

考研 数学

高等数学专项辅导

(数学一、二适用)

中公教育研究生考试研究院 ◎ 编著

书内含码 码上有课

(手机扫描书内二维码，在线观看题目视频讲解)



核心考点免费学+在线题库任意练+考友圈答疑解惑+视频直播随时看



考研数学

高等数学专项辅导

(数学一、二适用)

中公教育研究生考试研究院◎编著

世界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

考研数学·高等数学专项辅导：数学一、二适用 / 中公教育研究生考试研究院编著. — 北京：世界图书出版公司北京公司，2016.11

ISBN 978-7-5192-1265-0

I. ①考… II. ①中… III. ①高等数学 - 研究生 - 入学考试 - 自学参考资料 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 280529 号

考研数学·高等数学专项辅导(数学一、二适用)

编 著：中公教育研究生考试研究院

责任编辑：张文丽

特约编辑：汪鹏飞

装帧设计：中公教育图书设计中心

出 版：世界图书出版公司北京公司

发 行：世界图书出版公司北京公司

(地址：北京朝内大街 137 号 邮编：100010 电话：64077922)

销 售：各地新华书店

印 刷：三河市海新印务有限公司

开 本：850mm×1168mm 1/16

印 张：20

字 数：480 千

版 次：2017 年 1 月第 1 版 2017 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5192-1265-0

定 价：38.00 元

如有质量或印装问题，请拨打售后服务电话 010-82838515

前

言

近年来,全国硕士研究生招生考试竞争日趋激烈,备考难度越来越大。考研数学常常让考生叫苦不迭!考研数学主要表现出以下三个特点:

特点一:试题量大——考研数学共23小题,150分。考试题型有三种,分别为单项选择题、填空题和解答题(包括证明题)。单项选择题有8小题,填空题有6小题,每题均4分;解答题有9小题,其中5小题每题10分,另外4小题每题11分。许多考生在180分钟的考试时间内完不成所有的题目。

特点二:知识点多——考查内容包括高等数学(数学三是微积分)、线性代数、概率论与数理统计(数学二不考查)。按照考试大纲的要求,数学一分为22章,数学二分为11章,数学三分为19章。每一章又细分出众多考点,这不仅使数学的考试范围相对较广,也无形中加大了考生的复习难度。

特点三:综合性强——考研数学题目设置灵活,经常会综合考查多个知识点。多数考生由于对基础知识、基本方法等复习不到位,常常无法找全题目涉及的考点和解题的切入点,有时甚至无从下笔。

基于以上三个特点,中公教育研究生考试研究院结合众师资的教学经验,以及在授课过程中发现的考生的薄弱环节,特编写了“考研数学·专项辅导”丛书。该丛书包括《考研数学·高等数学专项辅导(数学一、二适用)》《考研数学·微积分专项辅导(数学三适用)》《考研数学·线性代数专项辅导》《考研数学·概率论与数理统计专项辅导》四本,适合单科薄弱的考生使用。

考生在学习过程中,可以从以下四个方面做起:

把握内在联系

本丛书每章开头的【学习提要】对本章做了简单的说明,【考试要求】是对考试大纲的重现。从【学习提要】和【考试要求】两个模块考生可以大致了解本章知识点与其他章节之间的联系以及考试大纲对本章各考点的具体要求。此外,【本章知识框架图】再现了本章知识网络,并依据考试大纲不同程度的要求做了标记,大纲中要求“理解”的考点标记“☆”,要求“掌握”和“会”的考点标记“★”,考生可以通过框架图了解本章的结构。

夯实数学基础

数学属于逻辑性较强的演绎学科,各知识点之间的层次关系和相互联系错综复杂。考生要深入理解常见的基本概念,牢牢掌握重要考点和公式,理清各知识点之间的联系,做到不偏不漏。本丛书每章的【基础知识讲解】模块以浅显的角度切入,详细地讲述了本章涉及的基本概念、重要定理和性质,旨在帮助考生打牢数学基础,为后续的例题精讲做好准备。

吃透典型例题

本丛书在例题的设置和编排上尽量做到细致有序。【典型例题与方法技巧】模块对各考点涉及的题型做了细致的分类，每道题目不仅提供了详细的答案解析，而且在“方法技巧”中还指出了解题思路、注意事项等。考生可以通过这些例题进一步了解每个考点的出题角度和考查方式，拓展自己的视野，并总结出适合自己的解题方法和答题策略，力争做到活学活用。

精练同步习题

本丛书的【本章同步练习题】模块筛选了适量习题，供考生自测自查。部分题目配有二维码，考生扫码即可观看视频讲解。为了达到自测效果，考生可以先独立做题，再结合【同步练习题答案解析】查漏补缺，这样能加深自己对错题的记忆和理解，明确自己的不足，找准尚需努力的方向。

理想与您同在，我们与您同行。“学员的事就是最重要的事”是中公教育的基本价值观之一，也是我们中公人不变的追求。殷切希望广大考生给我们提出宝贵意见，促进我们更快成长，让我们的图书更好地帮助更多的考生。

中公教育研究生考试研究院

2017年1月

目 录

第一章 函数、极限、连续

学习提要	1
考试要求	1
本章知识框架图	2
基础知识讲解	3
一、函数	3
(一) 函数的概念及表示法	3
(二) 函数的性质	3
(三) 常见函数	4
二、极限	5
(一) 极限的概念	5
(二) 极限的性质	5
(三) 极限存在准则	6
(四) 极限的四则运算法则	6
(五) 两个重要极限	6
(六) 无穷小、无穷大	6
三、连续	7
(一) 连续的概念	7
(二) 间断点	7
(三) 连续函数的性质	8
典型例题与方法技巧	8
一、函数	8
题型 1——利用函数的概念解题	8
题型 2——利用函数的性质解题	8
题型 3——常见函数的类型	9
二、极限	10
题型 1——数列极限	10
题型 2——函数极限	12
题型 3——用函数解数列极限	19
题型 4——含参数的极限问题	20
三、函数连续性与间断点	21

题型 1——函数的连续性	21
题型 2——间断点类型的判断	22
本章同步练习题	23
一、选择题	23
二、填空题	25
三、解答题	25
同步练习题答案解析	26
一、选择题	26
二、填空题	28
三、解答题	31

第二章 一元函数微分学

学习提要	35
考试要求	35
本章知识框架图	36
基础知识讲解	37
一、导数与微分	37
(一) 导数与微分的概念	37
(二) 导数的几何意义与物理意义	37
(三) 导数的计算	38
(四) 连续、可导与可微的关系	40
(五) 一阶微分形式的不变性	40
二、微分中值定理	40
(一) 罗尔定理	40
(二) 拉格朗日中值定理	40
(三) 柯西中值定理	41
(四) 泰勒中值定理	41
三、导数的应用	41
(一) 洛必达法则	41
(二) 判断函数单调性	42
(三) 函数的极值与最值	42
(四) 曲线凹凸性、拐点及渐近线	43
(五) 函数图形的描绘	43
(六) 方程的根	44
(七) 几何应用	44
典型例题与方法技巧	46
一、导数与微分	46
题型 1——导数概念的直接应用	46

题型 2——导数的计算	49
题型 3——高阶导数的计算	53
题型 4——导数与连续的关系	56
二、微分中值定理	57
题型 1——罗尔定理	57
题型 2——拉格朗日中值定理	58
题型 3——柯西中值定理	59
题型 4——泰勒中值定理	60
三、简单的应用	60
题型 1——洛必达法则的应用	60
题型 2——判断函数的单调性	61
题型 3——求函数的极值与最值	62
题型 4——曲线凹凸性、拐点及渐近线	63
题型 5——方程的根	66
题型 6——不等式证明	67
题型 7——几何应用	69
本章同步练习题	71
一、选择题	71
二、填空题	72
三、解答题	72
同步练习题答案解析	73
一、选择题	73
二、填空题	75
三、解答题	77

第三章 一元函数积分学

学习提要	83
考试要求	83
本章知识框架图	84
基础知识讲解	85
一、不定积分	85
(一) 原函数和不定积分的概念	85
(二) 不定积分的性质	85
(三) 不定积分的计算	85
二、定积分	88
(一) 定积分的概念	88
(二) 定积分的性质	89
(三) 积分上限的函数	90

(四) 定积分的计算	90
(五) 定积分的应用	91
三、反常积分	93
(一) 无穷限的反常积分	93
(二) 睱积分	94
典型例题与方法技巧	94
一、不定积分	94
题型 1——原函数与不定积分的概念及性质	94
题型 2——不定积分的计算	96
二、定积分	103
题型 1——定积分的概念及性质	103
题型 2——定积分的计算	105
题型 3——变限积分	108
题型 4——定积分的应用	110
三、反常积分	116
题型 1——无穷限的反常积分	116
题型 2——瑕积分	117
本章同步练习题	118
一、选择题	118
二、填空题	119
三、解答题	120
同步练习题答案解析	121
一、选择题	121
二、填空题	123
三、解答题	125

第四章 向量代数和空间解析几何(数一)

学习提要	131
考试要求	131
本章知识框架图	132
基础知识讲解	133
一、向量代数	133
(一) 空间直角坐标系	133
(二) 向量的相关概念	133
(三) 向量的运算	134
(四) 向量的关系	135
二、空间平面与直线	135
(一) 平面方程	135

(二) 空间直线方程	136
(三) 平面与直线的位置关系	136
· (四) 平面束方程	137
(五) 距离公式	137
三、曲面与空间曲线	138
(一) 旋转曲面	138
(二) 柱面	138
(三) 球面	139
(四) 空间曲线	139
典型例题与方法技巧	140
一、向量代数	140
题型 1——向量的数量积	140
题型 2——向量的向量积	141
题型 3——向量的混合积	142
二、空间平面与直线	142
题型 1——求空间平面与直线方程	142
题型 2——求位置关系	144
题型 3——计算空间距离	145
三、曲面与空间曲线	147
题型 1——求柱面方程	147
题型 2——求旋转曲面方程	148
题型 3——求投影曲线方程	148
本章同步练习题	149
一、选择题	149
二、填空题	149
三、解答题	150
同步练习题答案解析	150
一、选择题	150
二、填空题	151
三、解答题	153

第五章 多元函数微分学

学习提要	155
考试要求	155
本章知识框架图	156
基础知识讲解	157
一、多元函数的相关概念	157
(一) 多元函数的概念	157

(二)二元函数的几何意义	157
(三)二元函数的极限	157
(四)二元函数的连续性	157
(五)有界闭区域上多元函数的性质	157
二、偏导数与全微分	158
(一)偏导数	158
(二)全微分	161
(三)连续、偏导与全微分之间的关系	162
三、多元函数微分学的应用	162
(一)极值与最值	162
(二)几何应用(数一)	164
(三)方向导数与梯度(数一)	164
典型例题与方法技巧	165
一、多元函数的相关概念	165
题型1——二元函数极限的相关问题	165
题型2——二元函数连续性的相关问题	166
二、偏导数与全微分	167
题型1——复合函数偏导与全微分	167
题型2——隐函数偏导与全微分	169
题型3——高阶偏导数	171
题型4——多元函数连续、偏导与全微分之间的关系	172
三、多元函数微分学的应用	175
题型1——极值与最值	175
题型2——几何应用(数一)	178
题型3——方向导数与梯度(数一)	179
本章同步练习题	181
一、选择题	181
二、填空题	182
三、解答题	182
同步练习题答案解析	183
一、选择题	183
二、填空题	185
三、解答题	187
学习提要	191
考试要求	191
本章知识框架图	192

第六章 多元函数积分学

基础知识讲解	193
一、二重积分	193
(一)二重积分的概念及性质	193
(二)二重积分的计算	194
(三)二重积分的应用(数一)	194
二、三重积分(数一)	195
(一)三重积分的概念及性质	195
(二)三重积分的计算	196
(三)三重积分的应用	196
三、曲线积分(数一)	197
(一)第一类曲线积分	197
(二)第二类曲线积分	199
(三)两类曲线积分间的关系	200
(四)格林公式与路径无关定理	200
(五)二元函数的全微分	200
四、曲面积分(数一)	201
(一)第一类曲面积分	201
(二)第二类曲面积分	202
(三)两类曲面积分间的关系	203
(四)高斯公式与斯托克斯公式	203
(五)散度与旋度	203
典型例题与方法技巧	204
一、二重积分	204
题型 1——二重积分的概念及性质	204
题型 2——二重积分的计算	205
题型 3——二重积分的应用(数一)	210
二、三重积分(数一)	211
题型 1——三重积分的概念及性质	211
题型 2——三重积分的计算	212
题型 3——三重积分的应用	214
三、曲线积分(数一)	215
题型 1——有关第一类曲线积分的计算问题	215
题型 2——有关第二类曲线积分的计算问题	216
题型 3——两类曲线积分之间的关系	218
题型 4——格林公式与路径无关定理	219
题型 5——利用二元函数的全微分求积分	222
四、曲面积分(数一)	223
题型 1——有关第一类曲面积分的计算问题	223
题型 2——有关第二类曲面积分的计算问题	224
题型 3——两类曲面积分之间的关系	227

题型 4——斯托克斯公式	228
题型 5——散度与旋度	229
本章同步练习题	230
一、选择题	230
二、填空题	231
三、解答题	232
同步练习题答案解析	232
一、选择题	232
二、填空题	235
三、解答题	236

第七章 无穷级数(数一)

学习提要	239
考试要求	239
本章知识框架图	240
基础知识讲解	241
一、常数项级数	241
(一) 数项级数	241
(二) 正项级数	241
(三) 交错级数	243
(四) 常数项级数的性质	243
二、幂级数	244
(一) 相关概念及性质	244
(二) 幂级数展开	245
(三) 幂级数的运算法则	246
三、傅里叶级数	247
(一) 傅里叶级数概念	247
(二) 狄利克雷收敛定理	247
(三) 正弦级数、余弦级数	247
典型例题与方法技巧	247
一、常数项级数	247
题型 1——正项级数敛散性判别	247
题型 2——交错级数敛散性判别	252
题型 3——任意项级数敛散性判别	253
二、幂级数	253
题型 1——求幂级数的收敛半径、收敛区间或收敛域	253
题型 2——幂级数展开	255
题型 3——幂级数求和	258

三、傅里叶级数	261
题型1——收敛定理及相关问题	261
题型2——傅里叶级数展开	262
本章同步练习题	263
一、选择题	263
二、填空题	265
三、解答题	266
同步练习题答案解析	267
一、选择题	267
二、填空题	270
三、解答题	272

第八章 常微分方程

学习提要	277
考试要求	277
本章知识框架图	278
基础知识讲解	279
一、几个基本概念	279
(一) 微分方程	279
(二) 微分方程的阶	279
(三) 常微分方程	279
(四) 线性微分方程	279
(五) 微分方程的解、通解	279
(六) 初始条件、特解	279
(七) 线性相关、线性无关的概念	279
(八) 齐次线性方程与非齐次线性方程	279
二、一阶微分方程求解	280
(一) 变量可分离的微分方程	280
(二) 齐次微分方程	280
(三) 一阶线性微分方程	280
(四) 伯努利方程(数一)	281
(五) 全微分方程(数一)	281
(六) 可用简单的变量代换求解的某些微分方程(数一)	281
三、可降阶的高阶方程求解	281
(一) $y^{(n)} = f(x)$ 型	281
(二) $y'' = f(x, y')$ 型	282
(三) $y'' = f(y, y')$ 型	282
四、高阶线性微分方程	282

(一) 线性微分方程解的性质及结构	282
(二) 二阶常系数齐次线性微分方程	283
(三) 二阶常系数非齐次线性微分方程	283
(四) n 阶常系数齐次线性微分方程	283
五、欧拉方程(数一)	284
典型例题与方法技巧	284
一、一阶微分方程	284
题型 1——变量可分离的微分方程	284
题型 2——齐次方程	285
题型 3——一阶线性微分方程	286
题型 4——伯努利方程(数一)	288
题型 5——全微分方程(数一)	288
二、可降阶的高阶微分方程	289
题型 1—— $y^{(n)} = f(x)$	289
题型 2—— $y'' = f(x, y')$	289
题型 3—— $y'' = f(y, y')$	290
三、高阶线性微分方程	291
题型 1——二阶常系数齐次线性微分方程	291
题型 2——二阶常系数非齐次线性微分方程	291
题型 3—— n 阶常系数齐次线性微分方程	294
四、欧拉方程(数一)	295
五、常微分方程的应用	295
本章同步练习题	296
一、选择题	296
二、填空题	298
三、解答题	298
同步练习题答案解析	299
一、选择题	299
二、填空题	301
三、解答题	302

第一章

函数、极限、连续

【学习提要】

函数是高等数学的研究对象，极限是高等数学的理论基础，连续性是可导与可积的重要条件，所以函数、极限和连续都是高等数学的基础内容。这部分知识在考研试题中以选择题或填空题为主。值得注意的是，接下来的各章节仍然会涉及函数、极限、连续的概念，并且会在综合题中用到极限和闭区间上连续函数的相关性质，考生在复习的时候要灵活掌握，在了解理论的基础上融会贯通。

【考试要求】

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系。
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。
3. 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念。
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。
5. 理解极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系。
6. 掌握极限的性质及四则运算法则。
7. 掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法。
8. 理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小量的比较方法，会用等价无穷小量求极限。
9. 理解函数连续性（含左连续与右连续）的概念，会判别函数间断点的类型。
10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质。

本章知识框架图

