洋

封面设计/黄 晨

出版发行/中国统计出版社

通信地址/北京市丰台区西三环南路甲 6 号 邮政编码/100073

电 话/邮购 (010) 63376909 书店 (010) 68783171

网 址/<http://www.zgtjcs.com/>

印 刷/河北鑫兆源印刷有限责任公司

经 销/新华书店

开 本/787mm×1092mm 1/16

字 数/650 千字

印 张/29.75

版 别/2017 年 6 月第 1 版

版 次/2017 年 6 月第 1 次印刷

定 价/62.00 元

版权所有。未经许可, 本书的任何部分不得以任何方式在世界任何地区以任何文字翻印、拷贝、仿制或转载。
如有印装差错, 由本社发行部调换。

作者简介

洪永淼，先后就读于厦门大学物理学系和政治经济学系，获得物理学学士学位和经济学硕士学位。1986—1987年曾被选拔到中国人民大学经济学培训中心学习现代经济学，翌年赴美国加州大学圣地亚哥校区经济学系学习，获经济学博士学位。现为发展中国家科学院院士、中组部首批“千人计划”入选者、美国康奈尔大学经济学系与统计科学系 Ernest S. Liu 经济学与国际研究讲席教授、厦门大学经济学“长江学者”讲座教授、中国科学院大学经济与管理学院名誉教授，先后在香港科技大学、新加坡国立大学、清华大学、上海交通大学和山东大学访问任教。曾任中国留美经济学会会长。研究领域为计量经济学理论、时间序列分析、金融计量学、中国经济与金融市场实证研究等，其部分学术论文发表在经济学、金融学和统计学国际主流学术期刊上，包括 *Annals of Statistics*, *Biometrika*, *Econometric Theory*, *Econometrica*, *International Economic Review*, *Journal of American Statistical Association*, *Journal of Applied Econometrics*, *Journal of Business and Economic Statistics*, *Journal of Econometrics*, *Journal of Political Economy*, *Journal of Royal Statistical Society (Series B)*, *Quarterly Journal of Economics*, *Review of Economic Studies*, *Review of Economics and Statistics*, *Review of Financial Studies* 等。还出版《高级计量经济学》和《中国经济学教育转型——厦大故事》等中文著作。

内容简介

概率论与数理统计学在经济学、金融学、管理学等学科中有广泛的应用。与微积分和线性代数一样，概率论与数理统计学是不可或缺的经济数学工具。本书旨在为经济类、管理类研究生提供必要的概率论与数理统计学基础知识，包括概率论基础，随机变量及其概率分布，重要概率分布及其相互关系，多元概率分布，统计抽样导论，收敛与极限定理，参数估计及其评估，参数假说检验，以及经典线性回归分析等。

除了提供概率论与数理统计学基本理论、方法与工具外，作为本书的一大特色，本书还非常注重随机思想与统计思维的训练，而且从经济学、金融学视角对概率论与统计学的重要概念、理论、方法与工具给予直观解释，并以经济学、金融学实例说明如何应用概率论与统计学分析经济金融问题，如主观概率的经济解释及其应用，累积分布函数与收入分配测度，统计关联性与经济因果关系，独立性与有效市场假说，数学期望与理性期望学说，均值、方差与投资组合理论，分位数与量化风险管理，相关性与风险分散原理，样本均值的方差趋零与资本资产定价模型，大数定律与购买并持有交易策略回报率，线性回归模型 R^2 的经济解释，等等。本书是根据作者在美国康奈尔大学经济学系讲授概率论与统计学研究生课程多年来的教学心得以及相关英文讲义翻译整理而成，可作为经济学、金融学、管理学、统计学以及应用数学等专业的研究生教材，也可作为计量经济学研究人员的参考书。

前言

现代统计学是一门关于数据的方法论科学，包括描述统计学和推断统计学。前者通常是用一种简单明了的方式对大量观测数据进行搜集、整理、汇总、描述和分析，而后者则根据概率论的基本法则及统计方法，从样本信息推断所研究的随机系统即数据生成系统的性质与规律。由于推断统计学以概率论为基本分析工具，大量使用数学概率模型，因此也称为数理统计学。在人类认识世界与改造世界过程中，人们一般无法获得整个系统或过程的所有信息，只能搜集其中一部分信息，即样本信息，其主要原因是获取整个系统或过程全部信息的成本太高、时间太长或者因为客观条件限制而无法获得。因此，人们通常只能从有限的样本信息推断系统或过程的规律特征。例如，自然科学和社会科学大多是从实验数据或观测数据推断所研究的系统或过程的内在规律。现代统计学特别是数理统计学由于符合科学研究的推断过程而在各个领域得到广泛的应用。

在北美高校中，概率论与数理统计学通常是经济学博士研究生计量经济学核心系列课程的第一门课。为什么经济学专业研究生需要学习概率论与数理统计学呢？简言之，该课程为计量经济学、微观经济学、宏观经济学以及金融学等核心课程的学习提供了必要的概率论与数理统计学基础。概率论和

微积分是经济学的两种不可或缺的基本数学分析工具。正如微积分是刻画经济学最优化行为的基本数学方法,概率论则是研究经济不确定性现象的基本数学方法。比如,博弈论需要概率论知识。又如经济学诺贝尔奖获得者 Robert Lucas 所指正,在宏观经济学中引入随机因素可为研究动态经济系统运行规律提供许多新的启示。严格来说,概率论与数理统计学这门课程并不能称为计量经济学课程,因为它为经济学的每个领域而不仅仅是计量经济学都提供了必要的数学分析工具。当然,经济学不同领域对概率论与统计学的需求也不尽相同,其中计量经济学使用最多。计量经济学是经济实证研究的推断方法论,是数理统计学和经济理论的有机结合。对理论计量经济学感兴趣的学生还可能需要进一步深入选修概率论和统计学的高级课程。对经济学其他专业的学生,这本书将为他们学习应用计量经济学、微观经济学、宏观经济学及金融学等课程打下扎实的的概率论与数理统计学基础。

本书的撰写目的有二:其一,为经济学、金融学、管理学等专业的研究生提供必要的概率论和数理统计学基础知识,并注重随机思维与统计思维的训练;其二,从经济学视角对概率论与数理统计学的重要概念、理论、方法与工具提供经济解释与应用实例。市面上已有不少概率论与数理统计学的教材,其中不乏精品之作。与之相比,本书强调概率论和数理统计学基本思想的经济解释与应用。上述两个目的是本书与现有教材最大的不同之处。我相信第二个撰写目的是经济学、金融学和管理学研究生学习概率论与数理统计课程不可或缺的重要组成部分。

本书按照一个学期的教学内容撰写,共包括概率理论和数理统计理论两大部分。概率论作为描述随机现象的最佳数学方法,有助于学生更好地理解统计推断方法的理论基础。若缺少系统的概率论知识,将无法理解和掌握如何运用现代统计方法对数据进行分析并作出正确解释。全书共十一章,其中第二至五章是概率理论部分,第六至十章是统计理论部分,最后一章是全书总结。第一章是概率论与数理统计学导论,旨在说明为何概率论与数理统计学是经济研究特别是经济实证研究的基本分析方法与工具;第二章介绍概率论基本知识,为本书后续内容的展开奠定基础;第三章引入随机变量及其概率分布;第四章讨论经济学、金融学、管理学中常用的重要离散型和连续型概率分布,以及这些重要分布之间的联系;第五章介绍随机向量与多元随机变量的概率分布。绝大多数经济实证分析涉及多元随机变量,因此,研究多元随机变量的概率分布有助于深入探讨经济变量之间的关联性;第六章是统

计抽样导论, 介绍正态分布假设下的经典统计抽样理论, 以及充分统计量的基本思想与理论; 第七章介绍非正态分布假设下的大样本或渐近理论的基本分析方法与工具; 第八章探讨参数估计方法以及评价参数估计量的优劣的方法; 第九章讨论参数假设检验问题; 第十章介绍经典线性回归模型; 最后第十一章是全书结语部分。本书不仅涵盖了从基本概念到高级的渐近分析等内容, 而且对概率论与数理统计学的基本概念与重要思想提供了许多经济解释与应用实例。

本书旨在帮助初学者深入理解概率论与数理统计学的重要思想和基本理论, 同时强化他们对统计学概念、理论、方法与工具进行经济解释与应用的能力。为较好地理解本书内容, 学生需要有一年的微积分学习基础。若修过一年高级微积分, 同时具有一些概率论与统计学知识基础则更好。本书采用相对严谨的叙述方式, 对大多数重要定理提供了证明。事实上, 数学证明本身有助于学生充分理解重要的结论及其成立的前提条件。特别地, 对有志于从事统计学与计量经济学理论研究的学生而言, 这些经典的证明方法和技巧具有重要的借鉴意义。另外, 本书还给出了不少的图示, 这些图示也有助于学生理解概率论与数理统计学中比较抽象的概念或思想。本书作为研究生概率论与数理统计学的入门教材, 可供经济学、金融学、管理学、统计学、应用数学以及其他相关专业的学生使用, 也可作为计量经济学理论研究人员参考书。

许多修读这门课的学生可能是第一次比较系统地接触概率论与数理统计学的思想。对经济学、金融学、管理学专业的学生而言, 培养随机思维与统计思维非常重要。从本质上说, 这要求学生将经济观测数据视为由经济随机系统产生, 并且从观测数据推断经济随机系统的性质与规律。同时, 非常有必要花时间了解概率论与数理统计学是如何应用于经济学、金融学、管理学等领域。因此, 除了详细阐述与现代计量经济学最相关的概率论与数理统计学的基本概念、理论、方法与工具外, 本书也尝试从经济学视角对概率论与统计学的概念、理论、方法与工具提供直觉解释。例如, 为什么概率论的概念(如条件均值、条件方差)在经济学有广泛的应用? 统计关系的经济解释是什么? 与经济因果关系有什么区别与联系? 本书将使用许多经济学和金融学的实例说明概率论与统计学的概念、理论、方法与工具如何应用于经济分析。这是本书与其他概率论与数理统计学教材的最大不同之处。

本书是根据作者长期以来在康奈尔大学经济学系为一年级博士研究生讲

授概率论与数理统计学课程的教学心得与英文讲义整理而成的。感谢所有修读过这门课的学生们的建议。特别感谢鲍未平、蔡必卿、迟语寒、柯潇、王霞、吴吉林、吴锴和钟锒光等出色的助研工作。吴吉林对全书进行了总的校对。厦门大学王亚南经济研究院 (WISE) 和经济学院的方颖、冯峥晖、李木易、林明等教师也使用了本教材，感谢他们的建议。

洪永淼

2017 年春于厦门五老峰下

目 录

第一章 导论	1
第一节 概率论与现代统计学	1
第二节 经济学的定量分析	2
第三节 经济统计分析的基本公理	3
第四节 统计分析在经济学的作用	6
第五节 统计分析在经济学的应用局限	8
第六节 小结	9
练习题一	9
第二章 概率论基础	10
第一节 随机试验	10
第二节 概率论的基本概念	11
第三节 集合理论概述	12
第四节 概率论基础	15
2.4.1 概率的解释	17

2.4.2 基本概率法则	18
第五节 计数方法	23
2.5.1 排列	24
2.5.2 组合	26
第六节 条件概率	31
第七节 贝叶斯定理	36
第八节 独立性	39
第九节 小结	45
练习题二	45
第三章 随机变量和一元概率分布	49
第一节 随机变量	49
第二节 累积分布函数	53
第三节 离散随机变量	59
第四节 连续随机变量	63
第五节 随机变量的函数	69
3.5.1 离散情形	70
3.5.2 连续情形	71
第六节 数学期望	84
第七节 矩	86
第八节 分位数	95
第九节 矩生成函数	97
第十节 特征函数	106
第十一节 小结	108
练习题三	109
第四章 重要概率分布	116
第一节 引言	116
第二节 离散概率分布	116
4.2.1 伯努利分布	116

4.2.2	二项分布	117
4.2.3	负二项分布	120
4.2.4	几何分布	121
4.2.5	泊松分布	122
第三节	连续概率分布	126
4.3.1	均匀分布	126
4.3.2	贝塔分布	128
4.3.3	正态分布	130
4.3.4	柯西与稳态分布	135
4.3.5	对数正态分布	137
4.3.6	伽玛分布与广义伽玛分布	140
4.3.7	卡方分布	143
4.3.8	指数分布与韦伯分布	144
4.3.9	双指数分布	147
第四节	小结	148
	练习题四	148
第五章	多元随机变量及其概率分布	152
第一节	随机向量及其联合概率分布	152
5.1.1	离散情形	153
5.1.2	连续情形	156
第二节	边际分布	161
5.2.1	离散情形	161
5.2.2	连续情形	163
第三节	条件分布	166
5.3.1	离散情形	167
5.3.2	连续情形	168
第四节	独立性	172
第五节	二元变换	180
第六节	二元正态分布	192

第七节 期望与协方差	195
第八节 联合矩生成函数	204
第九节 独立性和期望	206
5.9.1 独立性和矩生成函数	206
5.9.2 独立性和不相关性	209
第十节 条件期望	215
第十一节 小结	228
练习题五	229
第六章 统计抽样理论导论	238
第一节 总体与随机样本	238
第二节 样本均值的抽样分布	243
第三节 样本方差的抽样分布	247
第四节 学生 t -分布	256
第五节 F 分布	264
第六节 充分统计量	267
第七节 小结	276
练习题六	277
第七章 收敛和极限定理	281
第一节 极限和数量级	281
第二节 收敛概念的必要性	284
第三节 依二次方均值收敛和 L_p -收敛	286
第四节 依概率收敛	287
第五节 几乎处处收敛	294
第六节 依分布收敛	299
第七节 中心极限定理	304
第八节 小结	316
练习题七	316
第八章 参数估计和评估	320

第一节 总体与分布模型	320
第二节 极大似然估计	323
第三节 极大似然估计的渐近性质	328
第四节 矩方法与广义矩方法	336
8.4.1 矩估计法	336
8.4.2 广义矩估计方法	339
第五节 广义矩估计方法的渐近性质	342
第六节 均方误差准则	346
第七节 最优无偏估计量	349
第八节 Cramer-Rao 下界	355
第九节 小结	363
练习题八	364
第九章 假设检验	370
第一节 假设检验导论	370
第二节 Neyman-Pearson 引理	376
第三节 Wald 检验	381
第四节 拉格朗日乘子检验	384
第五节 似然比检验	387
第六节 说明性例子	390
9.6.1 伯努利分布下的假设检验	390
9.6.2 正态分布下的假设检验	393
第七节 小结	395
练习题九	396
第十章 经典线性回归分析	398
第一节 经典线性回归模型	398
第二节 普通最小二乘(OLS)估计	402
第三节 拟合优度和模型选择准则	404
第四节 OLS 估计量的无偏性和有效性	409

第五节 OLS 估计量的抽样分布	414
第六节 OLS 估计量的方差-协方差估计	416
第七节 参数假设检验	419
10.7.1 t -检验	421
10.7.2 F -检验	425
第八节 应用与重要特例	430
10.8.1 检验所有解释变量的联合显著性	430
10.8.2 检验遗漏变量	432
10.8.3 检验线性参数约束	435
第九节 广义最小二乘估计	435
第十节 小结	442
练习题十	442
第十一章 结论	449
练习题十一	452
参考文献	453

第一章

导 论

摘要：概率论是描述社会经济系统不确定性现象的最佳数学分析工具，而数理统计学则为不确定性现象的建模与推断提供了科学的方法论基础。本章将介绍现代经济统计分析的两个基本公理，强调统计分析在经济学的重要作用，并指出其局限性。

关键词：实证研究、定量分析、概率论、统计学、描述统计学、数理统计学、经济统计学、计量经济学、不确定性、概率法则、数据生成过程、混沌

第一节 概率论与现代统计学

统计学是一门关于数据的方法论科学，它是关于数据的搜集、整理、加工、表示、刻画以及分析的一般方法论。统计学就其研究范畴来说，包括描述统计学和推断统计学两大领域。描述统计学主要是数据的搜集、整理、加工、表示、刻画和分析等，包括概括性的数据处理与分析；而推断统计学则是基于样本信息，对产生样本数据的母体或系统进行推断的方法论科学。现代统计学的迅速发展主要有两个历史原因，一个是各个国家、政府和社会部门基于管理目的搜集社会经济信息的客观需要；另一个是数学学科中的概率论的发展。在人类社会发展过程中，数据搜集的历史非常悠久，描述统计学特别是数据搜集、整理、描述、刻画与分析的重要作用是不言而喻的。数据的搜集以及数据质量本身是任何有意义的数据分析的基础与前提。没有高质量的数据，任何数据分析及其结论将毫无意义。在当今大数据时代，如何用简洁、方便、易于解释的方式，及时地从大量复杂数据中提炼出其最有价值的信息，也是描述统计学的一个重要作用。

现代统计学的发展及其在自然科学和人文社会科学很多领域的应用，主要是由概率论的产生与发展推动的。概率论的产生最初主要是研究赌博的需要，后来成为研究不确定性现象最主要的数学工具，广泛应用于自然、工程、医学、社会、经济等各个领域。在统计应用中，人们一般无法获得整个母体或系统的信息，只能搜集到其中一部分信息，即样本信息，其主要原因是获取整个母体或系统的信息的成本太高、时间太长或者因为客观条件限制而无法获得。因此，人们只能从有限的样本信息推断母体或系统的规律特征。在这个推断过程中，概率论对描述样本信息和母体规律特征之间的关系提供了一个非常有用的数学工具；更重要的是，它对基于样本数据的统计推断所获得的结论能够给出某种可靠性描述。这奠定了推断统计学的科学基础，也是统计推断区别于其他形式的推断（如命理师根据手相或面相等信息推断一个人一生的命运）的最为显著的特点。因为这些原因，概率论的发展极大推动了推断统计学的发展，特别是概率论提供了很多数学概率模型，这些概率模型可用来对母体或系统的概率分布



进行建模。因此，统计推断便转化为从样本数据推断数学概论模型参数值以及其他重要特征。推断统计学也就主要表现为数理统计学的形式。数理统计学有两个主要内容，一个是模型参数的估计，另一个是参数假设的检验。经过几十年的发展，数理统计学发展了很多推断理论、方法与工具。这些推断理论、方法与工具能够从样本信息推断母体或系统的性质、特征与规律，并提供所获结论的可靠性判断。由于自然科学和社会科学大多是从实验数据或观测数据推断所研究的系统或过程的内在规律，因此，数理统计学便广泛应用于各个学科与领域的实证研究。数理统计学之所以成为现代统计学的一个主要的发展方向，就是因为它作为一门严谨的实证研究方法论，符合人类科学探索的过程与需要，即从有限样本信息推断系统或过程的性质与规律。随着中国科学技术的发展与学术研究水平的提高，包括社会科学在内的各个学科，对实证研究的方法论的需要，将与日俱增。因此，可以预计，统计学特别是数理统计学今后将得到日益广泛的应用与迅速的发展。描述性统计学几十年来也有长足的进展，在包括实验或调查方案设计，数据的搜集、整理和分析，无论在理论、方法还是工具，都有极大改进。数据挖掘作为一门关于数据分析方法与技术的新兴学科，可视为属于描述统计学的范畴。在描述统计学和推断统计学之间，描述统计学发挥着基础性作用，因为描述统计学牵涉到数据的搜集、解释、整理、测度、表示、刻画和分析，而数据及其质量是推断统计学结论科学性的重要前提与基础。描述统计学在刻画数据特征所使用的一些统计方法与统计量，也是推断统计学的基础工具。

第二节 经济学的定量分析

现代经济学最重要的一个特征是定量分析的广泛使用。定量分析包括对经济理论进行数学建模，以及基于经济数据进行实证研究。长期以来，历代经济学家致力于将经济学发展成为一门类似于物理学、化学和生命科学等自然学科那样能够进行精确预测的科学，这推动了数学在经济学的普遍应用。事实上，经由数学表述的经济理论能够在假设、理论与推论中实现其逻辑一致性。诚如马克思所指出的，数学的使用是一门科学发展成熟的标志。另一方面，任何经济理论要成为科学，都必须能够解释从经济观测数据中提炼出来的重要数量特征，即所谓的经验典型特征事实，并对未来的经济发展趋势与变化做出准确预测。这就要求经济学家使用观测数据检验经济理论是否适用。为此，需要对大量复杂的经济现象进行测度并判断经济理论与经济现象之间的吻合程度。这是经济学实证分析的重要内容。实际上，经济学发展史就是不断推陈出新，根据新出现的经验典型特征事实提出新的经济理论，并且检验新理论是否可以解释经济现象并且预测未来趋势，这么一个历史过程。在这一过程中，统计分析，包括对经济现象的测度和对经济关系与经济规律的推断，发挥着至关重要的方法论作用。统计学是经济学实证研究的核心方法与工具。

经济统计分析包括经济统计学和计量经济学。与描述统计学相对应，经济统计学是对经济系统中各个主体、各个部门、各种变量和各种经济现象进行数量描述的一门学科。经济统计学的本质是经济测度学，它是描述统计学和经济理论的有机结合，具