



新世纪高等学校规划教材·数学系列

应用数学基础 概率论与数理统计

陈珍培 周轩伟◎主编

YINGYONG SHUXUE JICHU,
GAILVLUN YU SHULI TONGJI



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社



新世纪高等学校规划教材·数学系列

应用数学基础 概率论与数理统计

陈珍培 周轩伟◎主编

YINGYONG SHUYI JICHU
GAILUN YU SHULI TONGJI



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础·概率论与数理统计/陈珍培,周轩伟主编.
—北京:北京师范大学出版社,2016.6
新世纪高等学校规划教材·数学系列

ISBN 978-7-303-21072-5

I. ①应… II. ①陈… ②周… III. ①应用数学-高等学校-教材 ②概率论-高等学校-教材 ③数理统计-高等学校-教材
IV. ①O29 ②O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第183039号

营销中心电话 010-62978190 62979006
北师大出版社科技与经管分社 www.jswsbook.com
电子信箱 jswsbook@163.com

出版发行:北京师范大学出版社 www.bnup.com
北京市海淀区新街口外大街19号
邮政编码:100875

印 刷:北京京师印务有限公司
经 销:全国新华书店
开 本:730 mm×980 mm 1/16
印 张:10
字 数:214千字
版 次:2016年6月第1版
印 次:2016年6月第1次印刷
定 价:20.00元

策划编辑:雷晓玲	责任编辑:雷晓玲
美术编辑:刘超	装帧设计:刘超
责任校对:赵非非	责任印制:赵非非

版权所有 侵权必究

反盗版、反侵权举报电话:010-62978190

北京读者服务部电话:010-62979006-8021

外埠邮购电话:010-62978190

本书如有印装质量问题,请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话:010-62979006-8006

内容提要

本教材主要内容有：随机事件及其概率，随机变量及其数字特征，随机向量及其数字特征，参数的点估计，参数的区间估计，假设检验，回归分析简介。

本教材可作为应用型高校工科、经济、管理本科生概率论与数理统计课程的教材。讲授本教材约需 32 课时，带“*”的内容可供课时较多时选用，或者有兴趣的读者参考。

前 言

本教材是根据应用型院校的特点编写的，着力于介绍基本概念、基本理论与基本方法，突出基本思想方法和实际应用，强调概念的直观性和基本方法的应用性。本教材编写遵循以下原则：

一是突出基础知识，弱化理论分析。根据应用型院校的培养目标，本教材对传统知识体系做了较大的调整，充分兼顾学生的学习基础与学习兴趣。

二是突出实际应用，淡化抽象推导。本教材安排了相当一部分来自工程技术与日常生活方面应用的例子，具有较强的时代气息，增加了教材的趣味性与吸引力。对于证明技巧较高的定理，则只给出结论，证明过程省略。

三是精简内容，适应少课时教学。本教材适合应用型院校中对概率论与数理统计理论要求相对较低、课时较少的相关专业，本教材按 32 课时数编写。

本教材与传统教材相比，在内容安排与处理技巧方面具有以下特点：

第 1 章介绍概率论的基本概念。内容编排与传统教材没有太大的变化，主要是介绍概率定义、古典概型、几何概型、全概率公式、独立事件和伯努利试验，主要目的是为随机变量内容作准备。

第 2 章讨论随机变量及其数字特征的有关内容。其中离散型随机变量的内容主线为：分布列→数字特征(期望和方差)→常用随机变量；连续型随机变量的内容主线为：密度函数→数字特征→常用随机变量→随机变量函数的分布。

第 3 章讨论随机向量及其数字特征的有关内容。其中二维离散型随机向量的内容主线为：联合分布列→数字特征(协

方差和相关系数)；二维连续型随机向量的内容主线为：联合密度函数→数字特征(协方差和相关系数)→常用随机向量→随机向量函数的分布→大数定律与中心极限定理。在讨论随机向量函数的分布时，给出了 t 分布和 χ^2 分布的密度函数(本书没有提及 F 分布)。通过对传统教材内容主线的调整，授课时间得到了节省。

第4~7章讨论数理统计的有关内容。内容的主线为：点估计→区间估计→假设检验→回归分析。其中统计量的分布不作单独讨论，而是将其分散到区间估计的内容中。考虑到课时数的限制，区间估计和假设检验都是针对双边的情形进行讨论，单边的情形没有提及。另外，本教材对双样本的统计推断只介绍均值差的区间估计和检验，而没有涉及方差比的区间估计和检验。

本教材例题习题连贯配套，图形精致准确，赏心悦目。

本教材虽然经过认真讨论、修改及校对，但是仍会存在一些疏漏与不妥之处，恳请各位专家、同行和读者批评与指正。

编者
2016年6月

目 录

第 1 章 随机事件及其概率 /1

1.1 随机事件	1
1.1.1 随机试验、样本点与样本空间	1
1.1.2 随机事件的关系及运算	2
1.2 古典概型和几何概型	4
1.2.1 概率的定义	4
1.2.2 概率的性质	5
1.2.3 古典概型	6
1.2.4 几何概型	8
1.3 条件概率与乘法公式	9
1.3.1 条件概率	9
1.3.2 乘法法则	11
1.3.3 全概率公式与贝叶斯公式	12
1.4 事件的独立性与伯努利试验	16
1.4.1 事件的独立性	16
1.4.2 试验的独立性	17
1.4.3 伯努利试验	18
◆ 习 题 1	20

第 2 章 随机变量及其数字特征 /23

2.1 随机变量及分布函数	23
2.2 离散型随机变量及其数字特征 ..	25
2.2.1 离散型随机变量及分布列	25

2.2.2	离散型随机变量的数字特征	26
2.3	常用离散型随机变量	30
2.3.1	两点分布	30
2.3.2	二项分布	30
2.3.3	泊松分布	33
2.4	连续型随机变量及其数字特征	36
2.4.1	连续型随机变量及密度函数	36
2.4.2	连续型随机变量的数字特征	39
2.5	常用连续型随机变量	40
2.5.1	均匀分布	40
2.5.2	指数分布	42
2.5.3	正态分布	43
2.6	连续型随机变量函数的分布	47
◆	习题 2	49

第 3 章 随机向量及其数字特征 /53

3.1	随机向量及其联合分布	53
3.2	二维离散型随机向量	54
3.2.1	联合分布列	54
3.2.2	边缘分布列及随机变量的独立性	55
3.2.3	二维离散型随机向量的数字特征	57
3.3	二维连续型随机向量	59
3.3.1	联合密度函数	59
3.3.2	边缘密度函数及独立性	60
3.3.3	二维连续型随机向量的数字特征	62
3.3.4	常用的二维连续型随机向量	63
3.4	二维连续型随机向量函数的分布	65
3.4.1	分布函数的求法	65
3.4.2	χ^2 分布和 t 分布	67
3.5	大数定律与中心极限定理	69
3.5.1	大数定律	69
3.5.2	中心极限定理	71

◆习题 3	73
第 4 章 参数的点估计 /76	
4.1 数理统计的基本概念	76
4.2 参数的点估计	79
4.2.1 矩法估计	79
4.2.2 最大似然估计法	81
4.3 估计量的评选标准	84
◆习题 4	87
第 5 章 参数的区间估计 /89	
5.1 参数区间估计的概念	89
5.2 正态总体均值的区间估计	89
5.2.1 方差已知时均值的置信区间	89
5.2.2 方差未知时均值的置信区间	93
5.3 正态总体方差的区间估计	96
* 5.4 两个正态总体均值差的区间估计	99
5.4.1 总体方差已知时均值差的置信区间	99
5.4.2 总体方差未知但相等时均值差的置信区间	100
◆习题 5	102
第 6 章 假设检验 /104	
6.1 假设检验的概念	104
6.2 正态总体均值的假设检验	106
6.2.1 方差已知时均值的检验	106
6.2.2 方差未知时均值的检验	108
6.3 正态总体方差的假设检验	109
* 6.4 两个正态总体均值的检验	111
6.4.1 总体方差已知时均值的检验	111
6.4.2 总体方差未知但相等时均值的检验	112
◆习题 6	114

*** 第 7 章 一元线性回归 /116**

7.1 数据的相关性	116
7.2 数据的回归直线	118
7.3 一元线性回归	120
7.3.1 模型的建立	120
7.3.2 回归系数的假设检验	122
7.3.3 预测的置信区间	124
7.4 可线性化的回归分析	125
◆习题 7	129

参考文献 /131

附录 A 泊松分布表 /132

附录 B 标准正态分布表 /134

附录 C t 分布上侧分位数表 /137

附录 D χ^2 分布上侧分位数表 /139

附录 E 习题答案 /143

第 1 章 随机事件及其概率

概率论与数理统计是研究随机现象统计规律的学科. 在工程技术、管理科学和经济活动等领域有着广泛应用. 本章介绍的随机事件及其概率是概率论中最基本、最重要的概念之一.

1.1 随机事件

1.1.1 随机试验、样本点与样本空间

在概率论中, 把满足以下条件的试验称为**随机试验**, 简称**试验**, 记为 E .

- (1) 试验在相同条件下是可重复的;
- (2) 试验的全部可能结果不止一个, 且都是事先可以知道的;
- (3) 每一次试验都会出现上述可能结果中的某一个结果, 至于是哪一个结果则事前无法预知.

试验 E 的每一个结果称为**样本点**, 用希腊字母 ω 表示, 全体样本点的集合称为**样本空间**, 用大写希腊字母 Ω 表示. 样本空间 Ω 的子集 A 称为**随机事件**, 简称**事件**. 事件是概率论中最基本的概念, 通常用大写字母 A, B, C, \dots 或 A_1, A_2, A_3, \dots 表示.

按照上述约定, 试验中事件 A 发生与出现 A 中的某个样本点 ω 是等价的. 空集 \emptyset 是 Ω 的子集, 由于 \emptyset 中没有样本点, 永远不可能发生, 所以 \emptyset 是**不可能事件**. Ω 也是样本空间 Ω 的子集, 它包含了所有的样本点, 因而总是会发生的, 故称 Ω 是**必然事件**.

例如, 在掷一枚骰子的试验中, 用 ω_i 表示掷出 i 点. 称这 6 个结果是试验的样本点, 样本空间为

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\},$$

而出现奇数点这一事件可表示为

$$A = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}.$$

上述试验的样本空间也可直观地表示为 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

例 1.1 从装有 3 个白球 (编号为 1, 2, 3) 与 2 个黑球 (编号为 4, 5) 的袋中任取 2 个球, 试观察取出 2 个球的号码, 写出试验的样本空间及下列事件:

- (1) 取到的两球都是白球, 表示为事件 A ;
- (2) 取到的两球为一个白球和一个黑球, 表示为事件 B .

解 用 ω_{ij} 表示“取出第 i 号与第 j 号球” ($1 \leq i < j \leq 5$), 于是样本空间是由 $C_5^2 = 10$ 个样本点构成的集合

$$\Omega = \{\omega_{12}, \omega_{13}, \omega_{14}, \omega_{15}, \omega_{23}, \omega_{24}, \omega_{25}, \omega_{34}, \omega_{35}, \omega_{45}\},$$

$$(1) \quad A = \{\omega_{12}, \omega_{13}, \omega_{23}\},$$

$$(2) \quad B = \{\omega_{14}, \omega_{15}, \omega_{24}, \omega_{25}, \omega_{34}, \omega_{35}\}.$$

1.1.2 随机事件的关系及运算

由前面的讨论知, 事件是样本空间的某个子集, 事件经过集合运算得到的结果还是事件, 这样事件的运算可以借用集合的运算符号表示.

1. 事件的包含

若事件 A 的发生必然导致事件 B 的发生, 则称事件 A 包含于事件 B , 记 $A \subset B$.

2. 事件相等

若事件 A, B 相互包含, 即 A, B 的样本点完全一样, 则称事件 A 和 B 相等, 记 $A = B$.

3. 事件的并

A 和 B 至少一个发生, 记 $A \cup B$, 如图 1-1(a) 所示.

推广: $\bigcup_{i=1}^n A_i$ 发生表示至少有一个 A_i ($1 \leq i \leq n$) 发生,

$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ 发生表示至少有一个 A_i ($i = 1, 2, \dots$) 发生.

4. 事件的交 (积)

A 和 B 同时发生, 记 $A \cap B$ 或 AB , 如图 1-1(b) 所示.

推广: $\bigcap_{j=1}^n A_j$ 发生表示 A_i ($1 \leq i \leq n$) 都发生,

$\bigcap_{j=1}^{\infty} A_j$ 发生表示 A_i ($i = 1, 2, \dots$) 都发生.

5. 事件的差

A 发生而 B 不发生, 记 $A - B$, 如图 1-1(c) 所示.

6. 互不相容事件

当事件 $AB = \emptyset$ 时, 称事件 A 和 B 不相容, 或者 A 和 B 互斥, 即 A 和 B 不可能同时发生. 对于多个事件 A_1, A_2, \dots , 两两不相容是指 $A_i A_j = \emptyset, i \neq j$, 也称互不相容, 或者两两互斥.

7. 对立事件

若 $AB = \emptyset$, 且 $A \cup B = \Omega$, 称 A, B 是互为对立事件, 记 $B = \bar{A}$. 显然 \bar{A} 和 A 是互斥的, 如图 1-1(d) 所示.

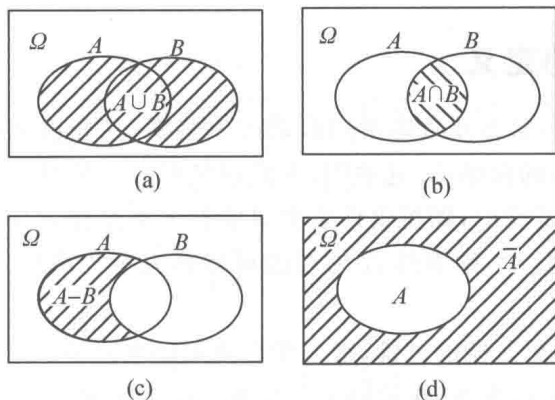


图 1-1 事件关系示意图

注 (1) 当 $AB = \emptyset$ 时, 也用 $A+B$ 表示 $A \cup B$,

(2) $A - B = A\bar{B}$.

事件的运算公式就是集合的运算公式, 例如:

$$(1) A \cup B = B \cup A; AB = BA;$$

$$(2) (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C); (AB)C = A(BC);$$

$$(3) A(B \cup C) = (AB) \cup (AC); A \cup (BC) = (A \cup B)(A \cup C);$$

$$(4) A \cup B = A + \bar{A}B; A = AB + A\bar{B};$$

$$(5) \overline{AB} = \bar{A} \cup \bar{B}; \overline{A \cup B} = \bar{A} \bar{B}.$$

公式 (5) 可推广到多个事件的情形, 即

$$\overline{A_1 A_2 \cdots A_n} = \bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \cdots \cup \bar{A}_n;$$

$$\overline{\bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \cdots \cup \bar{A}_n} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdots \bar{A}_n.$$

公式 (5) 也称反演律或者摩尔根定律.

例 1.2 掷一颗骰子, 观察点数, 令 A 表示掷出奇数点, B 表示掷出点数不超过 3, C 表示掷出点数大于 2, 用样本点集合表示下列事件:

$$A \cup B, B \cup C, AB, A - B, B - A.$$

解 样本空间为 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 事件 A, B, C 分别为

$$A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 3\}, C = \{3, 4, 5, 6\},$$

于是

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}, B \cup C = \Omega, AB = \{1, 3\}, A - B = \{5\}, B - A = \{2\}.$$

1.2 古典概型和几何概型

1.2.1 概率的定义

在购买彩票时,常常要考虑不同彩票的中奖率;在分析某批产品的质量时,要关注这一批产品的合格率.这表明,人们已经形成一种共识:尽管随机事件有随机性,但在一次试验中,随机事件发生可能性大小是客观存在的,并且是可以度量的.在随机试验中,称事件 A 出现的可能性大小为事件 A 的概率,记为 $P(A)$.

为了能够描述更复杂的试验,很多学者使用概率的统计定义.

设 A 是试验 E 的事件,在相同的条件下将试验 E 独立重复 n 次,这 n 次试验中事件 A 发生了 m 次,称

$$f_n = \frac{m}{n}$$

为 n 次重复试验中事件 A 发生的频率.当 $n \rightarrow \infty$ 时, f_n 越来越稳定在数 p 的附近,那么 p 应该就是事件 A 的概率 $P(A)$,当 n 充分大时, f_n 可以看成是概率的近似值.

为了对概率进行科学的定义,数学家和统计学家做了不懈的努力,直到 20 世纪 30 年代,苏联数学家柯尔莫哥洛夫提出了概率的公理化定义.

定义 1.1 设试验 E 的样本空间为 Ω ,若对任意事件 $A \subset \Omega$,有实数 $P(A)$ 与其对应,且 $P(A)$ 满足下面 3 个条件:

- (1) 非负性, $P(A) \geq 0$;
- (2) 规范性, $P(\Omega) = 1$;
- (3) 可列可加性,对两两互不相容的事件 A_1, A_2, \dots , 有

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i),$$

则称 $P(A)$ 是事件 A 的概率.

定义 1.1 中的 3 个条件称为概率的公理化条件. 这里所谓的公理化就是: 作为概率就一定满足这 3 个条件, 反过来只要 P 满足这 3 个条件, P 就是概率. 条件(3)中的“可列”一词是指集合的个数或运算的次数可以依次排列起来, 或者说凡是与自然数集建立一一对应的集合是可列的.

1.2.2 概率的性质

概率 P 具有以下性质:

(1) 如果 A, B 互不相容, 则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;

(2) $P(A) + P(\bar{A}) = 1$;

(3) 若 A_1, A_2, \dots, A_n 两两互不相容, 则

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n);$$

(4) $P(A) = P(AB) + P(A\bar{B})$;

(5) $P(\emptyset) = 0$, 即不可能事件的概率为零;

(6) $P(A - B) = P(A) - P(AB)$;

(7) 单调性: 若 $B \subset A$, 则 $P(B) \leq P(A)$.

下面予以简单的说明:

(1) 由定义 1.1 中的条件(3)可直接得到性质(1);

(2) 由 $A + \bar{A} = \Omega$ 及性质(1)得到 $P(A) + P(\bar{A}) = 1$;

(3) 由性质(1)连续使用 $n-1$ 次, 即可得性质(3);

(4) 由 $A = AB + A\bar{B}$ 及性质(1)得到 $P(A) = P(AB) + P(A\bar{B})$;

(5) 由性质(1)得到 $P(\emptyset) + P(\Omega) = P(\Omega)$, 于是 $P(\emptyset) = 0$;

(6) 由 $A = AB + (A - B)$ 及性质(1)得到 $P(A - B) = P(A) - P(AB)$;

(7) 由 $B \subset A$ 可得 $AB = B$, 所以

$$P(A) - P(B) = P(A) - P(AB) = P(A - B) \geq 0,$$

从而得到 $P(B) \leq P(A)$.

定理 1.1 (概率的加法公式) 设随机事件 $A, B \subset \Omega$, 则

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB). \quad (1.1)$$

证明 如图 1-2 所示, 由于 $A \cup B = (A - B) \cup B$, 且 $A - B, B$ 互不相容, 所以

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A - B) + P(B) \\ &= P(A) - P(AB) + P(B) \\ &= P(A) + P(B) - P(AB). \end{aligned}$$

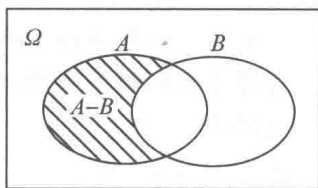


图 1-2 定理 1.1 证明示意图

上面的公式可以推广为

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC).$$

例 1.3 设 A, B 两个事件满足 $P(A) = P(B) = 0.4, P(A \cup B) = 0.5$, 求 $P(A - B)$.

解 由式(1.1)可得

$$0.5 = 0.4 + 0.4 - P(AB),$$

所以

$$P(AB) = 0.3,$$

从而有

$$P(A - B) = P(A) - P(AB) = 0.4 - 0.3 = 0.1.$$

1.2.3 古典概型

下面先讨论具有以下特征的随机试验:

- (1) 试验的样本点只有有限个;
- (2) 每一个样本点出现是等可能的.

若用 $|\Omega|$ 表示样本空间 Ω 包含的样本点个数, $|A|$ 表示事件 A 包含的样本点个数, 则 A 的概率为

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}, \quad (1.2)$$

称满足式(1.2)的概率模型为**古典概型**.

例 1.4 抛掷一颗匀质骰子, B 表示出现的点数大于 4, 求 $P(B)$.

解 样本空间 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{5, 6\}$, 则 $|\Omega| = 6, |B| = 2$, 所以

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

在古典概型的计算中, 经常用到排列数和组合数的计算, 关于排列数与组合数的计算可以参考本章的补充知识点.

例 1.5 假设袋中有 5 个大小相同的小球, 其中 2 个白球 3 个黑球, 现从中任意抽取 2 个, 求恰好抽到 1 个白球和 1 个黑球的概率.

分析 在概率论中所说的“任意抽取”是指每个对象等可能地被抽到. 为了体现样本点的等可能性, 将 2 个白球标为 $(1, 2)$, 3 个黑球标为 $(3, 4, 5)$, 此时样本空间为

$$\Omega = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$$

设 A 表示抽到 1 个白球和 1 个黑球, 则

$$A = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}.$$

这样就很容易看出 Ω 和 A 中样本点的数量. 但为了简便, 在解决古典概型问题时, 一般不必把 Ω 和 A 中的样本点罗列出来, 而是直接计算 $|\Omega|, |A|$.

解 因为

$$|\Omega| = C_5^2 = \frac{5 \times 4}{1 \times 2} = 10, |A| = C_2^1 C_3^1 = 2 \times 3 = 6,$$

所以

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{6}{10} = 0.6.$$

例 1.6 设在 100 件产品中, 有 4 件次品, 其余均为正品, 求

- (1) 这批产品的次品率;
- (2) 任取 3 件, 全是正品的概率;
- (3) 任取 3 件, 恰好有 2 件正品的概率.

解 设 A 表示任取 1 件产品是次品, B 表示任取 3 件全是正品, D 表示任取 3 件恰好有 2 件正品.

(1) 记样本空间为 Ω' , 则 $|\Omega'| = 100$, 显然 $|A| = 4$, 所以

$$P(A) = \frac{4}{100} = 0.04.$$

(2) 记样本空间为 Ω'' , 则 $|\Omega''| = C_{100}^3$, 而 $|B| = C_{96}^3$, 故

$$P(B) = \frac{C_{96}^3}{C_{100}^3} \approx 0.8836.$$

(3) 记样本空间为 Ω''' , 则 $|\Omega'''| = C_{100}^3$, 而 $|D| = C_{96}^2 C_4^1$, 故

$$P(D) = \frac{C_{96}^2 C_4^1}{C_{100}^3} \approx 0.1128.$$

例 1.7 在 $1, 2, \dots, 100$ 中任取一数, 求取到的数能被 2 或 3 整除的概率.

解 用 A 表示取到的数能被 2 整除, 用 B 表示取到的数能被 3 整除, 则 AB 表示取到的数同时能被 2 和 3 整除, 即能被 6 整除, $A \cup B$ 表示取到的数能被 2 或 3 整除. 由题意知

$$P(A) = 0.5, P(B) = 0.33, P(AB) = 0.16,$$

根据概率加法公式得

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.5 + 0.33 - 0.16 = 0.67.$$

例 1.8 设一年有 365 天, 某班有 n 位同学 ($n < 365$), 求至少有两人同一天过生日的概率.

解 设 M 表示 n 个人中至少有两人同生日, 则 \bar{M} 表示 n 个人中没有人同生日, 由于每个人的生日等可能出现在 365 天中, 因此