工业和信息化普通高等教育
“十三五”规划教材立项项目

高等院校基础教育『十三五』规划教材

大学物理（上册）

（第2版）

谢卫军 魏健宁 主编

College Physics

中国工信出版集团
人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

工业和信息化普通高等教育
“十三五”规划教材立项项目

高等院校基础教育『十三五』规划教材

大学物理（上册）

（第2版）

谢卫军 魏健宁 主编

College Physics

人民邮电出版社
北京

图书在版编目（CIP）数据

大学物理. 上册 / 谢卫军, 魏健宁主编. -- 2版
. -- 北京 : 人民邮电出版社, 2017.1(2017.5重印)
ISBN 978-7-115-44635-0

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①谢… ②魏… Ⅲ. ①物理学－高等
学校－教材 Ⅳ. ①04

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第000193号

内 容 提 要

本套书是根据教育部的非物理专业物理课程基本要求，借鉴国内外优秀大学物理教材，结合多年教学改革与实践经验，由多名富有教学经验的一线教师编写而成的。

本套书分为上、下两册。本书为上册，分力学和电磁学两篇，共10章，内容包括质点运动学、牛顿定律、动量和动量守恒定律、功和能、角动量和角动量守恒定律、刚体的转动、真空中的静电场、静电场中的导体和电介质、恒定磁场、电磁感应和电磁场。

本书可作为普通高校非物理专业本科生学习大学物理的教材，也可作为物理学爱好者阅读的参考资料。

◆ 主　　编　谢卫军　魏健宁
　责任编辑　王　平
　责任印制　焦志炜

◆ 人民邮电出版社出版发行　　北京市丰台区成寿寺路11号
　邮编　100164　　电子邮件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www.ptpress.com.cn
　固安县铭成印刷有限公司印刷

◆ 开本：787×1092　1/16
　印张：15.75　　　　　2017年1月第2版
　字数：398千字　　　　2017年5月河北第2次印刷

定价：38.00元

读者服务热线：(010)81055256　印装质量热线：(010)81055316
反盗版热线：(010)81055315

大学物理（上册）（第2版）

编 委 会

主　　编　谢卫军　魏健宁

副 主 编　潮兴兵　孙光厚　徐高平　余里生

编　　者　罗江龙　余傲秋　吴杏华　周利玲　王庆凯

程　融　周玉修　侯翠岭　张伶伶

前言

PREFACE

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式和相互作用的自然科学。它的基本理论渗透在自然科学的各个领域，应用于生产技术的许多部门，是其他自然科学和工程技术的基础。

以物理学基础为内容的大学物理课程，是高等学校理、工、农、医学类各专业学生一门重要的通识性必修基础课。该课程所教授的基本概念、基本理论和基本方法是构成学生科学素养的重要组成部分，是一个科学工作者和工程技术人员所必备的知识。

本书是依据编者多年的教学实践，在第1版教材的基础上，根据教育部颁布的《非物理类理工科类大学物理课程教学基本要求》，借鉴国内外优秀大学物理教材编写而成的。在编写过程中，力求内容尽量全面地涵盖大学生应掌握和了解的大学物理学知识，保证基本要求中A类知识点的宽度和深度，B类知识点弱化处理，表述做到简明扼要；突出物理思想、物理图像，行文思路清晰，降低数学要求（避免复杂数学推导和运算）。根据目前高校课程改革和压缩课时的形势，编写中尽量将可写可不写的内容去掉，压缩整套书的篇幅，达到内容精简的目的。

全书分上、下册出版，上册包括第1篇力学，第2篇电磁学；下册包括第3篇热学，第4篇机械振动和机械波，第5篇光学，第6篇近代物理学。书中除每章之后的阅读材料供学生选读外，凡冠有*的章节可供教师根据课时数和专业的需要选用。

本书由谢卫军、魏建宁任主编，潮兴兵、孙光厚、徐高平和余里生任副主编。此外，参加本书编写的人员还有：罗江龙、余傲秋、吴杏华、周利玲、王庆凯、程融、周玉修、侯翠岭和张伶伶。

在本书编写的过程中，得到了作者单位领导们的大力支持。同时，编者们还参阅和引用了国内外许多同类教材的有关资料，受益匪浅，在此一并表示诚挚的谢意。

由于编者们识浅才庸，力不从心，加上编写时间较仓促，书中难免存在错漏和不当之处，衷心希望广大读者提出宝贵意见。

编　者

2016年11月

目录

CONTENTS

第1篇　力　学

第1篇

力 学

自然界的一切物质都处于永恒的运动之中。物质的运动形式是多重的，其中，最普遍而又最基本的一种运动形式是一个物体相对于另一个物体（或一个物体的某一部分相对于另一部分）的空间位置的改变，这种运动形式称为机械运动（mechanical motion）。力学就是研究物体机械运动和相互作用的学科。由于机械运动的普遍性和基本性，物理学对物质、能量和相互作用的研究就是从力学开始的，所以，力学是整个物理学的基础。

力学是最古老的学科之一，它的发展过程是人类对于机械运动的认识过程。力学知识最早源于人们对自然现象的观察和生产劳动中的经验。在西方，古希腊最伟大的科学家之一亚里士多德（公元前 384 年—前 322 年），17 岁时就跟大哲学家柏拉图学习，当过教师，对物理和数学等多学科进行过深入研究。可以说，他是古希腊各种知识集大成者。继亚里士多德之后，在物理学方面取得突出成就的要数阿基米德。阿基米德（Archimedes，约公元前 287 年—前 212 年）对杠杆平衡、物体重心位置、物体在水中受到的浮力等做了系统研究，确定它们的基本规律，初步奠定了静力学即平衡理论的基础。而早在我国春秋战国时期，以《墨经》为代表作的墨家，总结了大量力学知识，如时间与空间的联系、运动的相对性、力的概念、杠杆平衡、斜面的应用以及滚动和惯性等现象的描述，涉及力学的许多方面。

16 世纪以后，由于航海、战争和工业生产的需要，在欧洲，力学的研究得到了快速的发展。近代物理学的奠基人伽利略，在黑暗宗教的压迫下，坚持在实验研究和理论分析的基础上对力学开展了广泛研究，得到了落体定律，阐明了自由落体运动的规律，提出加速度的概念。牛顿继承和发展前人的研究成果（特别是开普勒的行星运动三定律），提出物体运动三定律，从而奠定了经典力学的基础。牛顿定律的建立也标志着力学开始成为一门独立学科。

到 18 世纪，经典力学已经相当成熟，成了自然科学中的主导和领先学科。 但 20 世纪初，人们发现经典力学在解决宏观高速运动和微观低速运动领域有一定局限性，之后，分别建立了相对论和量子力学。

虽然经典力学有一定局限性，但在日常生活中，它是许多工程技术的理论基础，并在广泛的应用过程中得到不断发展。经典力学是物理学和自然科学的基础，学好力学对其他学科的学习是至关重要的。

本篇将重点介绍质点运动学、牛顿定律、动量和动量守恒定律、刚体的转动等知识。

第1章 质点运动学

质点运动学研究作为理想化模型的质点做机械运动时运动状态随时间的变化关系。本章主要内容包括参考系和坐标系、质点、位置矢量、位移、速度、加速度等描述质点运动的物理量，要求理解并掌握它们之间的相互关系，用高等数学工具求解机械运动中质点的位置、速度和加速度之间的关系，掌握自然坐标下曲线运动中物理量的表述形式，了解圆周运动的角量表征，掌握圆周运动的线量与角量之间的关系，并了解相对运动。

1.1 质点运动的描述

1.1.1 参考系和坐标系

1. 参考系

自然界中所有的物体都在不停地运动，绝对静止不动的物体是不存在的。在观察一个物体的位置及位置变化时，总要选定其他物体作为参考物体，然后把这个研究对象与这个参考物体进行比较，从而确定这个研究对象的运动形式。选择不同物体作为参考物体，对研究对象的运动描述也就不同。被选作参考的物体称为参考物，通常也称为参照系（reference system）。

2. 坐标系

定量地研究物体的运动，必须选择一个与参照系相对静止的坐标系，如图 1-1 所示。**坐标系是参考系的数学表示**。有了坐标系就可以定量研究物体的运动规律。常见的坐标系有直角坐标系（笛卡尔坐标系）、自然坐标系、极坐标系、球坐标系、柱坐标系等。在研究物体的运动规律时，要根据具体问题处理方便与否选择相应的坐标系（coordinate system）。

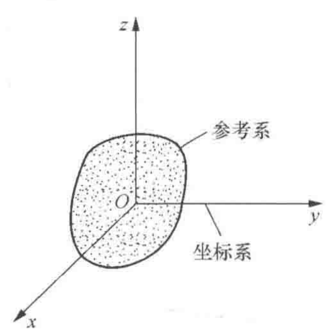


图 1-1 参考系与坐标系

1.1.2 质点

任何物体都有一定的大小、形状，要描述物体的运动需要考虑到物体各个部位的运动形式，十分复杂。但在物理学中，为了研究问题方便，如果物体的大小和形状在研究的问题中不起作用或作用不明显，常常忽略物体的大小和形状，而把它看作一个具有质量、占据空间位置的几何点，把这样的物体称为质点（mass point）。

说明：（1）质点是一种理想模型，而不真实存在（物理中有很多理想模型）。

（2）质点突出了物体两个基本性质$\begin{cases}\text{具有质量}\\\text{占有位置}\end{cases}$

（3）物体能否视为质点是有条件的、相对的。例如，同样是在研究地球公转时，可把其看作质点；而在研究自转时，不能把其看作质点。

1.1.3 表征质点运动的物理量

1. 位置矢量

（1）位置矢量

定义：由坐标原点到某时刻质点所在位置的矢量称为质点在该时刻的位置（x,y,z）矢量（position vector，简称位矢或径矢）。用$\vec{r}$来表示，大小为$|\vec{r}|$，方向为 OP。如图 1-2 所示，在直角坐标系中，某时刻质点所在位置坐标为（x,y,z）,位矢$\vec{r}$可以表示为

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \text{。} \tag{1-1}$$

其中$\vec{i},\vec{j},\vec{k}$分别表示x, y, z方向的单位矢量。

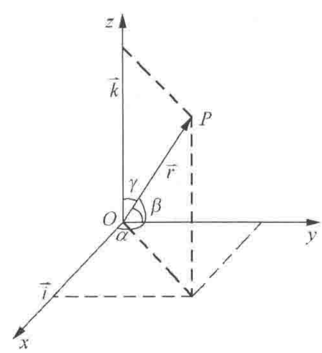


图 1-2 位置矢量

位置矢量（位矢）大小

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \text{，} \tag{1-2}$$

方向由方向余弦表示：

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}，\quad \cos\beta = \frac{y}{r}，\quad \cos\gamma = \frac{z}{r} \text{。} \tag{1-3}$$

（2）运动方程

当质点运动时，其位置矢量随时间变化。位置矢量与时间的函数关系，称为运动方程（kinematical equation）。当位矢$\vec{r}$随时间变化时，由式（1-1）可以得到运动方程为

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \text{，} \tag{1-4}$$

或写成标量式

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t)\text{。} \end{cases} \tag{1-5}$$

上面两种形式是等价的，在计算时要根据具体问题采用不同的形式，同时还要注意两种形式之间的变换。

（3）轨迹方程

从式（1-5）中消掉t，得出质点运动时其空间位置坐标x、y、z之间的关系式，即质点运动的轨迹方程。

（4）位移

如图 1-3 所示，设 t 和 $t+\Delta t$ 时刻质点 P_1、P_2 的位置矢量分别为 $\vec{r}_1$、$\vec{r}_2$，则 Δt 时间间隔内位置矢量变化为

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1。\tag{1-6}$$

称 $\Delta\vec{r}$ 为 t 到 $t+\Delta t$ 时间间隔内质点的位移（displacement）。

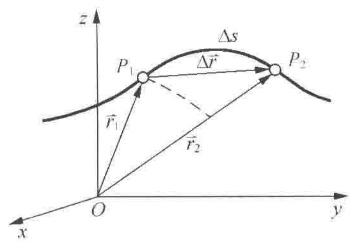


图 1-3　位移

在直角坐标系下，P_1 和 P_2 的坐标分别 (x_1,y_1,z_1) 和 (x_2,y_2,z_2)，则位移可以表示为

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}+(z_2-z_1)\vec{k}，\tag{1-7}$$

大小为

$$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}。$$

说明：（1）比较 $\Delta\vec{r}$ 与 $\vec{r}$：二者均为矢量；前者是过程量，后者为瞬时量。

（2）比较 $\Delta\vec{r}$ 与路程 Δs（$\overset{\frown}{P_1P_2}$）：二者均为过程量；前者是矢量，后者是标量。一般情况下，$|\Delta\vec{r}|\neq\Delta s$；当 $\Delta t\to 0$ 或质点做单向直线运动时，$|\Delta\vec{r}|=\Delta s$。

2．速度

为了能更准确地反映运动状态，引进速度描述质点运动快慢及方向。在研究速度时，通常考虑下面两种情况。

（1）平均速度

如图 1-4 所示，将质点在 $t\to t+\Delta t$ 时间间隔内的位移 $\Delta\vec{r}$ 与时间间隔 Δt 的比值称为在这段时间间隔内质点的平均速度（average speed），表示为

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}。$$

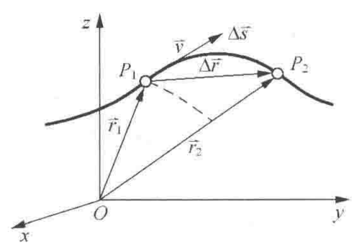


图 1-4　速度

说明：平均速度只是对质点在时间 Δt 内位移随时间变化情况的粗略描述，不能反映质点在某一时刻运动快慢程度与方向的细微变化。

（2）瞬时速度（简称速度）

为了反映质点在某一时刻运动的快慢程度，引入瞬时速度。当 $\Delta t\to 0$ 时，平均速度的极限值称为瞬时速度（instantaneous velocity），表示为

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\bar{\vec{v}}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}。\tag{1-8}$$

在直角坐标系中，

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}。\tag{1-9}$$

$\vec{v}$ 的大小

$$|\vec{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2}=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}，$$

方向也由其方向余弦表示。

在国际单位制中，速度的单位为米・秒$^{-1}$（$\mathrm{m\cdot s^{-1}}$）。

3．加速度

质点沿某一轨迹运动时，其速度会随时间发生变化。为了描述质点速度变化的快慢，引进加

速度的概念。

（1）平均加速度

质点在 $t \to t+\Delta t$ 时间间隔内的速度增量 $\Delta\vec{v}$ 与时间 Δt 的比值称为 $t \to t+\Delta t$ 时间间隔内质点的平均加速度（average acceleration），即

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}\text{。} \tag{1-10}$$

（2）瞬时加速度

为了反映质点在运动某一时刻速度变化的快慢程度，引入瞬时加速度。$\Delta t \to 0$ 时平均加速度的极限值称为瞬时加速度（instantaneous acceleration），表示为

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\bar{\vec{a}} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\text{。} \tag{1-11}$$

在直角坐标系中，

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\text{。}$$

$\vec{a}$ 的大小：$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dv_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_y}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_z}{dt}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2}$，方向也由其方向余弦表示。

说明：瞬时加速度精确地描述了质点在某一时刻速度随时间的变化情况，$\vec{a}$ 的方向是 $\Delta t \to 0$ 时 $\Delta\vec{v}$ 的极限方向，而加速度的数值是 $\left|\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right|$ 的极限值。在国际单位制中，加速度的单位是米·秒$^{-2}$（m·s^{-2}）。

1.1.4 运动学的两类问题

在运动学中经常遇到两类问题，一类是已知运动学方程求解速度和加速度，另一类是已知速度或加速度及初始条件求解运动方程。

运动学中这两类问题的解决，分别采用了高等数学中的微分和积分。

1．第一类问题——已知运动学方程求解速度和加速度

当位矢 $\vec{r}$ 随时间变化时，由式（1-8）得 $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$，（1-12）

由式（1-11）得 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}$，（1-13）

即把 $\vec{r}(t)$ 和 $\vec{v}(t)$ 对时间求一阶导或二阶导。

2．第二类问题——已知速度或加速度及初始条件求解运动方程

由式（1-12）和式（1-13）得

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t)dt\text{，} \tag{1-14}$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)dt\text{，} \tag{1-15}$$

即利用初始条件对 $\vec{v}$ 和 $\vec{a}$ 对时间进行积分。

例 1-1 一质点在 xOy 平面内运动，运动方程为 $\begin{cases} x = t, \\ y = 2t^2 + 4, \end{cases}$ 求：

（1）质点的轨迹方程；

（2）t=5s 时质点的位置、速度和加速度。

解 （1）根据质点运动学方程，消去参数 t 可得轨迹方程为 y=2x^2+4。

（2）运动学方程有两种形式，题目给出第二种形式：$\begin{cases} x = t, \\ y = 2t^2 + 4, \end{cases}$ 可以得到第一种运动学方程 $\vec{r} = t\vec{i} + (2t^2 + 4)\vec{j}$。 ①

根据式（1-8）有 $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i} + 4t\vec{j}$， ②

运用式（1-11）并求导数，有 $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = 4\vec{j}$。 ③

把 t=5 带入①，②，③，有：$\vec{r} = 5\vec{i} + 54\vec{j}$，$\vec{v} = \vec{i} + 20\vec{j}$，$\vec{a} = 4\vec{j}$。

解决这种问题通常的方法是先求导后代入具体时间。

例 1-2 一质点具有恒定的加速度 $\vec{a} = 6\vec{i} + 4\vec{j}$，在 $t = 0$ 时，其速度为零，位置矢量 $\vec{r}_0 = 10\vec{i} + 5\vec{j}$。求质点在 $t = 2$ s 时刻的速度和位置矢量。

解 应用式（1-15）并进行积分，得 $\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a} dt = \int_0^t (6\vec{i} + 4\vec{j}) dt = 6t\vec{i} + 4t\vec{j}$。 ①

同理，应用式（1-14）进行积分，得

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v} dt = 10\vec{i} + 5\vec{j} + \int_0^t (6t\vec{i} + 4t\vec{j})\ dt = (3t^2 + 10)\ \vec{i} + (2t^2 + 5)\ \vec{j}。 \quad ②$$

把 $t = 2$ 代入①，②式，有 $\vec{v} = 12\vec{i} + 8\vec{j}$，$\vec{r} = 22\vec{i} + 13\vec{j}$。

1.2 曲线运动

1.2.1 自然坐标系

自然坐标系建立的前提是：①质点做平面运动；②运动轨迹已知。如图 1-5 所示，在质点运动轨迹上取 O 点作为自然坐标系原点，t 时刻 P 点与 O 点的距离为弧 $\overset{\frown}{OP}$ 长度，用 S 表示，即质点的空间位置由 S 确定：

$$S = S(t)。 \quad (1\text{-}16)$$

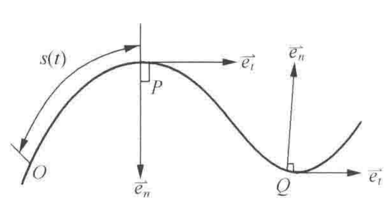


图 1-5 自然坐标系

在 P 点建立两条相互垂直的坐标轴，一条沿轨道的切线，单位矢量用 $\vec{e}_t$ 表示。另一条沿轨道法向（指向轨道凹侧）单位矢量用 $\vec{e}_n$ 表示，这样自然坐标系（natural coordinates）就建立起来了。若要研究 P 的运动特征，可以用 $S = S(t)$ 随时间的变化情况来研究其速度和加速度。自然坐标系在确定曲线运动中质点的位置、路程、速度和加速度方面与直角坐标系相比显得更加灵活。

例如在描述路程时，当质点经过 Δt 从 P 点到 Q 时，Δt 时间内质点的运动路程为

$$\Delta S = S(t + \Delta t) - S(t),$$

质点处于 P 点的速率

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\text{。} \tag{1-17}$$

考虑到 $|\mathrm{d}\vec{r}|=\mathrm{d}s$， $v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{|\mathrm{d}\vec{r}|}{\mathrm{d}t}=\left|\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right|=|\vec{v}|$，则在自然坐标系中，质点的速度可表示为

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}\vec{e}_t=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t\text{。} \tag{1-18}$$

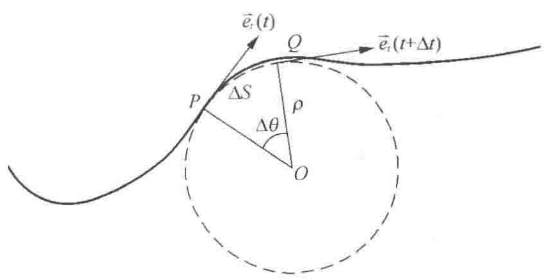
由加速度的定义，有

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v\vec{e}_t)=\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t+v\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}\text{。} \tag{1-19}$$

其中，$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t$ 表明质点速率的变化率，表示速度大小的变化，而方向沿切向，称之为切向加速度 $\vec{a}_t$，即

$$\vec{a}_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t=\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2}\vec{e}_t\text{。} \tag{1-20}$$

下面借助几何方法来分析 $\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}$。如图 1-6（a）所示，当时间间隔 Δt 足够小时，路程 s 可以看作半径为 ρ 的一段圆弧，设 t 时刻质点在 P 点，切向单位矢量为 $\vec{e}_t(t)$，$t+\Delta t$ 时刻质点运动到 Q 点，切向单位矢量为 $\vec{e}_t(t+\Delta t)$，$\Delta\vec{e}_t=\vec{e}_t(t+\Delta t)-\vec{e}_t(t)$。当 $\Delta t\to 0$，Q 趋近 P 时，由图 1-6（b）可见 $|\Delta\vec{e}_t|=|\vec{e}_t|\Delta\theta$，因为 $|\vec{e}_t|=1$，所以 $|\Delta\vec{e}_t|=\Delta\theta$；又因为 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\theta$ 越来越小，$\Delta\vec{e}_t(t)$ 的方向趋近于垂直 $\vec{e}_t(t)$ 的方向，即 $\vec{e}_n$ 方向，



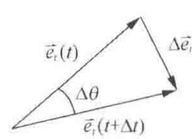


图 1-6 自然坐标系中的 $\vec{a}_t$ 和 $\vec{a}_n$

即

$$\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{e}_t}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\vec{e}_n \tag{1-21}$$

由图 1-6（a）有 $\Delta\theta=\frac{\Delta s}{\rho}$，代入式（1-21），有

$$\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\rho\Delta t}\vec{e}_n=\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_n=\frac{\upsilon}{\rho}\vec{e}_n\text{，}$$

则式（1-19）右边第二项的方向沿 $\vec{e}_n$ 与第一项切向加速度垂直，称为**法向加速度**，记为 $\vec{a}_n$，则

$$\vec{a}_n=v\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}=\frac{\upsilon^2}{\rho}\vec{e}_n\text{，} \tag{1-22}$$

则有加速度
$$\vec{a}=\vec{a}_t+\vec{a}_n=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t+\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n, \tag{1-23}$$

加速度的大小
$$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2}, \tag{1-24}$$

加速度方向与切线方向的夹角 $\alpha=\arctan\dfrac{a_n}{a_t}$。

可见，$\vec{a}_t$ 反映速度大小的变化，$\vec{a}_n$ 反映速度方向的变化。

1.2.2　圆周运动

如图 1-7 所示，质点沿固定圆轨道的运动叫作**圆周运动**（**circular motion**）。它是曲线运动的一个重要特例，对定轴转动规律的研究也有重要意义。

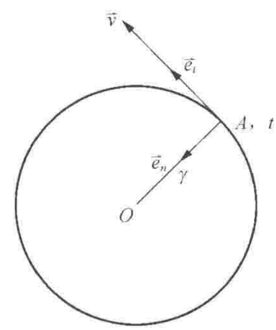


图 1-7　圆周运动

1. 自然坐标系中对圆周运动的描述

自然坐标系中圆周运动速度和加速度可分别表示为
$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t, \tag{1-25}$$
$$\vec{a}=\vec{a}_t+\vec{a}_n=a_t\vec{e}_t+a_n\vec{e}_n=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t+\frac{v^2}{r}\vec{e}_n。 \tag{1-26}$$

2. 圆周运动的角量描述

（1）角坐标

如图 1-8 所示，t 时刻质点在 A 处，$t+\Delta t$ 时刻质点在 B 处，θ 是 OA 与 x 轴正向夹角，$\theta+\Delta\theta$ 是 OB 与 x 轴正向夹角，称 θ 为 **t 时刻质点的角坐标，$\Delta\theta$ 为 $t\to t+\Delta t$ 时间间隔内角坐标的增量，称为在该时间间隔内的角位移（angular displacement）**。

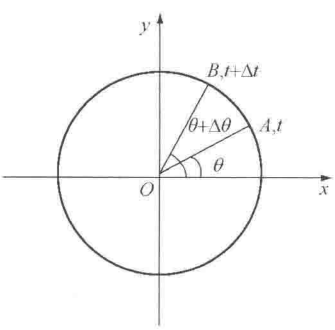


图 1-8　角速度

（2）角速度

为了描述质点做圆周运动的快慢，引进角速度（angular velocity）。某一时刻的角速度可以表示为角坐标随时间的变化率，即
$$\vec{\omega}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\theta}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\vec{\theta}}{\mathrm{d}t}。 \tag{1-27}$$

角速度等于角坐标对时间的一阶导数，角速度是矢量，$\vec{\omega}$ 的方向与角位移 $\mathrm{d}\vec{\theta}$ 方向一致。角速度的方向用右手定则来确定：让右手的四指顺着转动的方向，大拇指的指向即为 $\vec{\omega}$ 的方向。

（3）角加速度

为了描述角速度变化的快慢，引进角加速度（angular acceleration），用 β 表示。某一时刻的角加速度可以表示为角速度随时间的变化率，即
$$\vec{\beta}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{\theta}}{\mathrm{d}t^2}。 \tag{1-28}$$

角加速度等于角速度对时间的一阶导数或等于角坐标对时间的二阶导数。角加速度是矢量，方向沿 $\mathrm{d}\vec{\omega}$ 方向。当 $\vec{\omega}$ 增大时，$\vec{\beta}$ 和 $\vec{\omega}$ 方向相同；当 $\vec{\omega}$ 减小时，$\vec{\beta}$ 和 $\vec{\omega}$ 方向相反。