

优化阵列信号处理 (下册) : 模态处理与方位估计

Optimal Array Signal Processing:

Modal Array Processing and Direction-of-Arrival Estimation

鄢社锋 著



科学出版社

优化阵列信号处理(下册):
模态处理与方位估计
**Optimal Array Signal Processing:
Modal Array Processing and
Direction-of-Arrival Estimation**

鄢社锋 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统地介绍传感器阵列优化信号处理理论、方法及其应用。全书共 14 章,分为上、下两册,上册主要讨论波束设计的问题,介绍阵列信号处理基本概念与模型、窄带阵列信号处理,以及宽带阵列信号处理的理论与方法;下册主要讨论模态阵列处理与方位估计的问题,介绍声学阵列模态处理理论与方法,以及目标方位谱估计理论与方法。书中融入了作者近二十年来从事阵列信号处理方面科研工作的实际经验,纳入了作者在国内外重要刊物发表的数十篇论文,同时采纳了少量散见于各种文献中的部分相关内容。

本书可作为声呐、雷达、麦克风阵列、无线通信等阵列信号处理相关专业的本科生、研究生和教师的参考书,也可供相关专业科学研究与工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

优化阵列信号处理. 下册, 模态处理与方位估计 / 鄢社锋著.
—北京: 科学出版社, 2018.3

ISBN 978-7-03-043371-8

I. ①优… II. ①鄢… III. ①信号处理 IV. ①TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 034898 号

责任编辑: 赵艳春 / 责任校对: 郭瑞芝

责任印制: 师艳茹 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018 年 3 月第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2018 年 3 月第一次印刷 印张: 17

字数: 331 000

定价: 108.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

本书是一部阐述传感器阵列优化处理的专著。阵列信号处理在声呐、雷达、无线通信、医学成像、地质勘探、射电天文学等多个领域具有广泛的应用，几十年以来一直是一个活跃的研究方向，阵列优化处理是其中一个十分重要的问题。作者于2008年与博士指导教师马远良院士合作出版了一部专门介绍阵列信号处理中的波束优化问题的专著《传感器阵列波束优化设计及应用》，将作者攻读博士学位与两站博士后工作期间取得的研究成果呈现在了读者面前。

受导师马远良院士的抬爱，他在为那本专著撰写的序言中写道：“鄢社锋的主要创造性贡献是，他将二阶锥规划技术引入传感器阵列的波束优化设计中，从而开启了多约束波束优化之门，形成了波束优化设计的较完备的理论框架。在此基础上，提供了对各种波束质量指标，包括主瓣宽度、旁瓣级、主瓣响应逼近误差、波束形成器的稳健性、宽带波束的频域与空域特性等进行全面折中处理的方法。”

作者2008年以来担任中国科学院声学研究所研究员，现同时是中国科学院大学教授，近四年在中国科学院大学为研究生讲授“阵列信号处理”与“声呐原理及信号处理”两门专业核心课，将《传感器阵列波束优化设计及应用》用作课程教材，受到了学生的欢迎。遗憾的是，学生反映早已无法从市场上购买到此书，而只好使用影印本，期望能再版。2009年以来，作者将在阵元域优化处理的研究成果推广到了模态域处理，在声学阵列的模态处理方面又取得了新的研究成果，这些研究成果进一步补充完善了优化阵列处理理论与方法。基于这两点原因，作者决定在上一部专著的基础上，补充撰写新近研究成果，使得内容更为系统完整，这便是撰写本书的初衷。

本书是作者基于近二十年来从事阵列信号处理相关科研工作的研究成果撰写而成的，融入了作者在西北工业大学、中国科学院声学研究所、挪威科技大学学习与工作期间的部分研究成果，纳入了作者在国内外重要刊物发表的数十篇学术论文，同时采纳了少量散见于各种文献中的部分相关内容。

全书共14章，分为上、下两册。

上册为《优化阵列信号处理：波束优化理论与方法》，主要讨论波束设计问题。

第1章是绪论，介绍阵列波束优化设计的历史与技术现状，以及本书的主要研究内容。第2章介绍阵列信号处理与波束形成的基本知识与数学模型，指出评价波束形成器性能的参数指标。第3章介绍具有规则几何形状基阵的波束形成方法与性能。

第4~7章介绍窄带波束形成器优化设计问题，这4章分别针对波束形成器的几种重要性能评价指标进行优化折中求解，获得满足设计要求的最优综合性能，其中第4章分析影响波束形成器稳健性的因素与影响机理，第5章介绍提高波束形成器稳

健性的方法,第6章介绍波束旁瓣设计问题,第7章介绍波束主瓣设计的问题,并归纳出窄带波束优化设计的统一框架,前述稳健类、旁瓣设计类以及主瓣设计类波束优化方法均可视作其特例。于是基于这一统一框架可以考察各特例方法的优缺点。

第8章与第9章介绍宽带波束形成问题,其中第8章介绍宽带波束形成器的实现问题,包括基于离散傅里叶变换的频域实现方法与基于有限冲激响应滤波器的时域实现方法,第9章介绍基于有限冲激响应滤波器的时域宽带波束形成器优化设计问题,并将窄带波束优化设计统一框架推广到时域宽带波束优化设计。

下册为《优化阵列信号处理:模态处理与方位估计》,主要讨论声学阵列模态处理与目标方位估计问题。

第10章介绍圆环阵波束形成问题,分析圆环阵波束形成器的特性,引出圆环相位模式处理理论。

第11章与第12章介绍模态波束形成问题,其中,第11章介绍用于圆环阵的圆谐波波束形成器设计与实现方法,第12章介绍用于球面阵的球谐波波束形成器设计与实现方法,并将前述窄带与时域宽带波束优化设计统一框架进一步推广到模态域处理。基于该统一框架,发现圆环阵相位模式阵列处理等效于平面均匀噪声场情况下圆环谐波域最小方差无失真响应波束形成器,而球面阵相位模式阵列处理等效于空间均匀噪声场情况下球谐波域最小方差无失真响应波束形成器。这一发现使得相位模式阵列处理方法稳健性差的原因得到解释,并提出通过谐波域白噪声增益约束可使其稳健性提高。

第13章与第14章介绍目标方位估计方法,前面几章介绍的波束优化设计与波束形成方法在这两章得到具体应用。其中,第13章介绍基于波束扫描的方位谱估计方法,包括阵元域与模态域方法。第14章介绍信号子空间高分辨方位估计方法,包括阵元域、模态域与波束域的窄带与宽带方位谱估计方法等。

本书为了验证书中介绍的各种方法的性能,以及便于对不同方法进行比较,做了大量的设计计算,为读者提供了大量的设计范例。而且为了便于读者掌握本书介绍的各种方法,并能重现本书中的各个算例,本书所有算例均采用计算机仿真,并给出了详细仿真步骤。读者如果需要考察各方法在实际环境中的使用效果,可以参阅作者发表的相关论文。

本书涉及的相关研究工作得到了作者的博士指导教师马远良院士和博士后合作导师侯朝焕院士的指导。他们对本书的撰写给予了支持与鼓励,并提出了部分修改意见,在此对两位恩师表示感谢。同时感谢国家自然科学基金(No. 61725106, No. 61431020)的资助。

限于作者的水平与经验,书中难免存在一些疏漏,恳请读者批评指正。

作者

2017年9月

目 录

前言

第 10 章	圆环阵阵列处理	1
10.1	引言	1
10.2	连续圆环阵	2
10.2.1	均匀加权连续圆环阵	3
10.2.2	圆环阵常规波束形成	7
10.2.3	相位模式激励	12
10.3	均匀圆环阵	13
10.4	本章小结	21
第 11 章	圆环阵模态波束形成	23
11.1	引言	23
11.2	连续圆环阵与圆模态	24
11.2.1	圆模态	24
11.2.2	圆环相位模式波束	32
11.2.3	时延求和波束形成	34
11.3	均匀圆环阵	35
11.3.1	均匀圆环阵数学模型	35
11.3.2	圆谐波域波束形成	42
11.3.3	圆谐波域指标表述	44
11.4	圆谐波域波束形成器设计	50
11.4.1	相位模式波束设计	50
11.4.2	时延求和波束设计	54
11.4.3	圆谐波域 MVDR 波束形成器	56
11.4.4	最大指向性波束形成器	56
11.4.5	平面各向同性噪声场中 MVDR 波束形成器	57
11.4.6	最大白噪声增益波束形成器	59
11.4.7	多约束波束形成器	61
11.5	对称圆谐波域波束形成器	65
11.5.1	加权向量设计	65
11.5.2	波束形成结构	69

11.6	圆谐波域宽带波束形成	71
11.6.1	频域宽带圆谐波域波束形成	71
11.6.2	时域宽带圆谐波域波束形成	78
11.7	本章小结	99
第 12 章	球面阵模态波束形成	101
12.1	引言	101
12.2	连续球面阵与球模态	102
12.2.1	球模态	102
12.2.2	球面相位模式波束	109
12.2.3	时延求和波束形成	113
12.3	球面阵	116
12.3.1	球谐波域波束形成	120
12.3.2	球谐波域指标表述	123
12.4	球谐波域波束形成器设计	127
12.4.1	多约束优化波束设计	128
12.4.2	球谐波域 MVDR 波束形成器	129
12.4.3	最大指向性波束形成器	129
12.4.4	最大白噪声增益波束形成器	131
12.4.5	稳健高增益波束形成器	133
12.5	旋转对称球谐波波束形成器	138
12.5.1	波束形成结构	138
12.5.2	加权向量设计	141
12.6	球谐波域宽带波束形成	146
12.6.1	频域宽带波束形成	146
12.6.2	时域宽带波束形成	147
12.7	本章小结	168
第 13 章	波束扫描方位谱估计	170
13.1	引言	170
13.2	波束扫描方位谱估计	171
13.2.1	窄带信号方位谱估计	171
13.2.2	宽带信号方位谱估计	172
13.3	圆环阵方位估计	173
13.3.1	窄带信号方位估计	173
13.3.2	宽带信号方位估计	177

13.4	球面阵方位估计	183
13.4.1	窄带信号方位估计	183
13.4.2	宽带信号方位估计	190
13.5	本章小结	202
第 14 章	高分辨方位谱估计	204
14.1	引言	204
14.2	窄带阵元域 MUSIC 方位估计	205
14.3	窄带模态域 MUSIC 方位估计	209
14.4	窄带矩阵空域预滤波方位估计	214
14.4.1	矩阵空域滤波原理	214
14.4.2	矩阵空域滤波器设计	215
14.4.3	空域预滤波 DOA 估计	218
14.4.4	方位估计步骤	218
14.5	窄带波束域 MUSIC 方位估计	223
14.5.1	波束域方法	223
14.5.2	方位估计步骤	224
14.6	宽带非相干方位估计	227
14.7	宽带相干信号子空间方位估计	233
14.7.1	相干信号协方差矩阵的奇异性	233
14.7.2	相干子空间方位估计算法	234
14.7.3	相干子空间方位估计步骤	235
14.7.4	相干信号源方位估计的 Cramer-Rao 下界	236
14.8	宽带波束域方位估计	240
14.8.1	波束域方位估计方法简介	240
14.8.2	频域处理实现步骤	242
14.8.3	时域处理实现步骤	243
14.9	本章小结	250
参考文献		253
附录 A 部分主要的缩写与符号说明		255
A.1	缩写词	255
A.2	变量符号	257
A.3	部分算术符号	260
附录 B 设计实例目录		262

第 10 章 圆环阵阵列处理

10.1 引言

第 3 章已经介绍了一类规则形状阵列——直线阵的波束形成问题，线阵由于几何形状简单，其波束形成特性已经被研究得很透彻，而且各种波束指标，如常规波束形成波束响应、主瓣宽度、旁瓣级、指向性指数、白噪声增益等，大都可以推导出闭式解析解，例如，连续线阵均匀加权波束响应为 sinc 函数。

由于直线阵是一维阵，其波束响应围绕该直线轴对称，因此它只能估计目标的一维角度(与线阵法线方向的夹角)，而另一维角度是模糊的，也就出现常说的线阵左右舷模糊的缺点。而要解决该问题就需要采用二维阵(平面阵)或三维阵(体积阵)。

除了直线阵，圆环阵是另一类比较常见的基阵阵形，如圆环浮标阵列、舰艏圆环阵、智能音箱圆环传声器阵等。圆环阵是一种二维阵，圆环阵也具有轴对称特性，不过它以垂直于该圆环的直线为轴，这样就很方便在圆周多个方向形成具有相同响应的波束，也就是说，圆环阵在其所在的平面 360° 方位具有相同的目标探测与方位估计性能。

第 4~9 章介绍的各种窄带与宽带波束优化设计方法适用于任意形状基阵，当然也适用于圆环阵。不过这些方法中，有些只能给出数值解(如多约束波束优化设计问题)，有些方法虽然具有解析解(如最佳波束形成加权向量等)，但是很少能像线阵波束响应那样表示成单个函数(如 sinc 函数)。

圆环阵由于其对称性，经推导可以发现，其常规波束响应也可以表示成一个特殊函数——贝塞尔(Bessel)函数。这一点与线阵有些类似，于是我们可以深入地观察到圆环阵特有的很多性质。

我们已经知道，矩形阵是在平面上由线阵作为阵元组成的线阵。与此类似，圆柱阵可以看成由线阵作为阵元组成的圆环阵，也可以看作由圆环阵作为阵元组成的线阵，于是也可以采用乘积定理计算圆柱阵的波束响应。

本章针对圆环阵列，详细推导其波束形成响应的解析表达式，并分析其特性。本章主要内容与组织结构如下：10.2 节推导连续圆环阵波束响应表达式，包括均匀加权波束响应、水平面常规时延和波束响应，以及模态表述的波束响应；10.3 节介绍均匀圆环阵波束形成问题，并考察均匀圆环阵常规波束形成与最佳波束形成的性能；10.4 节是本章小结。

10.2 连续圆环阵

下面考虑连续圆环阵。考虑一个半径为 r 的连续圆环阵, 将其置于 xoy 平面, 圆环中心为坐标原点, 如图 10.1 所示。

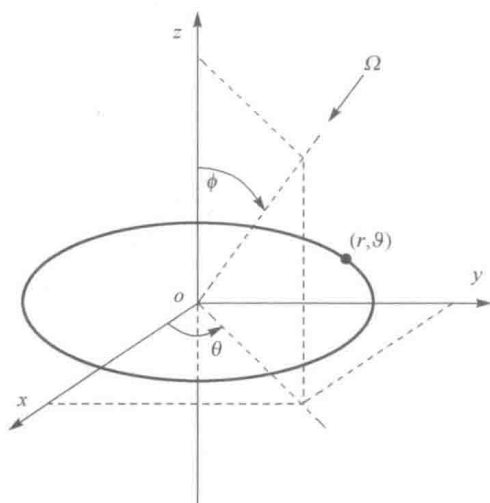


图 10.1 连续圆环阵

连续圆环阵上各接收点可用极坐标表示为 (r, ϑ) , 这里 ϑ 是圆环阵上接收点的水平方位角。将其表示成三维直角坐标为

$$\boldsymbol{p}_\vartheta = [r \cos \vartheta, r \sin \vartheta, 0]^T \quad (10.1)$$

根据第 2 章的推导, 连续圆环阵上位于 \boldsymbol{p}_ϑ 点的阵列流形函数 $p_\vartheta(\boldsymbol{k})$ 可以表示为

$$p_\vartheta(\boldsymbol{k}) = \exp(-i\boldsymbol{k}^T \boldsymbol{p}_\vartheta) = \exp(ikr \sin \phi \cos(\vartheta - \theta)) \quad (10.2)$$

注意位置坐标符号 \boldsymbol{p} 与阵列流形函数 p_ϑ 的区别, 前者是粗体。

假设该连续阵上 \boldsymbol{p}_ϑ 点的加权函数取 $w_a^*(\vartheta)$, 则连续圆环阵的频率-波数响应函数为

$$\begin{aligned} Y(\omega, \boldsymbol{k}) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w_a^*(\vartheta) p_\vartheta(\boldsymbol{k}) d\vartheta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w_a^*(\vartheta) e^{ikr \sin \phi \cos(\vartheta - \theta)} d\vartheta \end{aligned} \quad (10.3)$$

将其写成波束响应的形式为

$$B(kr, \Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w_a^*(\vartheta) e^{ikr \sin \phi \cos(\vartheta - \theta)} d\vartheta \quad (10.4)$$

下面考察连续圆环阵波束图的性能。

10.2.1 均匀加权连续圆环阵

后面将会看到，圆环阵的很多特性与贝塞尔函数有关。因此，在介绍均匀加权连续圆环阵之前，我们先介绍贝塞尔函数的定义与特性。

一类 n 阶贝塞尔函数定义为

$$J_n(z) = \frac{1}{2\pi i^n} \int_0^{2\pi} e^{i(z \cos \psi + n\psi)} d\psi, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (10.5)$$

它具有如下特性

$$J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z) \quad (10.6)$$

图 10.2 显示了 0~7 阶贝塞尔函数图。从图中可以看出，随着阶数 n 的增大，贝塞尔函数最大幅度值 $\max |J_n(z)|$ 逐渐减小；当 $|z| < n$ 时，贝塞尔函数的幅度值 $|J_n(z)|$ 比较小。

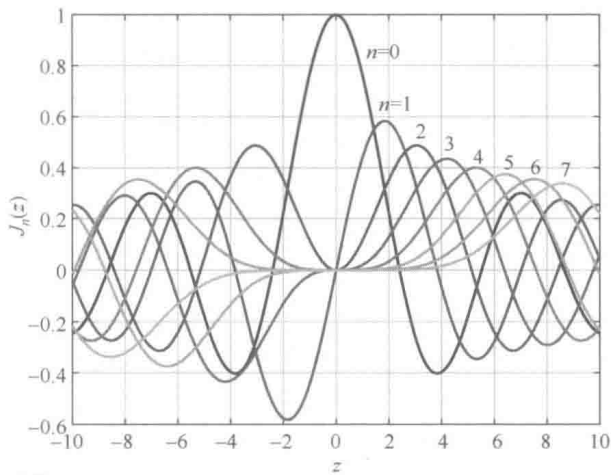


图 10.2 贝塞尔函数

我们定义

$$P_n \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ikr \sin \phi \cos(\vartheta - \theta)} e^{-in\vartheta} d\vartheta \quad (10.7)$$

令 $\psi = \vartheta - \theta$ ，式 (10.7) 可以表示成

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ikr \sin \phi \cos \psi} e^{-in(\psi + \theta)} d\psi \\ &= e^{-in\theta} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ikr \sin \phi \cos \psi} e^{-in\psi} d\psi \end{aligned} \quad (10.8)$$

由式 (10.5)，式 (10.8) 可以写成

$$P_n = i^{-n} J_{-n}(kr \sin \phi) e^{-in\theta} \quad (10.9)$$

由贝塞尔函数的特性式(10.6), 式(10.9)可以写成

$$P_n = i^n J_n(kr \sin \phi) e^{-in\theta} \quad (10.10)$$

下面考虑均匀加权的连续圆环阵的方向响应, 即令

$$w_a^*(\vartheta) = 1, \quad \vartheta \in [0, 2\pi] \quad (10.11)$$

代入式(10.4)可得连续圆环阵的波束响应为

$$B(kr, \Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ikr \sin \phi \cos(\vartheta - \theta)} d\vartheta \quad (10.12)$$

由式(10.7)和式(10.10), 并令 $n=0$, 式(10.12)可以表示成

$$B(kr, \Omega) = J_0(kr \sin \phi) \quad (10.13)$$

该波束响应与水平角 θ 无关, 表明波束响应相对于 z 轴旋转对称。

由式(10.13)可见, 均匀加权连续圆环阵的波束响应是 0 阶贝塞尔函数, 这与连续线阵的波束响应是 sinc 函数相对应。从前面章节我们已经知道, 放置于 x 轴上的长度为 L 的连续线阵在 xoz 平面 ($\theta=0$ 平面) 上的波束响应为

$$B(kr, \Omega) = \text{sinc}\left(k \frac{L}{2} \sin \phi\right) \quad (10.14)$$

这表明当线阵长度 L 与圆环阵直径 $2r$ 相等时, 两连续阵的波束响应的宗量相等, 但前者为 sinc 函数, 后者为 0 阶贝塞尔函数。

图 10.3 显示了 $J_0(z)$ 与 $\text{sinc}(z)$ 两函数相对于宗量 z 的值的对比图。从图中可以看出, $z=0$ 时两函数都为 1, 这表明波束主瓣响应为 1, 即 0dB。除了 $z=0$ 点之外, 0 阶贝塞尔函数的峰值与谷值幅度都大于 sinc 函数峰值与谷值幅度, 这表明连续圆

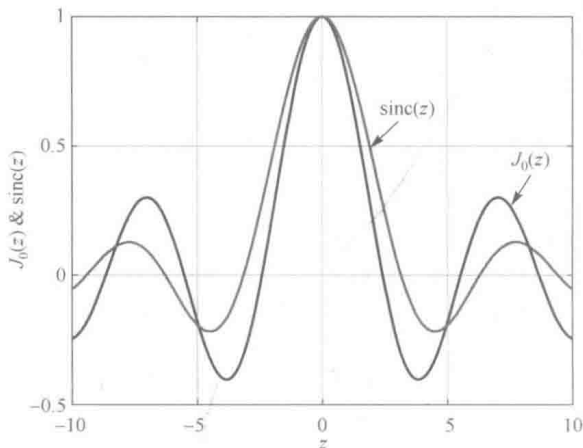


图 10.3 $J_0(z)$ 与 $\text{sinc}(z)$ 函数值对比

环阵波束旁瓣高于连续线阵。两者的最高旁瓣出现在波束观察方向左右第一个谷值处，连续圆阵的最低谷值出现在 $z = \pm 3.83$ 处，其值为 -0.4028 ，对应最高旁瓣为 $20\lg(|-0.4028|) = -7.90\text{dB}$ ；连续线阵的最低谷值出现在 $z = \pm 4.49$ 处，其值为 -0.2172 ，对应最高旁瓣为 $20\lg(|-0.2172|) = -13.26\text{dB}$ 。可见，连续圆环阵旁瓣级较连续线阵高出 5dB 以上。0 阶贝塞尔函数在波束观察方向左右第一个过零点（波束零点）出现在 $z = \pm 2.40$ 处，而 sinc 函数第一个过零点出现在 $z = \pm \pi$ 处，可见，连续圆环阵主瓣宽度窄于连续线阵。

例 10.1 连续圆环阵均匀加权波束图

考虑一连续圆环阵，计算采用均匀加权时得到的波束响应。

首先假设波数半径积为 $kr = 2\pi$ ，令 $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$ ， $\phi \in [0^\circ, 180^\circ]$ ，利用式 (10.13) 计算得到的波束响应，其幅度采用三维坐标显示于图 10.4 中。

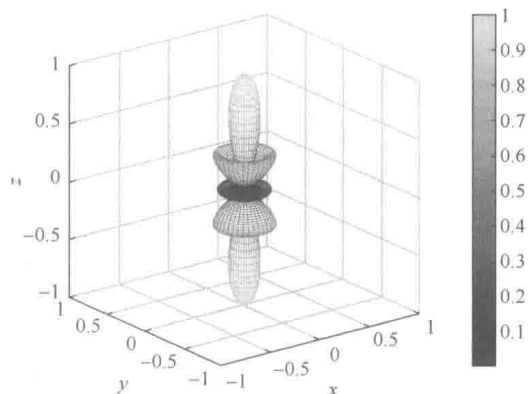


图 10.4 连续圆环阵均匀加权波束图， $kr = 2\pi$

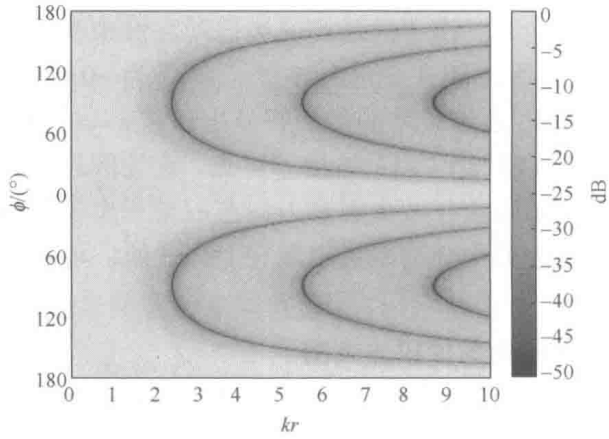
由图可见，均匀加权获得的波束响应相对于 z 轴旋转对称，即波束响应只与垂直角 ϕ 有关，与水平角 θ 无关。因此，下面我们只需画出均匀加权波束图相对于垂直角 ϕ 的关系即可。

假设波数半径积范围 $kr \in [0, 10]$ ，垂直角取值范围 $\phi \in [0^\circ, 180^\circ]$ ，利用式 (10.13) 计算得到的波束响应相对于波数半径积 kr 与垂直角 ϕ 的值显示于图 10.5 中，其中图 10.5 (a) 为波束响应幅度取对数后的伪彩色（灰度）显示，图 10.5 (b) 为波束响应幅度柱面坐标显示。

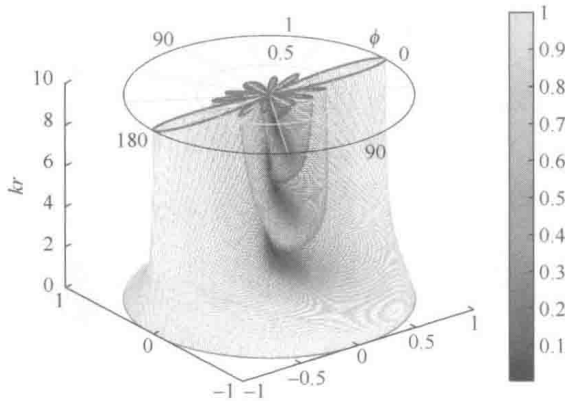
为了更好地观测到波束响应，图 10.5 中补全了与圆环阵垂直的平面（ z 轴所在平面）上整个 360° 范围内的波束响应。

图 10.6 显示了 $kr = 2, 4, 6, 8$ 时对应的波束响应极坐标显示图。

从图 10.5 与图 10.6 可见，均匀加权圆环阵在垂直于圆环的方向获得了主瓣，即波束主瓣方向指向 $\phi = 0^\circ$ 与 $\phi = 180^\circ$ 方向。 $kr = 0$ 时，波束响应为单位圆，即没有方向性。随着频率的升高，波束主瓣逐渐变窄。

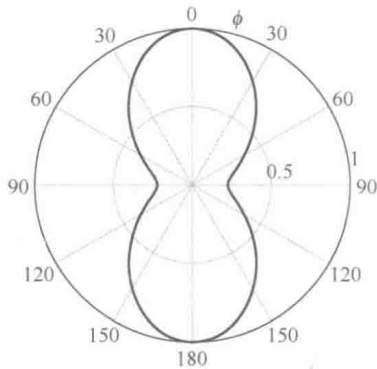


(a) 伪彩色(灰度)显示

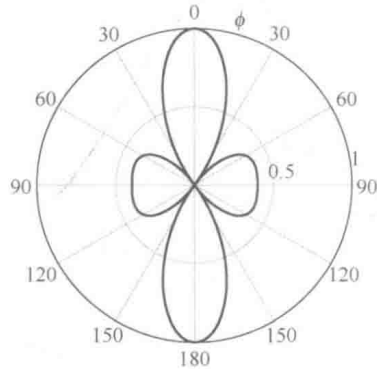


(b) 柱面坐标显示

图 10.5 连续圆环阵均匀加权波束图 $kr \in [0,10]$, $\phi \in [0^\circ,180^\circ]$



(a) $kr=2$



(b) $kr=4$

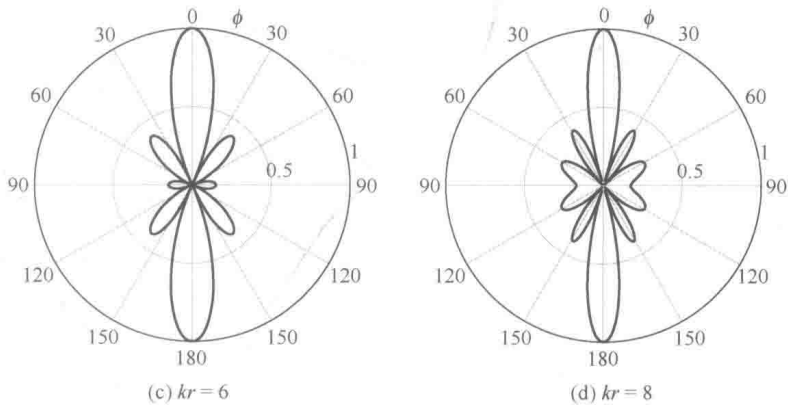


图 10.6 连续圆环阵均匀加权波束图

10.2.2 圆环阵常规波束形成

假设对圆环阵进行常规时延求和 (delay-and-sum, DAS) 波束形成, 波束观察方向为 $\Omega_o = (\theta_o, \phi_o)$ 。由式 (10.2), 该圆环阵对从 Ω_o 方向传来的信号的响应函数可以写成

$$p_g(\Omega_o) = \exp(ikr \sin \phi_o \cos(\vartheta - \theta_o)) \quad (10.15)$$

于是, 将式 (10.15) 所示连续圆环阵响应函数用作波束导向函数, 进行常规波束加权的函数可以表示成

$$w_a^*(\vartheta) = p_g^*(\Omega_o) = \exp(-ikr \sin \phi_o \cos(\vartheta - \theta_o)) \quad (10.16)$$

当 $\phi_o = 0^\circ$ 时简化为 10.2.1 节介绍的均匀加权波束形成。

将波束加权函数 (10.16) 代入式 (10.4) 可得连续圆环阵的时延求和波束响应为

$$B(kr, \Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ikr(\sin \phi \cos(\vartheta - \theta) - \sin \phi_o \cos(\vartheta - \theta_o))} d\vartheta \quad (10.17)$$

在式 (10.17) 中的指数项中, 令

$$\begin{aligned} z &= \sin \phi \cos(\vartheta - \theta) - \sin \phi_o \cos(\vartheta - \theta_o) \\ &= \sin \phi (\cos \vartheta \cos \theta + \sin \vartheta \sin \theta) - \sin \phi_o (\cos \vartheta \cos \theta_o + \sin \vartheta \sin \theta_o) \\ &= \cos \vartheta (\sin \phi \cos \theta - \sin \phi_o \cos \theta_o) + \sin \vartheta (\sin \phi \sin \theta - \sin \phi_o \sin \theta_o) \end{aligned} \quad (10.18)$$

进一步, 令

$$\cos \beta = (\sin \phi \cos \theta - \sin \phi_o \cos \theta_o) / \rho \quad (10.19)$$

$$\sin \beta = (\sin \phi \sin \theta - \sin \phi_o \sin \theta_o) / \rho \quad (10.20)$$

由 $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ 可得

$$\begin{aligned}
 \rho &= \sqrt{(\sin \phi \cos \theta - \sin \phi_0 \cos \theta_0)^2 + (\sin \phi \sin \theta - \sin \phi_0 \sin \theta_0)^2} \\
 &= \sqrt{\sin^2 \phi + \sin^2 \phi_0 - 2 \sin \phi \sin \phi_0 \cos(\theta - \theta_0)} \\
 &= \sqrt{(\sin \phi - \sin \phi_0)^2 + 4 \sin \phi \sin \phi_0 \sin^2 \frac{\theta - \theta_0}{2}}
 \end{aligned} \tag{10.21}$$

于是式(10.18)可以简化为

$$z = \rho \cos(\vartheta - \beta) \tag{10.22}$$

进一步, 式(10.17)可以表示成

$$B(kr, \Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\rho kr \cos(\vartheta - \beta)} d\vartheta = J_0(\rho kr) \tag{10.23}$$

式中, $\rho = \sqrt{(\sin \phi - \sin \phi_0)^2 + 4 \sin \phi \sin \phi_0 \sin^2[(\theta - \theta_0)/2]}$ 。

由式(10.23)可知, 连续圆环阵常规时延求和波束响应为 0 阶贝塞尔函数。由于 $\sin(180^\circ - \phi) = \sin \phi$, 由式(10.23)可知, $B(kr, (\theta, 180^\circ - \phi)) = B(kr, (\theta, \phi))$, 这意味着圆环阵常规波束响应相对于圆环所在平面镜面对称。

若波束观察方向指向圆环阵垂直方向, 即 $\phi_0 = 0^\circ$, 则式(10.23)简化为

$$B(kr, \phi) = J_0(kr \sin \phi) \tag{10.24}$$

与式(10.13)相同。以上推导中利用了 0 阶贝塞尔函数 $J_0(\cdot)$ 是偶函数的性质。

若波束观察方向与信号方向都位于过 z 轴的平面(与圆环阵所在平面垂直的平面)上, 不妨令 $\theta = \theta_0$, 式(10.23)简化为

$$B(kr, \phi) = J_0(kr(\sin \phi - \sin \phi_0)) \tag{10.25}$$

这与连续线阵波束观察方向偏离法线方向的波束响应表达式类似, 但直线阵波束响应是 sinc 函数。

若波束观察方向与信号方向都位于圆环所在的 xoy 平面上, 即 $\phi = \phi_0 = 90^\circ$, 此时, 式(10.23)简化为

$$B(kr, \theta) = J_0(2kr \sin[(\theta - \theta_0)/2]) \tag{10.26}$$

例 10.2 连续圆环阵常规波束响应

考虑一个位于 xoy 平面的连续圆环阵, 假设 $kr = 2\pi$, 考察其常规时延求和波束响应。

期望波束观察方向 $\phi_0 = 0^\circ$ 时的波束响应已经显示在图 10.4 中。

接下来假设期望波束观察方向分别为 $\Omega_0 = (\theta_0, \phi_0) = (0^\circ, 30^\circ)$, $(0^\circ, 60^\circ)$ 与 $(0^\circ, 90^\circ)$, 运用式(10.23)计算时延求和波束响应, 分别显示于图 10.7(a)、图 10.7(b)与图 10.7(c)中。

由图可见, 波束主瓣正好指向期望观察方向, 并且波束响应相对于 xoy 平面镜面对称。

图 10.4 与图 10.7 中 4 个波束响应图在 xoz 平面(通过 z 轴与 $\theta_0 = 0^\circ$ 方向的平面)的剖面如图 10.8 所示。由图中可见,随着期望波束观察方向俯仰角 ϕ_0 从 0° 到 90° 变化,波束沿 ϕ 方向的主瓣宽度变宽,直至在圆环平面之上与之下的两个主瓣连在一起,这与式 (10.25) 所示结果吻合,也与连续线阵的特性类似。

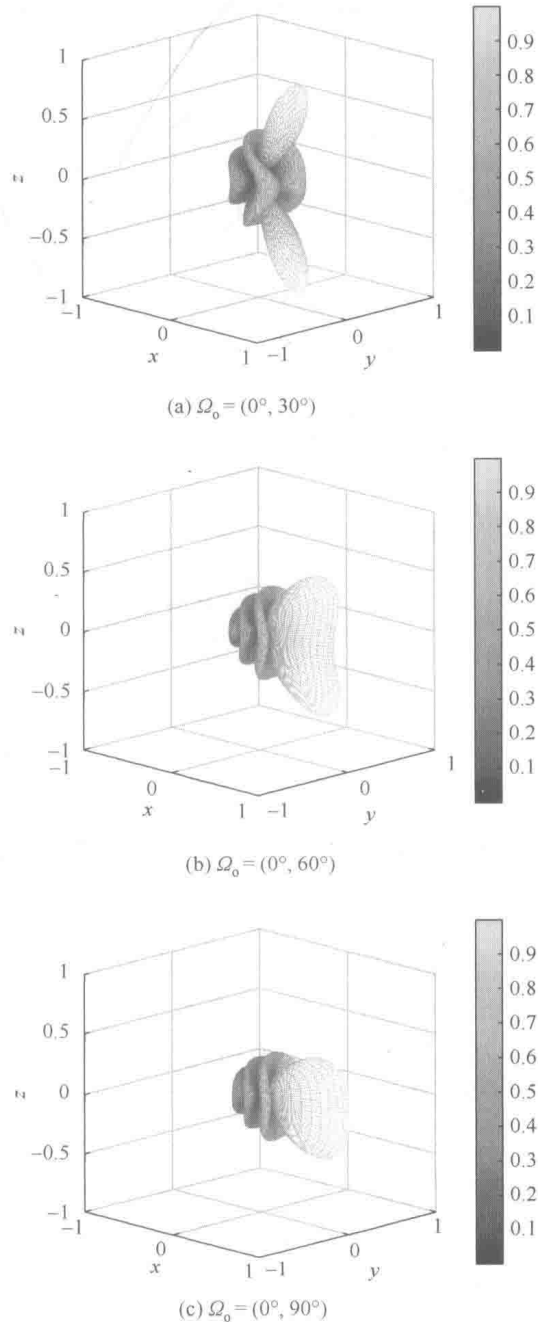


图 10.7 连续圆环阵时延求和波束图, $kr = 2\pi$