

“十三五”国家重点出版物出版规划项目

岩石力学与
工程研究著作

岩石强度理论及其应用

◎俞茂宏 智月稳 徐栓强 著



科学出版社

“十三五”国家重点出版物出版规划项目
岩石力学与工程研究著作丛书

岩石强度理论及其应用

俞茂宏 曾月稳 徐栓强 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

岩石强度理论是岩石力学和岩土工程分析的重要基础。本书介绍岩石在单轴、双轴和多轴条件下的强度性质，系统总结各种岩石强度理论，并阐述岩石统一强度理论、三参数统一强度理论和非线性统一强度理论。统一强度理论是基础理论创新的重大成果，是对沃伊特-铁木辛柯百年难题的破解，具有重大的理论意义和工程实践意义。

本书可为岩石力学和岩土工程相关领域的研究人员、工程技术人员和高等院校师生提供研究参考。

图书在版编目(CIP)数据

岩石强度理论及其应用/俞茂宏, 鲍月稳, 徐栓强著. —北京: 科学出版社,
2017.8

(岩石力学与工程研究著作丛书)

“十三五”国家重点出版物出版规划项目

ISBN 978-7-03-053354-8

I . ①岩… II . ①俞… ②鲍… ③徐… III . ①岩石力学—研究
IV . ①TU45

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 133939 号

责任编辑: 宋无汗 杨丹 陈姣姣 / 责任校对: 赵桂芬

责任印制: 张伟 / 封面设计: 陈敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京教圆印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 8 月第 一 版 开本: 720×1000 B5

2017 年 8 月第一次印刷 印张: 15

字数: 302 000

定价: 95.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

作者简介

俞茂宏，祖籍浙江省宁波市，1934年11月出生于江苏省镇江市。1951~1955年就读于浙江大学，毕业后历任西安交通大学助教、讲师、副教授、教授。长期从事材料强度理论和结构强度理论的研究。俞茂宏提出的双剪力学模型、双剪强度理论和统一强度理论已被国内外学者大量引用和应用，并且每年在很多大学有关课程的教学中得到应用，受到大学生和研究生的广泛欢迎，取得了良好的社会效应。统一强度理论已被写入《中国水利百科全书（第二版）》《工程力学手册》《土力学词典》《力学史》《材料力学》《工程力学》《塑性力学》等300多部专著和教材，成为有关学科知识创新的一项重要内容。该理论也成为第一个被写入基础力学教科书的中国人的理论。

俞茂宏在 Springer 出版的著作有：

- (1) *Unified Strength Theory and Its Applications* (2004 年)。欧洲数学学会的《数学文摘》于 2006 年评价该著作是这一领域的重大贡献。
- (2) *Generalized Plasticity* (2006 年)。
- (3) *Structural Plasticity: Limit, Shakedown and Dynamic Plastic Analyses of Structures* (2009 年)。据 Springer 出版集团统计，2012 年该书的电子版被世界各国读者下载 5100 多章次，为 Springer 当年下载较多的著作之一，截至 2016 年 7 月该电子书共计下载 20000 多章次。
- (4) *Computational Plasticity: with Emphasis on the Application of the Unified Strength Theory* (2012 年)。Springer 出版集团 2015 年年初统计，该书的电子版在 2013 年和 2014 年被世界各国读者下载达 19000 多章次。

俞茂宏的其他著作有《材料力学》(高等教育出版社，2015 年 3 月)、《双剪理论及其应用》(科学出版社，1998 年)等。

统一强度理论是创新的基础技术理论，它在各个领域的应用呈现出十分广泛的前景。其特点是既可方便地应用于解析求解，也可应用于计算机数值分析；它的应用所得出的结果是系列化的，可以适合于各种不同的材料和结构；它的工程应用可以取得十分显著的经济效益。统一强度理论已被广泛应用于工程力学、材料力学、塑性力学、土力学、岩石力学、金属力学、岩土塑性力学以及土木工程、水利工程、岩土工程、机械、军工等工程问题的研究。

俞茂宏于 2011 年获得国家自然科学奖二等奖，2015 年获得何梁何利基金科学与技术进步奖数学力学奖。俞茂宏在古建筑结构力学、大型发电机的基座电磁振动和隔振技术方面也取得了重要成果。

《岩石力学与工程研究著作丛书》编委会

名誉主编：孙 钧 王思敬 钱七虎 谢和平
主 编：冯夏庭 何满潮
副 主 编：康红普 李术才 潘一山 殷跃平 周创兵
秘 书 长：黄理兴 刘宝莉
编 委：（按姓氏汉语拼音顺序排列）

蔡美峰	曹 洪	陈卫忠	陈云敏	陈志龙
邓建辉	杜时贵	杜修力	范秋雁	冯夏庭
高文学	郭熙灵	何昌荣	何满潮	黄宏伟
黄理兴	蒋宇静	焦玉勇	金丰年	景海河
鞠 杨	康红普	李 宁	李 晓	李海波
李建林	李世海	李术才	李夕兵	李小春
李新平	廖红建	刘宝莉	刘大安	刘汉东
刘汉龙	刘泉声	吕爱钟	潘一山	戚承志
任辉启	余诗刚	盛 谦	施 斌	宋胜武
谭卓英	唐春安	汪小刚	王 驹	王 媛
王金安	王明洋	王旭东	王学潮	王义峰
王芝银	邬爱清	谢富仁	谢雄耀	徐卫亚
薛 强	杨 强	杨更社	杨光华	殷跃平
岳中琦	张金良	张强勇	赵 文	赵阳升
郑 宏	郑炳旭	周创兵	朱合华	朱万成

《岩石力学与工程研究著作丛书》序

随着西部大开发等相关战略的实施，国家重大基础设施建设正以前所未有的速度在全国展开：在建、拟建水电工程达 30 多项，大多以地下硐室（群）为其主要水工建筑物，如龙滩、小湾、三板溪、水布垭、虎跳峡、向家坝等，其中白鹤滩水电站的地下厂房高达 90m、宽达 35m、长 400 多米；锦屏二级水电站 4 条引水隧道，单洞长 16.67km，最大埋深 2525m，是世界上埋深与规模均为最大的水工引水隧洞；规划中的南水北调西线工程的隧洞埋深大多在 400~900m，最大埋深 1150m。矿产资源与石油开采向深部延伸，许多矿山采深已达 1200m 以上。高应力的作用使得地下工程冲击地压显现剧烈，岩爆危险性增加，巷（隧）道变形速度加快、持续时间长。城镇建设与地下空间开发、高速公路与高速铁路建设日新月异。海洋工程（如深海石油与矿产资源的开发等）也出现方兴未艾的发展势头。能源地下储存、高放核废物的深地质处置、天然气水合物的勘探与安全开采、CO₂地下隔离等已引起政府的高度重视，有的已列入国家发展规划。这些工程建设提出了许多前所未有的岩石力学前沿课题和亟待解决的工程技术难题。例如，深部高应力下地下工程安全性评价与设计优化问题，高山峡谷地区高陡边坡的稳定性问题，地下油气储库、高放核废物深地质处置库以及地下 CO₂ 隔离层的安全性问题，深部岩体的分区碎裂化的演化机制与规律，等等，这些难题的解决迫切需要岩石力学理论的发展与相关技术的突破。

近几年来，国家 863 计划、国家 973 计划、“十一五”国家科技支撑计划、国家自然科学基金重大研究计划以及人才和面上项目、中国科学院知识创新工程项目、教育部重点（重大）与人才项目等，对攻克上述科学与工程技术难题陆续给予了有力资助，并针对重大工程在设计和施工过程中遇到的技术难题组织了一些专项科研，吸收国内外的优势力量进行攻关。在各方面的支持下，这些课题已经取得了很多很好的研究成果，并在国家重点工程建设中发挥了重要的作用。目前组织国内同行将上述领域所研究的成果进行了系统的总结，并出版《岩石力学与工程研究著作丛书》，值得钦佩、支持与鼓励。

该研究丛书涉及近几年来我国围绕岩石力学学科的国际前沿、国家重大工程建设中所遇到的工程技术难题的攻克等方面所取得的主要创新性研究成果，包括深部及其复杂条件下的岩体力学的室内、原位实验方法和技术，考虑复杂条件与过程（如高应力、高渗透压、高应变速率、温度-水流-应力-化学耦合）的岩体力学特性、变形破裂过程规律及其数学模型、分析方法与理论，地质超前预报方法与技术，工程地质灾害预测预报与防治措施，断续节理岩体的加固止裂机理与设

计方法，灾害环境下重大工程的安全性，岩石工程实时监测技术与应用，岩石工程施工过程仿真、动态反馈分析与设计优化，典型与特殊岩石工程（海底隧道、深埋长隧洞、高陡边坡、膨胀岩工程等）超规范的设计与实践实例，等等。

岩石力学是一门应用性很强的学科。岩石力学课题来自于工程建设，岩石力学理论以解决复杂的岩石工程技术难题为生命力，在工程实践中检验、完善和发展。该研究丛书较好地体现了这一岩石力学学科的属性与特色。

我深信《岩石力学与工程研究著作丛书》的出版，必将推动我国岩石力学与工程研究工作的深入开展，在人才培养、岩石工程建设难题的攻克以及推动技术进步方面将会发挥显著的作用。



2007年12月8日

《岩石力学与工程研究著作丛书》编者的话

近二十年来，随着我国许多举世瞩目的岩石工程不断兴建，岩石力学与工程学科各领域的理论研究和工程实践得到较广泛的发展，科研水平与工程技术能力得到大幅度提高。在岩石力学与工程基本特性、理论与建模、智能分析与计算、设计与虚拟仿真、施工控制与信息化、测试与监测、灾害性防治、工程建设与环境协调等诸多学科方向与领域都取得了辉煌成绩。特别是解决岩石工程建设中的关键性复杂技术疑难问题的方法，973、863、国家自然科学基金等重大、重点课题研究成果，为我国岩石力学与工程学科的发展发挥了重大的推动作用。

应科学出版社诚邀，由国际岩石力学学会副主席、岩石力学与工程国家重点实验室主任冯夏庭教授和黄理兴研究员策划，先后在武汉与葫芦岛市召开《岩石力学与工程研究著作丛书》编写研讨会，组织我国岩石力学工程界的精英们参与本丛书的撰写，以反映我国近期在岩石力学与工程领域研究取得的最新成果。本丛书内容涵盖岩石力学与工程的理论研究、试验方法、实验技术、计算仿真、工程实践等各个方面。

本丛书编委会编委由 58 位来自全国水利水电、煤炭石油、能源矿山、铁道交通、资源环境、市镇建设、国防科研、大专院校、工矿企业等单位与部门的岩石力学与工程界精英组成。编委会负责选题的审查，科学出版社负责稿件的审定与出版。

在本套丛书的策划、组织与出版过程中，得到了各专著作者与编委的积极响应；得到了各界领导的关怀与支持，中国岩石力学与工程学会理事长钱七虎院士特为丛书作序；中国科学院武汉岩土力学研究所冯夏庭、黄理兴研究员与科学出版社刘宝莉、沈建等编辑做了许多繁琐而有成效的工作，在此一并表示感谢。

“21 世纪岩土力学与工程研究中心在中国”，这一理念已得到世人的共识。我们生长在这个年代里，感到无限的幸福与骄傲，同时我们也感觉到肩上的责任重大。我们组织编写这套丛书，希望能真实反映我国岩石力学与工程的现状与成果，希望对读者有所帮助，希望能为我国岩石力学学科发展与工程建设贡献一份力量。

《岩石力学与工程研究著作丛书》
编辑委员会

2007 年 11 月 28 日

前　　言

自然界和岩石工程中的岩石材料大多处于复杂应力作用下，因此需要研究岩石在复杂应力状态下破坏规律的强度理论。目前岩石力学应用最多的是德国莫尔（Mohr）教授于1900年提出的莫尔-库仑（Mohr-Coulomb）强度理论和霍克-布朗（Hoek-Brown）强度准则。在国内外大多数的岩石力学教科书中，主要介绍这两个准则。但是这两个准则都只考虑了岩石的三个主应力中的两个，即大主应力和小主应力，而没有考虑中间主应力。因此，世界各国岩石力学专家对岩石的中间主应力效应进行了大量研究。著名岩石力学专家澳大利亚学者耶格（Jaeger）和库克（Cook）的《岩石力学基础》著作中就专门指出了这一点，并认为解决中间主应力效应问题具有重大的实际意义。日本东京大学茂木（Mogi）教授研制了真三轴试验机，对岩石的中间主应力效应进行了长达十余年的研究，为岩石中间主应力效应的确定作出了重大贡献。中国科学院武汉岩土力学研究所许东俊、李小春和中国地震局耿乃光也进行了大量研究。中国人民解放军总参谋部工程兵科研三所还研制了可以进行拉伸的真三轴试验机，对一种类似岩石材料进行了试验，他们肯定了试验结果与双剪强度理论的一致性。大连理工大学进行了海洋冰的三轴试验，清华大学进行了高强度混凝土的复杂应力试验，他们的结果都与莫尔-库仑强度理论不符，而与双剪强度理论相符。中国科学院武汉岩土力学研究所制造了Mogi式真三轴试验机，对黄河上游拉西瓦水电站的花岗岩进行了真三轴试验，结果与双剪强度理论相符。大量理论和试验研究表明，莫尔-库仑强度理论已经不能满足实际需要。1985年，广义双剪强度理论发表在了《中国科学》上，1991年进一步发展为统一强度理论。统一强度理论的系列化极限面覆盖了从内边界到外边界的全部区域，并且它们的表达式是线性的，较为简单，既可以用于手工计算分析，也可以用于计算机数值分析。统一强度理论已在国内外得到了较多的应用，孙钧院士、王思敬院士、钱七虎院士、谢和平院士、蔡美峰院士，以及德国《应用数学和力学》主编Altenbach等都把统一强度理论写入他们的学术著作中，《中国水利百科全书》第二版将统一强度理论作为条目收录其中。在岩石力学中用统一强度理论代替莫尔-库仑强度理论已经较为成熟。

本书主要讨论岩石强度理论，包括统一强度理论（两参数）和三参数统一强度理论的理论研究，它们的特点是都可以得到一系列结果，可以适合于不同的材料和结构。

2016年，我在撰写著作时，双眼因视力下降，不能进行阅读和写作，此时，西安交通大学香港校友会和西安交通大学土木系校友会伸出援助之手，提供经济上的支持，并组织力量聘请研究助手，使得本书得以顺利出版，我对他们表示衷心的感谢。同时，对西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室的大力支持表示衷心感谢，也感谢学校和社会各方爱心人士的帮助。

对本书的合著者昝月稳和徐栓强为本书成稿进行的工作表示感谢。本书很多工作是我与我的研究助手梁佳宇在计算机前共同完成的，工作量很大，在此我也对他表示感谢。

本书可以为在岩石强度研究领域的学者提供较为全面的资料，希望广大学者提出宝贵的意见。

俞茂宏

2016年秋于西安

目 录

《岩石力学与工程研究著作丛书》序

《岩石力学与工程研究著作丛书》编者的话

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 概述	1
1.2 岩石强度理论研究的意义	2
1.3 岩石强度理论的进展	3
参考文献	4
阅读参考材料	6
第 2 章 单元体和应力状态	10
2.1 概述	10
2.2 空间应力状态	11
2.3 从主应力状态求斜截面应力	13
2.3.1 从主应力空间应力状态求斜截面应力	13
2.3.2 主剪应力 τ_{13} 、 τ_{12} 、 τ_{23}	13
2.3.3 八面体应力	14
2.4 六面体、八面体和十二面体及相应面上的应力	15
2.4.1 单剪单元体	15
2.4.2 双剪单元体	15
2.4.3 三剪单元体	16
2.4.4 等倾单元体	17
2.5 莫尔应力圆	18
2.6 应力状态类型、双剪应力状态参数	19
2.7 主应力空间	21
2.8 静水应力轴空间柱坐标	23
参考文献	26
阅读参考材料	26

第 3 章 岩石的单轴强度和围压三轴强度	31
3.1 概述	31
3.2 岩石的单轴压缩强度	32
3.3 岩石的单轴拉伸强度	33
3.4 岩石的围压三轴强度	35
3.5 岩石单轴抗拉强度与单轴抗压强度、围压三轴强度之间的关系	46
参考文献	46
阅读参考材料	48
第 4 章 岩石的多轴强度	51
4.1 概述	51
4.2 空心圆柱体试验	56
4.3 岩石真三轴试验	58
4.4 拉-压真三轴仪与试验结果	77
参考文献	78
阅读参考材料	82
第 5 章 各种岩石强度准则	84
5.1 概述	84
5.2 单剪强度理论系列	85
5.2.1 莫尔-库仑强度理论	85
5.2.2 格里菲思理论	88
5.3 三剪强度理论系列	90
5.3.1 Drucker-Prager 准则	90
5.3.2 Pariseau 强度准则	92
5.3.3 Matsuoka-Nakai 强度准则	92
5.3.4 广义格里菲思理论	95
5.3.5 三维霍克-布朗强度准则	95
5.4 双剪强度理论	98
5.4.1 双剪强度理论的力学模型和数学表达式	98
5.4.2 双剪强度理论的极限面	102
5.5 曲线强度理论系列	106
5.5.1 由轴对称三轴围压试验得出的经验强度准则	106
5.5.2 由多轴试验得出的经验强度准则	107

5.5.3 柱坐标表示的强度准则	109
参考文献	114
阅读参考材料	115
第 6 章 岩石强度的一些基本特性	117
6.1 概述	117
6.2 拉压异性	118
6.3 剪切强度和法向应力效应	119
6.4 双剪应力的法向应力效应	122
6.5 静水应力效应	122
6.6 中间主应力效应	125
6.7 应力角效应	127
6.8 岩石强度理论的外凸性和德鲁克公设	130
6.9 德鲁克公设的推论	134
6.10 极限面的柱坐标表示和岩石极限面特性	137
参考文献	139
阅读参考材料	141
第 7 章 统一强度理论	143
7.1 概述	143
7.2 沃伊特-铁木辛柯难题	144
7.3 统一强度理论的力学模型	145
7.4 岩石统一强度理论	146
7.4.1 统一强度理论的数学建模	146
7.4.2 统一强度理论参数的试验确定	147
7.4.3 统一强度理论的数学表达式	147
7.5 统一强度理论的特例	148
7.6 空间极限面和偏平面极限迹线	150
7.6.1 b 变化时的统一强度理论极限面	152
7.6.2 α 变化时的统一强度理论极限面	154
7.7 平面应力状态下的统一强度理论极限迹线	156
7.8 统一强度理论等效应力	157
7.8.1 拉压同性材料的等效应力	158
7.8.2 拉压异性材料的等效应力	158
7.8.3 统一屈服准则的等效应力	159

7.8.4 统一强度理论的等效应力	159
7.9 统一强度理论对曲线角隅模型的逼近	160
7.10 统一强度理论的意义	161
7.11 岩石真三轴试验对统一强度理论的验证	163
7.11.1 中间主应力效应	164
7.11.2 应力角效应	165
7.11.3 极限子午线	166
参考文献	169
阅读参考材料	170
第 8 章 三参数统一强度理论	173
8.1 概述	173
8.1.1 统一屈服准则	175
8.1.2 统一强度理论	176
8.2 双剪三参数准则	177
8.2.1 $\beta_1 \neq \beta_2$ 的情况	177
8.2.2 考虑静水应力影响的情况	178
8.3 岩石三参数统一强度理论	179
8.4 三参数统一强度理论的特例	180
8.4.1 三参数单剪强度理论	180
8.4.2 三参数双剪强度理论	181
8.4.3 三参数新的十二边形双剪强度理论	181
8.4.4 统一强度理论	181
8.4.5 统一屈服准则	182
8.5 三参数统一强度理论的极限面	182
8.6 三参数统一强度理论与试验资料的对比	185
8.7 三参数统一强度理论的其他形式	187
8.7.1 应力不变量形式	187
8.7.2 其他材料参数	187
8.8 三参数统一强度理论的意义	188
参考文献	190
阅读参考材料	191
第 9 章 非线性统一强度理论	194
9.1 概述	194

9.2 岩石非线性统一强度理论	194
9.3 岩石非线性统一强度理论的特性	195
9.4 岩石的广义非线性统一强度理论	196
9.5 岩石广义非线性统一强度理论中参数的物理意义	198
参考文献	201
阅读参考材料	201
第 10 章 地下洞室稳定性分析的统一解	203
10.1 概述	203
10.2 平面应变情况下的统一强度理论	204
10.3 圆形水平洞室围岩的应力分析	205
10.4 围岩变形与围岩压力计算	208
10.5 岩石抗力系数的计算	212
10.6 基于统一强度理论的大型洞室稳定性分析	215
参考文献	217
阅读参考材料	217
索引	221

第1章 绪 论

1.1 概 述

岩石是组成地壳的自然物质。地壳的较深处和地幔的上部主要由岩浆岩和变质岩组成，地壳的表面以沉积岩为主，它们约占大陆面积的 75%，海洋底部几乎全部为沉积岩所覆盖。在这些岩石上，是沉积岩、浮土和它们的混合物。

人类的活动离不开息息相关的地壳表层，总要使用岩石材料或进行宏大的岩石工程。人类与岩石的密切关系可以追溯到史前时代，人类所用的箭头、劳动工具、器皿、房屋等都是用石块制成。后来出现的雕刻和精美的建筑，如埃及的金字塔也是用石块垒成。早期人类只将岩石看作为建筑材料，如在岩体上雕刻、凿隧道和建筑桥梁等。图 1-1 是法国尼姆市加尔水道桥，长 275m、高 49m，建于公元前 63~前 13 年，已有 2000 多年的历史。其高峻、雄奇和精妙绝伦常为人们所赞美，这是力与美兼具的人类杰作。

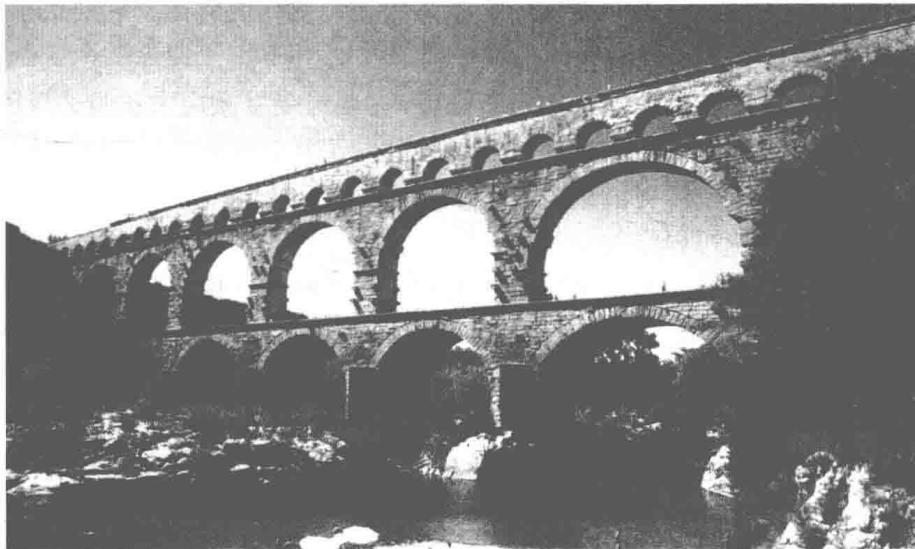


图 1-1 法国尼姆市加尔水道桥

随着生产力的发展和社会的进步，人们开始进行矿山开采、建筑工程、修建道路等工作，需要知道一些岩石的基本性质。在 20 世纪初，力学家们将岩石作为材料进行试验^[1,2]，来研究岩石的强度。岩石的强度问题也是岩石工程的基础。20 世纪 50 年代大规模的水利水电建设和 60 年代发生的一系列大坝失事事件，使人