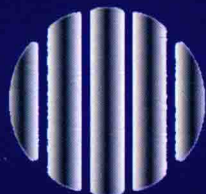
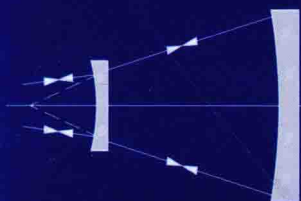


# 非球面检验的辅助光学系统设计

郝沛明 著

国家重点基础研究发展计划（973计划）项目  
“空间光学先进制造基础理论及关键技术研究”（2011CB013200）  
和上海张江国家自主创新示范区专项发展资金资助



科学出版社

# 非球面检验的辅助光学系统设计

郝沛明 著

国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目  
“空间光学先进制造基础理论及关键技术研究”(2011CB013200)  
和上海张江国家自主创新示范区专项发展资金资助

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书基于三级像差理论,着重介绍非球面检验的辅助光学系统设计方法。主要内容有:非球面检验辅助光学系统设计的三级像差理论;非球面经典检验的辅助光学系统设计;非球面零位补偿检验的辅助光学系统设计;超大凸非球面检验的辅助光学系统设计等。本书不仅包含详细的理论分析和公式推导,同时给出了大量设计实例,理论和实用性强。

本书可供从事非球面加工、检验和设计的科研与技术人员在进行非球面检验辅助光学系统设计、计算和研究时参考,也适合高等院校相关专业从事非球面光学基础理论研究的硕士、博士研究生阅读。

### 图书在版编目(CIP)数据

非球面检验的辅助光学系统设计/郝沛明著. —北京:科学出版社,2017. 10  
ISBN 978-7-03-054826-9

I. ①非… II. ①郝… III. ①光学系统-系统设计 IV. ①043

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 255133 号

责任编辑:刘宝莉 孙伯元 / 责任校对:桂伟利

责任印制:肖 兴 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2017 年 10 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2017 年 10 月第一次印刷 印张:15 1/2

字数:300 000

定价:115.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



## 前 言

作者早在大学期间就跟随恩师潘君骅院士学习非球面光学系统设计、加工、检验以及非球面光学系统的装校,1963年大学毕业至今一直从事非球面光学系统设计、加工和检验的相关科研工作。为赶超世界先进水平,作者总结多年工作经验和技巧,撰写本书,对非球面检验辅助光学系统的设计方法进行详细介绍,供从事非球面光学系统设计、加工、检验与装校等工作的科研和技术人员参考。

非球面光学系统有许多优点,它不仅可以缩小光学系统体积、减轻系统重量,更重要的是它能提高系统成像质量。到目前为止,除天文望远镜和空间光谱分析仪外,在航空航天领域的侦察相机、靶场光电经纬仪测量系统、计算机读写系统、高倍变焦和高倍投影系统、太阳模拟器等强照明系统、大口径广角相机、工业材料光谱分析仪等仪器和设备上都采用了非球面光学系统。非球面光学系统在各个领域得到了广泛的应用。

采用非球面必然会涉及非球面的设计、加工、检验和装校等问题。随着科学技术的发展和光学系统设计软件的完善,设计问题逐步得到解决。在光学加工中,基于数控的确定量加工技术的引入使光学加工的条件和能力大为改善,光学元件的加工效率和质量得到很大提高。为解决非球面加工的检验问题,人们进行了大量的研究工作,通常使用的有效方法是利用辅助光学系统对非球面进行检验。

本书共5章。第1章为非球面检验辅助光学系统设计基础,介绍辅助光学系统设计所需的基本概念和符号定义及规定、旋转对称非球面的特性与光学性质以及三级像差理论。第2章以三级像差理论为依据详细分析和介绍非球面的经典检验,包括采用反射面、折射面的经典检验以及采用改进的亨德尔法实现凸非球面反射镜的检验等方法。第3章基于三级像差理论着重介绍采用单反射面、单折射面、单透镜以及通过其相互组合来实现非球面零位补偿检验的方法,同时对干涉零位补偿检验、高次非球面的零位补偿检验以及带有场镜的非球面零位补偿检验进行介绍。第4和第5章基于三级像差理论论述采用透镜与折反透镜组合、单负透镜、双负透镜来实现超大凸椭球面、凸抛物面、凸双曲面检验的新方法。

本书的特点为:①以三级像差理论为依据,详细介绍各种典型的非球面检验辅助光学系统的初始结构的求解方法,并给出详细的公式推导过程;②注重理论与实际的结合,除理论分析以外,书中也提供大量具有代表性的设计实例,并给出

设计步骤和计算结果,便于读者审阅和理解。

本书由中国科学院上海技术物理研究所博士生导师郑列华组织策划,并由郝沛明撰写。中国科学院上海技术物理研究所的姚劲刚博士负责校对第3章,杨珂硕士负责校对第1、2、4、5章,张珑博士负责联系出版和最后的校对工作。在写作过程中,中国科学院上海技术物理研究所公共技术室的老师和工作人员也提供了大量的帮助,在此一并致谢。

最后对恩师中国工程院院士潘君骅和中国科学院光电技术研究所所长张礼堂表示衷心的感谢,对中国科学院上海技术物理研究所的中国工程院院士龚惠兴以及所领导给予的大力支持和帮助表示衷心的感谢,同时对南京利生光学机械有限责任公司总经理张忠明表示感谢。

由于作者水平有限,不足之处在所难免,恳请读者批评指正。

郝沛明

2016年6月

于中国科学院上海技术物理研究所

# 目 录

## 前言

第 1 章 非球面检验辅助光学系统设计基础 .....	1
1.1 相关概念 .....	1
1.2 常用参量的定义和符号规则 .....	2
1.3 旋转轴对称非球面的数学表达式 .....	4
1.3.1 旋转轴对称非球面的通用数学表达式 .....	4
1.3.2 旋转轴对称二次非球面的数学表达式 .....	5
1.4 与旋转轴对称非球面法线相关的量 .....	6
1.4.1 法线像差 .....	6
1.4.2 法线角 .....	6
1.5 二次非球面的非球面度 .....	7
1.5.1 偏离量 $\delta$ .....	7
1.5.2 非球面度(梯度) $\tau$ .....	9
1.6 二次曲面的光学性质 .....	9
1.6.1 反射无像差共轭点 .....	10
1.6.2 折射无像差共轭点 .....	11
1.7 初级像差理论 .....	13
1.7.1 光学系统球差系数表示式 .....	13
1.7.2 单薄透镜结构参数与 $P$ 的关系式 .....	14
1.7.3 几何球差与球差系数及波面像差的关系 .....	16
第 2 章 非球面的经典检验 .....	17
2.1 二次非球面经典检验的三级像差理论 .....	17
2.2 反射非球面的经典检验 .....	18
2.3 折射非球面的经典检验 .....	23
2.4 凸非球面反射镜的改进亨德尔检验 .....	30
2.5 本章小结 .....	45
第 3 章 非球面零位补偿检验 .....	47
3.1 非球面零位补偿检验的基本理论 .....	47
3.2 采用单反射镜的零位补偿检验 .....	49
3.2.1 采用单反射面零位补偿检验凹非球面 .....	50

3.2.2	采用单反射面零位补偿检验凸非球面 .....	57
3.3	采用单折射面的背向零位补偿检验 .....	61
3.3.1	采用单折射面背向零位补偿检验凸非球面 .....	62
3.3.2	采用单折射面背向零位补偿检验凹非球面 .....	67
3.4	采用单透镜的零位补偿检验 .....	71
3.4.1	采用单透镜零位补偿检验凹非球面 .....	72
3.4.2	采用单透镜零位补偿检验凸非球面 .....	81
3.4.3	采用单透镜零位补偿系统的初始规范化结构尺寸求解举例 .....	87
3.5	采用双透镜的零位补偿检验 .....	96
3.5.1	规范化条件和三级像差理论 .....	97
3.5.2	采用双透镜零位补偿检验非球面的初始规范化结构分析 .....	99
3.6	采用单透镜与单折射面的背向零位补偿检验 .....	105
3.6.1	规范化条件和三级像差理论 .....	106
3.6.2	初始规范化结构求解 .....	108
3.7	采用双透镜与单折射面组合的背向零位补偿检验 .....	118
3.7.1	规范化条件和三级像差理论 .....	119
3.7.2	采用双透镜与单折射面组合的背向零位补偿检验结构分析 .....	122
3.8	采用单透镜与单反射面组合的零位补偿检验 .....	130
3.8.1	规范化条件和三级像差理论 .....	131
3.8.2	采用单透镜与单反射面组合的零位补偿检验结构分析 .....	133
3.9	采用双透镜与单反射面组合的零位补偿检验 .....	138
3.9.1	规范化条件和三级像差理论 .....	139
3.9.2	采用双透镜与单反射面组合的零位补偿检验结构分析 .....	142
3.9.3	采用双透镜与单反射面组合的零位补偿检验设计实例 .....	147
3.10	干涉零位补偿检验 .....	151
3.10.1	干涉零位补偿检验的原理 .....	151
3.10.2	干涉零位补偿检验系统的设计方法 .....	152
3.10.3	干涉零位补偿检验系统的设计实例 .....	156
3.11	高次非球面的零位补偿检验 .....	161
3.12	带有场镜的非球面零位补偿检验 .....	163
3.13	本章小结 .....	165
<b>第4章</b>	<b>采用透镜与折反透镜组合校正的超大凸非球面检验 .....</b>	<b>166</b>
4.1	三级像差理论 .....	167
4.1.1	系统基本结构参数求解 .....	167
4.1.2	采用折反单透镜进行球差校正 .....	168

4.2	$e^2=2.25$ 的凸双曲面的检验	171
4.2.1	采用折反单透镜校正的检验	171
4.2.2	采用单透镜与折反单透镜组合校正的检验	177
4.3	$e^2=1$ 的凸抛物面的检验	182
4.3.1	采用折反单透镜校正的检验	182
4.3.2	采用单透镜与折反单透镜组合校正的检验	189
4.4	$e^2=0.64$ 的凸椭球面的检验	193
4.4.1	采用折反单透镜校正的检验	194
4.4.2	采用单透镜与折反单透镜组合校正的检验	201
4.5	本章小结	204
<b>第 5 章</b>	<b>采用单负透镜校正和采用双负透镜组合校正的超大凸非球面检验</b>	
		205
5.1	三级像差理论	206
5.1.1	系统基本结构参数求解	206
5.1.2	采用单负透镜进行球差校正	207
5.2	$e^2=2.25$ 的凸双曲面的检验	209
5.2.1	采用单负透镜校正的凸双曲面检验	209
5.2.2	采用双负透镜组合校正的检验	214
5.3	超大凸双曲面的检验	216
5.3.1	$\Phi_0=1000\text{mm}, r_0=2500\text{mm}, e^2=2.25$ 的凸双曲面检验	216
5.3.2	$\Phi_0=2000\text{mm}, r_0=5000\text{mm}, e^2=2.25$ 的凸双曲面检验	219
5.4	凸抛物面的检验	220
5.4.1	采用单负透镜校正的检验	221
5.4.2	采用双负透镜组合校正的检验	226
5.5	凸椭球面的检验	228
5.5.1	采用单负透镜校正的凸椭球面检验	229
5.5.2	采用双负透镜组合校正的自准检验	234
5.6	本章小结	235
<b>参考文献</b>		237



# 第 1 章 非球面检验辅助光学系统设计基础

目前,高精度非球面面形检测主要采用零位干涉检验法,包括利用二次曲面无像差共轭点的无像差点法<sup>[1~3]</sup>、采用补偿器的零位补偿检验法<sup>[4~6]</sup>以及计算机生成全息图(computer generated hologram,CGH)法<sup>[7~11]</sup>等。这些方法大都采用一个辅助装置,使由波面干涉仪<sup>[12,13]</sup>发出的球面波或平面波经过该装置与待检非球面组合调制后,仍以相应的球面波或平面波返回至波面干涉仪,从而实现高精度非球面的干涉检验<sup>[2]</sup>。本书的非球面检验辅助光学系统不涉及 CGH 法。

非球面检验辅助光学系统设计就是求解包含待检非球面的检验光学系统相关结构参数,即系统元件各面曲率半径  $r$ 、面与面间距  $d$ 、元件口径  $\Phi$ 、折射率  $n$  等。一般情况下,待检非球面口径  $\Phi_0$ 、面形参数  $e^2$  和顶点曲率半径  $r_0$  已知。为求解系统实际结构,首先利用三级像差理论确定系统初始结构参数<sup>[14~16]</sup>,再将初始结构缩放、加厚、优化,最终得到满足设计和使用要求的检验光学系统。

## 1.1 相关概念

按图 1.1 对非球面检验辅助光学系统设计时常用的基本概念简要介绍如下。

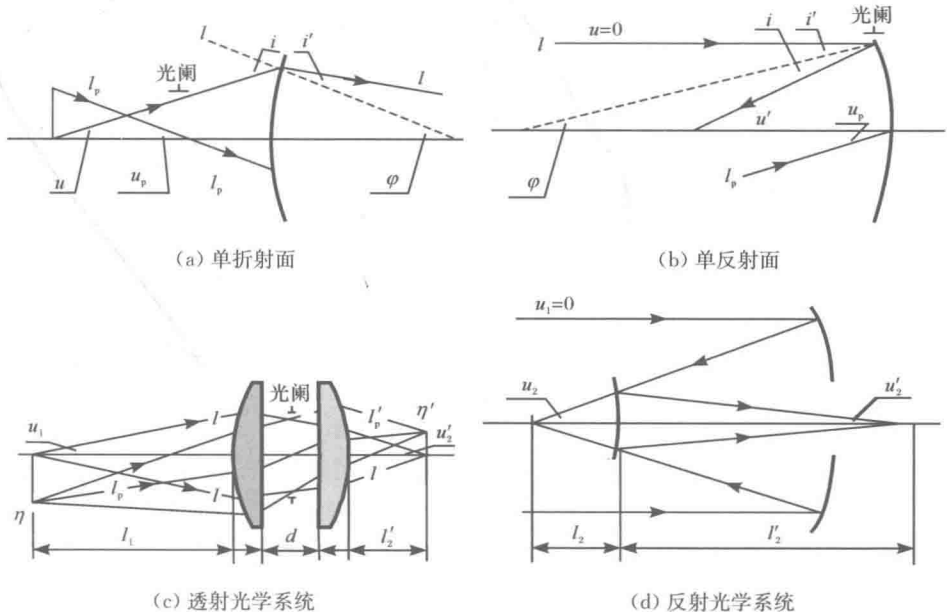


图 1.1 基本概念及符号定义示意图

(1) 光轴:系统各表面曲率中心的连线。

(2) 光阑(孔径光阑):限制相对孔径大小的通光口径。

(3) 光线:从物点发出的射线。

① 光线起始方向:从物体起始的光线由左向右行进。

② 轴上光线:从光轴上的物点发出的光线,称为轴上光线。一般其截距和倾斜角分别用  $L$  和  $U$  表示。如果轴上光线入射角很小,入射角的正弦值可用其弧度代替,此时轴上光线非常靠近光轴,称为近轴光线,其截距和倾斜角分别用  $l$  和  $u$  表示。

③ 轴外光线:从光轴外物点发出的光线,称为轴外光线。通过光阑中心的轴外光线称为主光线或辅助光轴,用  $l_p$ 、 $u_p$  表示;不经过光阑中心的轴外光线,用  $L_p$ 、 $U_p$  表示。

④ 法线:过球面或非球面上的任意点并与该点切面相垂直的线为该点对应的法线。

## 1.2 常用参量的定义和符号规则

在设计光学系统时,为了使各相关参量具有确切的含义,并便于推导出适用于所有情况的一般公式,对相关参量的符号给出了明确规定<sup>[17]</sup>。按图 1.1 对光学系统设计常用参量的定义及正、负规则说明如下。

### 1. 曲率半径

(1) 球面曲率半径  $r$ 、 $R$ :球心到球面各点的距离,也是球心到球面顶点的距离。

(2) 非球面顶点曲率半径  $r_0$ 、 $R_0$ :从非球面近轴曲率中心到非球面顶点的距离。

正、负规定:当球心或非球面曲率中心在对应球面或非球面的左侧时,曲率半径为负;当球心或非球面曲率中心在对应球面或非球面的右侧时,曲率半径为正。

### 2. 长度

(1) 间距:各面与光轴交点之间的距离,用  $d$  表示。

正、负规定:从左到右的间距为正,从右到左的间距为负。

(2) 截距:面顶点到光轴上物点的距离为前截距(物截距),用  $l$ 、 $L$  表示。从物点发出的光线经面折射或反射后,与光轴相交于像点,面顶点到像点的距离为后截距(像截距),用  $l'$ 、 $L'$  表示。

正、负规定:物点在面左侧,物截距为负,物点在面右侧,物截距为正;像点在

面左侧,像截距为负,像点在面右侧,像截距为正。

注意:物体位于有限远时,起始前截距一般为负,即  $l_1 < 0, L_1 < 0$ 。物体位于无限远时,起始前截距  $l_1 \rightarrow \infty, L_1 \rightarrow \infty$ 。

### 3. 角度

(1) 物方孔径角和像方孔径角:从光轴上物点发出的光线与光轴的夹角为物方孔径角,用  $u, U$  表示;从光轴上物点发出的经面折射或反射后的光线与光轴的夹角为像方孔径角,用  $u', U'$  表示。

正、负规定:以光轴为起始边,沿锐角方向转至光线,转向为顺时针时,对应的物方或像方孔径角为正;转向为逆时针时,对应的物方或像方孔径角为负。

注意:物体位于有限远时,起始孔径角一般为负,起始间距一般为正,即  $u_1 < 0, U_1 < 0, d_{01} > 0$ 。物体位于无限远时,起始孔径角为 0,起始间距为  $\infty$ ,即  $u_1 = 0, U_1 = 0, d_{01} \rightarrow \infty$ 。

(2) 入射角和出射角:从光轴上物点发出的光线与面相交,交点的法线与入射光线的夹角为入射角,用  $i, I$  表示;经面折射或反射后的光线与法线的夹角为出射角,用  $i', I'$  表示。

正、负规定:以光线为起始边,沿锐角方向转至法线,转向为顺时针时,对应的入射角或出射角为正,转向为逆时针时,对应的入射角或出射角为负。

(3) 法线角:法线与光轴的夹角,用  $\varphi$  表示。

正、负规定:以光轴为起始边,沿锐角方向转至法线,转向为顺时针时,法线角为正,转向为逆时针时,法线角为负。

### 4. 高度

(1) 轴上光线高度:从轴上物点发出的光线与面相交,交点到光轴的垂直距离称为轴上光线高度,用  $h$  表示。

正、负规定:交点在光轴上方时,轴上光线高度  $h$  为正,交点在光轴下方时,  $h$  为负。

(2) 轴外光线高度:从轴外物点发出的主光线与面相交,交点到光轴的垂直距离称为轴外光线高度,用  $y$  表示。

正、负规定:交点在光轴上方时,轴外光线高度  $y$  为正,交点在光轴下方时,  $y$  为负。

(3) 物高和像高:在物面上物点到光轴的距离为物高,用  $\eta$  表示,在像面上像点到光轴的距离为像高,用  $\eta'$  表示。物高  $\eta$  也可用弧矢物高  $\eta_x$  和子午物高  $\eta_y$  表示为

$$\eta = \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2}$$

像高  $\eta'$  也可用弧矢像高  $\eta'_x$  和子午像高  $\eta'_y$  表示为

$$\eta' = \sqrt{\eta_x'^2 + \eta_y'^2}$$

正、负规定:子午物高  $\eta_y$  或子午像高  $\eta_y'$  在光轴上方时为正,在光轴下方时为负;弧矢物高  $\eta_x$  或弧矢像高  $\eta_x'$  在光轴原点右边时为正,在光轴原点左边时为负。

### 1.3 旋转轴对称非球面的数学表达式

在设计光学系统时,可通过引入非球面来达到缩小外形尺寸、减轻仪器重量、提高光学性能、改善成像质量等目的。绝大多数情况下,光学系统会采用旋转轴对称曲面。一般的非球面光学系统仅需采用旋转轴对称二次曲面,而大口径、大相对孔径和大视场的非球面光学系统有时需要采用旋转轴对称高次曲面。旋转轴对称曲面以曲面上光线入射高度  $y$  绕  $x$  轴(光轴)旋转而成,旋转轴对称曲面可用其子午面截线来表示。

#### 1.3.1 旋转轴对称非球面的通用数学表达式

在实际应用中,常用三种不同形式的通用表达式来描述旋转轴对称非球面。

第一种表达式:

$$x = A_1 y^2 + A_2 y^4 + A_3 y^6 + A_4 y^8 + \dots + A_n y^{2n} \quad (1.1)$$

其中

$$A_1 = \frac{1}{2R_0}, \quad A_2 = -\frac{a_2}{8R_0^3}, \quad A_3 = \frac{a_2^2 - a_3 R_0}{16R_0^5}$$

$$A_4 = \frac{-5a_2^3 + 10a_2 a_3 R_0 - 4a_4 R_0^2}{128R_0^7}$$

第二种表达式:

$$y^2 = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + \dots + a_n x^n \quad (1.2)$$

其中

$$a_1 = \frac{1}{A_1}, \quad a_2 = \frac{A_2}{A_1^3}, \quad a_3 = \frac{2A_2^2 - A_1 A_3}{A_1^5}$$

$$a_4 = \frac{5A_2 A_3 A_1 - 5A_2^2 - A_1^2 A_4}{A_1^7}$$

第三种表达式,即 Zemax 程序用表达式<sup>[18]</sup>:

$$x = \frac{c y^2}{1 + \sqrt{1 - (1+K)c^2 y^2}} + B_1 y^4 + B_2 y^6 + B_3 y^8 + B_4 y^{10} + \dots \quad (1.3)$$

其中

$$B_1 = A_1 - \frac{(K+1)^2 c^3}{8}, \quad B_2 = A_2 - \frac{(K+1)^2 c^5}{16}$$

$$B_3 = A_3 - \frac{5(K+1)^2 c^7}{128}, \quad B_4 = A_4 - \frac{7(K+1)^2 c^9}{256}$$

在具体应用时,这三种表达式均有各自的优点,表达式(1.1)和表达式(1.3)适用于大口径、大半径的曲面;表达式(1.2)适用于小口径、小半径的曲面。表达式实际采用的项数与系统相对孔径、成像要求等因素有关。

### 1.3.2 旋转轴对称二次非球面的数学表达式

旋转轴对称二次非球面是旋转轴对称非球面的特例,其子午面截线为二次曲线。令式(1.2)中  $a_1 = 2r_0$ 、 $a_2 = -(1+K)$ 、 $a_3 = a_4 = \dots = a_n = 0$ ,或令式(1.3)中  $B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \dots = B_n = 0$  即可得到二次非球面的常用方程式。

以光线入射高度  $y$  绕  $x$  轴(光轴)旋转而成的旋转轴对称二次非球面可用其子午面截线来表示:

$$y^2 - 2r_0 x + (1 - e^2)x^2 = 0$$

即

$$x = \frac{r_0 - \sqrt{r_0^2 - (1 - e^2)y^2}}{1 - e^2} = \frac{cy^2}{1 + \sqrt{1 - (1 - e^2)c^2 y^2}} \quad (1.4)$$

式(1.4)可按级数展开为

$$x = \frac{y^2}{2r_0} + (1 - e^2) \frac{y^4}{8r_0^3} + (1 - e^2)^2 \frac{y^6}{16r_0^5} + (1 - e^2)^3 \frac{5y^8}{128r_0^7} + \dots \quad (1.5)$$

或按 Zemax 程序表示为

$$y^2 - 2r_0 x + (1 + K)x^2 = 0$$

即

$$x = \frac{r_0 - \sqrt{r_0^2 - (1 + K)y^2}}{1 + K} = \frac{cy^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + K)c^2 y^2}} \quad (1.6)$$

式(1.6)可按级数展开为

$$x = \frac{y^2}{2r_0} + (1 + K) \frac{y^4}{8r_0^3} + (1 + K)^2 \frac{y^6}{16r_0^5} + (1 + K)^3 \frac{5y^8}{128r_0^7} + \dots \quad (1.7)$$

其中,  $r_0$  为二次非球面顶点曲率半径;  $e^2 = -K$  为二次曲线的偏心率平方;  $c = 1/r_0$ 。如果取相同的  $r_0$ 、不同的  $e^2$  值,则对应的二次曲线如图 1.2 所示。从图 1.2 可知:

$e^2 > 1, \quad K < -1$	双曲面
$e^2 = 1, \quad K = -1$	抛物面
$0 < e^2 < 1, \quad -1 < K < 0$	椭球面
$e^2 = 0, \quad K = 0$	球面
$e^2 < 0, \quad K > 0$	扁球面

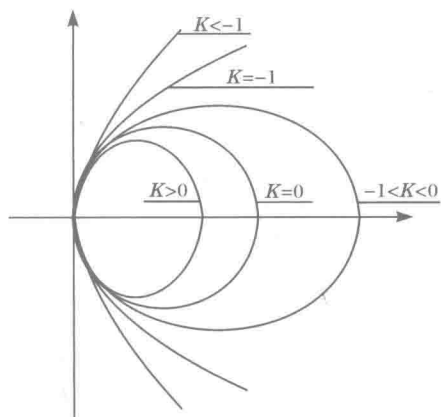


图 1.2 二次曲面的子午面截线

## 1.4 与旋转轴对称非球面法线相关的量

按图 1.3 说明与旋转轴对称非球面法线相关的量。

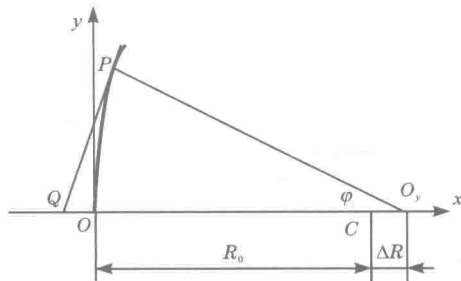


图 1.3 与旋转轴对称非球面法线相关的量

### 1.4.1 法线像差

如图 1.3 所示,非球面与球面不同,其不同环带  $y$  的法线与光轴相交在不同点,  $O_y$  表示  $P$  点法线与光轴的交点,  $C$  为非球面顶点曲率中心,光学上把  $\Delta R$  记为法线像差<sup>[19]</sup>,即  $\Delta R = OO_y - OC = CO_y$ 。

### 1.4.2 法线角

如图 1.3 所示,  $PO_y$  为非球面上任意点  $P$  的法线,  $PO_y$  与旋转轴(光轴)的夹角  $\varphi$  为法线角。

对于式(1.4)表示的旋转轴对称二次曲面,其法线角可表示为

$$\tan\varphi = \frac{\partial x}{\partial y} = \frac{y}{r_0 - (1-e^2)x} \quad (1.8)$$

对于式(1.2)表示的旋转轴对称曲面,其法线角可表示为

$$\tan\varphi = \frac{2y}{a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + na_nx^{n-1}} \quad (1.9)$$

按几何知识很容易得到法线像差与法线角的关系为

$$\Delta R = x + y \cot\varphi - R_0$$

对于式(1.1)表示的旋转轴对称曲面,其法线角可表示为

$$\tan\varphi = 2y[A_1 + 2A_2y^2 + 3A_3y^4 + \dots + nA_ny^{2(n-1)}] \quad (1.10)$$

同样可得

$$\Delta R = x + y \cot\varphi - \frac{1}{2A_1}$$

切线 PQ 与旋转轴(光轴)的夹角为

$$\angle PQC = 90^\circ - \varphi$$

## 1.5 二次非球面的非球面度

### 1.5.1 偏离量 $\delta$

#### 1. 比较球面

在加工二次非球面时,通常先将毛坯加工成与非球面偏离量较小的球面,然后将球面逐步加工成所需的非球面,预先加工成的球面称为比较球面,其曲率半径为  $r$  或  $R$ ,其方程式为

$$y^2 - 2rx + x^2 = 0 \text{ 或 } y^2 - 2Rx + x^2 = 0$$

#### 2. 偏离量 $\delta$ 的计算

设定比较球面方程为

$$y^2 - 2Rx' + x'^2 = 0$$

按级数展开为

$$x' = \frac{1}{2R}y^2 + \frac{1}{8R^3}y^4 + \frac{1}{16R^5}y^6 + \frac{5}{128R^7}y^8 + \dots \quad (1.11)$$

设定二次曲面方程为

$$y^2 - 2R_0x + (1-e^2)x^2 = 0$$

按级数展开为

$$x = \frac{1}{2R_0}y^2 + \frac{1-e^2}{8R_0^3}y^4 + \frac{(1-e^2)^2}{16R_0^5}y^6 + \frac{5(1-e^2)^3}{128R_0^7}y^8 + \dots \quad (1.12)$$

仅取式(1.11)和式(1.12)中的前两项并相减,可近似得出二次曲面相对比较球面的偏离量  $\delta$  为

$$\begin{aligned} \delta = x' - x &\approx \frac{1}{2R}y^2 + \frac{1}{8R^3}y^4 - \frac{1}{2R_0}y^2 - \frac{1-e^2}{8R_0^3}y^4 \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0}\right)y^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{1}{R^3} - \frac{1}{R_0^3}\right)y^4 + \frac{e^2}{8R_0^3}y^4 \end{aligned}$$

我们认为

$$\frac{1}{R^3} - \frac{1}{R_0^3} \approx 0$$

可得

$$\delta = x' - x \approx \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0}\right)y^2 + \frac{e^2}{8R_0^3}y^4 \quad (1.13)$$

对式(1.13)进行如下分析。

1) 第 1 种情况

用二次曲面顶点曲率半径  $R_0$  作为比较球面的曲率半径,如图 1.4(a)所示,边缘带  $h$  处的偏离量  $\delta$  为最大,由式(1.13)可得

$$\delta_{\max} \approx \frac{e^2}{8R_0^3}h^4 = \frac{DA^3}{1024}e^2$$

$$D = 2h, \quad A = \frac{D}{f'}, \quad R = 2f'$$

其中,  $h$  为半口径的高度;  $D$  为全口径直径;  $A$  为相对孔径;  $R$  为比较球面的曲率半径;  $f'$  为比较球面的焦距。

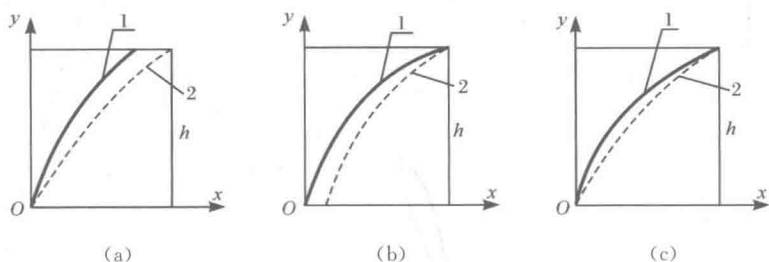


图 1.4 不同情况的偏离量

1-非球面; 2-比较球面

2) 第 2 种情况

用二次曲面边缘带  $h$  处的曲率半径  $R_h$  作为比较球面的曲率半径,如图 1.4(b)所示,二次曲面顶点处(光轴上)的偏离量  $\delta$  最大,由式(1.13)可得

$$\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_h} \approx 0, \quad \delta_{\max} \approx \frac{e^2}{8R_0^3}h^4 = \frac{DA^3}{1024}e^2$$



## 3) 第3种情况

比较球面和二次曲面在顶点及边缘相交,如图 1.4(c)所示,即在边缘  $y=h$  处,非球面和比较球面矢高相等,偏离量  $\delta_h$  为零,即

$$\delta_h = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} \right) h^2 - \frac{e^2}{8R_0^3} h^4 = 0$$

故有

$$\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} = \frac{e^2}{4R_0^3} h^2$$

代入式(1.13)可得

$$\delta = x' - x \approx \frac{e^2}{8R_0^3} h^2 y^2 - \frac{e^2}{8R_0^3} y^4$$

对上式中的  $y$  进行偏微分求极值可得,当  $y = \frac{1}{\sqrt{2}} h = 0.707h$  时,上式有极值  $\delta_{\max}$ ,其值为

$$\delta_{\max} \approx \frac{e^2 y^2}{8R_0^3} |h^2 - y^2| = \frac{e^2 h^4}{32R_0^3} = \frac{DA^3}{4096} e^2$$

由计算结果可知,当比较球半径  $R = R_{0.707h}$  时,非球面偏离量出现极值,并且第3种情况的非球面最大偏离量是第1和第2两种情况的1/4,偏离量最小。

1.5.2 非球面度(梯度) $\tau$ 

比较球面的法线角为

$$\tan \varphi' = \frac{\partial x}{\partial y} = \frac{y}{R-x}, \quad \varphi' = \arctan \frac{y}{R-x}$$

二次非球面的法线角为

$$\tan \varphi = \frac{\partial x}{\partial y} = \frac{y}{R_0 - (1-e^2)x}, \quad \varphi = \arctan \frac{y}{R_0 - (1-e^2)x}$$

上述两式相减得出非球面度(梯度)为

$$\tau = \varphi - \varphi' = \arctan \frac{y}{R_0 - (1-e^2)x} - \arctan \frac{y}{R-x} \quad (1.14)$$

## 1.6 二次曲面的光学性质

二次曲面有着优越的光学性质,大部分的二次曲面存在有一对无像差共轭点,即从一点发出的光线经二次曲面后严格会聚至另一点,即满足完善成像的物理条件,由费马原理<sup>[20~22]</sup>可知两个无像差共轭点之间所有光线的光程相等。无像差共轭点在非球面光学系统设计和非球面检验上均有重要的应用<sup>[3]</sup>。