



“十三五”国家重点出版物出版规划项目

软物质前沿科学丛书

软材料表面失稳力学

Surface Wrinkling Mechanics of Soft Materials

冯西桥 曹艳平 李 博/著

 科学出版社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

“十三五”国家重点出版物出版规划项目

软物质前沿科学丛书

软材料表面失稳力学

Surface Wrinkling Mechanics of Soft Materials

冯西桥 曹艳平 李 博 著



科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是一本关于软材料与生物软组织力学的专著,介绍了软材料失稳力学的基本理论、数值、实验方法及其应用,主要内容是作者在该领域取得的研究成果。全书共 17 章,介绍了软材料稳定性理论的国内外研究现状、基本理论与数值计算方法、在不同几何和载荷下薄膜-基底系统的失稳分析与形貌演化、基于失稳技术的表面形貌制备方法、生物软组织由于非均匀生长所引起的表面失稳与形貌演化等。

本书可供从事固体力学、生物力学、软物质科学等领域的科研人员和高等院校相关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

软材料表面失稳力学/冯西桥,曹艳平,李博著. —北京:科学出版社, 2017.12

(软物质前沿科学丛书)

“十三五”国家重点出版物出版规划项目

ISBN 978-7-03-054093-5

I. ①软… II. ①冯… ②曹… ③李… III. ①材料-表面-力学分析
IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017) 第 187358 号

责任编辑:刘信力/责任校对:彭 涛
责任印制:肖 兴/封面设计:无极书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

三河市春园印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 12 月第 一 版 开本:720 × 1000 1/16

2017 年 12 月第一次印刷 印张:34

字数:658 000

定价:298.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

软物质前沿科学丛书编委会

顾问委员:

Stephen Z. D. Cheng (程正迪) Masao Doi

江 雷 欧阳颀 张平文

主 编: 欧阳钟灿

执行主编: 刘向阳

副 主 编: 王 炜 李 明

编 委(姓氏拼音排列):

敖 平	曹 毅	陈 东	陈 科	陈 唯	陈尔强
方海平	冯西桥	厚美瑛	胡 钧	黎 明	李安邦
李宝会	刘 锋	柳 飞	马红孺	马余强	舒咬根
帅建伟	苏晓东	童彭尔	涂展春	王 晟	王 威
王延颢	韦广红	温维佳	吴晨旭	邢向军	严 洁
严大东	颜 悦	叶方富	张何朋	张守著	张天辉
赵亚溥	郑志刚	周 昕			

丛 书 序

社会文明的进步、历史的断代，通常以人类掌握的技术工具材料来刻画，如远古的石器时代、商周的青铜器时代、在冶炼青铜的基础上逐渐掌握了冶炼铁的技术之后的铁器时代，这些时代的名称反映人类最初学会使用的主要是硬物质。同样的，20 世纪的物理学家已开始也是致力于研究硬物质，像金属、半导体以及陶瓷，掌握这些材料使大规模集成电路技术成为可能，并开创了信息时代。进入 21 世纪，人们自然要问，什么材料代表当今时代的特征？什么是物理学最有发展前途的新研究领域？

1991 年诺贝尔物理奖得主德热纳最先给出回答：这个领域就是其得奖演讲的题目——“软物质”。以《欧洲物理杂志》B 分册的划分，它也被称为软凝聚态物质，所辖学科依次为液晶、聚合物、双亲分子、生物膜、胶体、黏胶及颗粒等。

2004 年以 1977 年诺贝尔物理学奖得主，固体物理学家 P.W. 安德森为首的 80 余位著名物理学家曾以“关联物质新领域”为题召开研讨会，将凝聚态物理分为硬物质物理与软物质物理，认为软物质（包括生物体系）面临新的问题和挑战，需要发展新的物理学。

2005 年，*Science* 期刊提出了 125 个世界性科学前沿问题，其中 13 个直接与软物质交叉学科有关。“自组织的发展程度”更是被列入前 25 个最重要的世界性课题中的第 18 位，“玻璃化转变和玻璃的本质”也被认为最具有挑战性的基础物理问题以及当今凝聚态物理的一个重大研究前沿。

进入新世纪，软物质在国外受到高度重视，如 2015 年，爱丁堡大学软物质学者 Michael Cates 教授被选为剑桥大学卢卡斯讲座教授。大家知道，这个讲座是时代研究热门领域方向标，牛顿、霍金都任过这个最著名的讲座教授。发达国家多数大学的物理系和研究机构已纷纷建立软物质物理的研究方向。

虽然在软物质早期历史上，享誉世界的大科学家如爱因斯坦、朗缪尔、弗洛里等都做出过开创性贡献，荣获诺贝尔物理奖或化学奖。但软物质物理学发展更为迅猛还是自德热纳 1991 年正式命名“软物质”以来，软物质物理不仅大大拓展了物理学的研究对象，还对物理学基础研究、尤其是与非平衡现象（如生命现象）密切相关的物理学提出了重大挑战。软物质泛指处于固体和理想流体之间的复杂的凝聚态物质，主要共同点是其基本单元之间的相互作用比较弱（约为室温热能量级），因而易受温度影响、熵效应显著，且易形成有序结构。因此具有显著热波动、多个亚稳状态、介观尺度自组装结构，熵驱动的顺序无序相变，宏观的灵活性等特征。简单地说，这些体系都体现了“小刺激，大反应”和强非线性特性。这些特性并

非仅仅由纳观组织或原子或分子的水平结构决定,更多是由介观多级自组构结构决定。处于这种状态的常见物质体系包括胶体、液晶、高分子及超分子、泡沫、乳液、凝胶、颗粒物质、玻璃、生物体系等。软物质不仅广泛存在于自然界,而且由于其丰富、奇特的物理学性质,在人类的生产和生活活动中也得到广泛应用,常见的有液晶、柔性电子、塑料、橡胶、颜料、墨水、牙膏、清洁剂、护肤品、食品添加剂等。由于其巨大的实用性以及迷人的物理性质,软物质自 19 世纪中后期进入科学家视野以来,就不断吸引着来自物理、化学、力学、生物学、材料科学、医学、数学等不同学科领域的大批研究者。近二十年来更是快速发展成为一个高度交叉的庞大的研究方向,在基础科学和实际应用方面都有重大意义。

为推动我国软物质研究,为国民经济作出应有贡献,在国家自然科学基金委员会中国科学院学科发展战略研究合作项目“软凝聚态物理学的若干前沿问题”(2013.7-2015.6)资助下,本丛书主编组织了我国高校与科研院所上百位分布在数学、物理、化学、生命科学、力学的长期从事软物质研究的科技工作者,参与本项目的研究工作。在充分调研的基础上,通过多次召开软物质科研论坛与研讨会,完成了一份 80 万字研究报告,全面系统地展现了软凝聚态物理学的发展历史、国内外研究现状,凝练出该交叉学科的重要研究方向,为我国科技管理部门部署软物质物理研究提供一份既翔实又前瞻的路线图。

作为战略报告的推广成果,参加本项目的部分专家在《物理学报》出版了软凝聚态物理学术专辑,共计 30 篇综述。同时,本项目还受到科学出版社关注,双方达成了“软物质前沿科学丛书”的出版计划。这将是国内第一套系统总结该领域理论、实验和方法的专业丛书,对从事相关领域的研究人员将起到重要参考作用。因此,项目与科学出版社商讨了合作事项,成立了丛书编委会,并对丛书做了初步部署。编委会邀请了 30 多位不同背景的软物质领域的国内外专家共同完成这一系列专著。这部丛书将为读者提供软物质研究从基础到前沿的各个领域的最新进展,涵盖软物质研究的主要方面,包括理论建模、先进的探测和加工技术等。

由于我们对于软物质这一发展中的交叉科学的了解不很全面,不可能做到计划的“一劳永逸”,缺乏组织出版一个进行时学科的丛书的实践经验,为此,我们要特别感谢科学出版社钱俊先生,他全程跟踪从我们咨询项目启动到完成全过程,并参加本丛书的编辑指导与帮助,从而有望使本丛书的缺点与不当处尽量减少。同时,我们欢迎更多相关同行撰写著作加入本丛书,为推动软物质科学在国内的发展做出贡献。

主 编 欧阳钟灿

执行主编 刘向阳

2017 年 8 月

前 言

按照 P. G. de Gennes 的定义, 如果一种物质对某种外界因素 (如力、电场、磁场、光照、温度、化学、组分等) 的变化非常敏感, 则可视为软物质。软物质涵盖的范围很宽, 广泛存在于自然界、工业与生活之中, 如高分子、液晶、胶体、液膜、泡沫、颗粒物质、水凝胶、气凝胶、生物软组织、细胞等。软物质这种敏于外界刺激的本征属性, 使其在不同的空间和时间尺度上展现出异彩纷呈的现象, 例如对外界响应的高度非线性、宏观形貌与微观结构的巨大变化和自组织特性等。软物质科学是近三十年来凝聚态物理、化学、材料学、力学等众多学科共同关注的一个前沿研究方向, 并在先进功能材料与结构、柔性电子器件与系统、软体机器人、生物医学工程等领域呈现出广阔的应用前景。

在力学范畴内, 如果一种材料对外加的力、电、磁、光等刺激非常敏感, 可以产生很大的变形, 则通常称为软材料或软介质。它既可以是固体, 也可以是液体。本书的研究对象即以这种狭义定义下的固体软材料为主, 对流体薄膜等也偶有涉及。软与硬, 仅是相对而言, 因而一种材料是否视为软材料, 并不是绝对的, 而是取决于其结构类型、激励方式、特征尺寸、研究者所关注的问题等。在工业界, 往往将硬材料与软材料加以综合使用, 通过刚柔相济的设计充分发挥其各自的功能, 以硬材料来承载、储能、作动、支撑、防护等, 而以软材料实现表面物理和化学的各种功能, 如表面修饰、抗氧化、自清洁、密封、降噪等。这种“软硬兼施”的策略, 更被生命体在器官、组织、细胞、亚细胞、生物大分子等各个尺度上利用得淋漓尽致。在动物体内, 大部分组织都属于软材料, 如皮肤、血管、肺、心脏、肝、大脑、神经等, 它们对生命体的正常生理功能和生命过程起着至关重要的作用。与牙齿、骨骼等较为坚硬的器官和组织相比, 这些生物软组织的弹性模量一般要低几个数量级。在生命过程中, 软组织在承载呼吸、消化、物质运输、信号转导等很多功能方面, 比硬材料更有优势。生物体正是利用这些软材料的低模量、大变形特点, 通过尽可能低的能量耗散, 在最大限度上满足其生理需求。此外, 人类的绝大多数疾病也是发生在软组织之中, 引起软组织在不同尺度上力学性质、几何形态与结构、生理功能等的改变。

变形稳定性是固体力学的一个基本问题, 也与工程结构的安全性和可靠性密切相关。传统的结构稳定性理论对杆件、桁架、板壳、薄膜等结构在静态和动态载荷作用下的变形稳定性进行了大量深入系统的研究, 发展了相应的理论分析与数值计算方法。这些类型的结构之所以容易发生失稳, 主要是因为在整体或局部

的某一个或几个方向上刚度较低,即较软。对于软材料及其结构,由于弹性模量很低、对外界刺激响应敏感,因而比传统硬固体物质更容易失稳。在失稳过程中,材料或结构将偏离其原有的几何形貌,衍生出新的规则或不规则的形貌,即发生形貌失稳。传统的结构稳定性理论的基本概念、原理和方法,大都可以适用于软材料及其结构的力学分析,但是软材料与生物软组织的稳定性研究,无论在理论分析和数值模拟方面,仍面临着多方面的难题。

本研究组从 2001 年开始从事软物质力学的理论和实验研究,包括软物质表面和界面的形貌失稳与演化、浸润、接触、粘附、断裂等方面。2008 年秋,曹艳平博士在法国、德国留学多年后,作为优秀人才被引进到清华大学工作,他在固体力学理论、计算和实验方面的功底使其在软材料的表面失稳、力学性能测试等方面取得了系列成果。2014 年秋,李博博士在美国约翰·霍普金斯大学留学三年后,入选中央组织部青年海外高层次人才引进计划(青年千人计划),亦加盟清华大学生物力学与医学工程研究所,继续从事生物力学研究,软材料与生物软组织是其研究的一个主要方向。

在过去十余年间,先后有多名研究生以软材料力学作为其学位论文的选题领域。2002 年,黄世清进入清华大学工程力学系攻读博士学位,并将软物质薄膜的三维表面失稳与斑图演化作为博士学位论文的主题,研究了软物质薄膜的自发失稳、电致失稳等问题。2007 级博士生李博也继续开展薄膜-基底结构的稳定性研究,并拓展至生物软组织,重点考虑了由于生物软组织的非均匀生长导致的形貌失稳与演化问题。他于 2013 年获得全国优秀博士学位论文奖。此外,郑修鹏、贾飞、谢伟华、黄萧、赵岩、王嘉文、姜沂等也先后开展了薄膜-基底结构、生物器官与组织等的表面失稳力学的理论、计算、实验及其应用研究。本书内容是三位著者与研究生、合作者在软材料表面失稳力学方面部分研究工作的总结。

需强调的是,在过去的二十年间,国际学术界从力学、物理、化学、生物学等不同视角,对材料的表面失稳与形貌演化、表面形貌制备技术、表面形貌与性能(或功能)之间的联系及其工程应用等问题给予了广泛关注,在软物质表面失稳方面有了很多重要进展,限于篇幅,本书未能反应这部分工作。

本书所涵盖的部分研究工作是与余寿文教授和高华健教授合作完成的,此外也有三位著者与 J. W. Hutchinson、黄永刚、赵红平、洪伟、姜汉卿、王刚锋等教授合作取得的成果。在书稿的准备过程中,王自强院士、方岱宁院士等给了很好的建议,赵红平、徐光魁、贾飞、张立元、赵岩、赵子龙、王嘉文、郭昊原、乔莎莎、薛时磊、林绍珍、张程、盛骏源、李国洋、黄萧、谢伟华、尹思凡、孟庆华等老师和同学提供了多方面的帮助,科学出版社刘信力编辑等精益求精的工作也使本书大为增色。本书所涵盖的研究工作得到了国家自然科学基金委员会、科技部国家重点基础研究发展计划(973 计划)、清华大学等的资助。本书是在国家科学技术学术著

作出版基金的资助下出版的，并受欧阳钟灿院士之邀作为《软物质前沿科学丛书》中的一册出版。在此谨对上述支持与帮助者一并致谢。

本书对表面失稳力学的基本理论、分析和计算方法加以简单介绍，尝试揭示形貌失稳和演化现象的一些基本规律与力学机理，并希冀对该领域的进一步发展有些许参考价值。

囿于著者水平有限，书中不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

冯西桥

2017 年 6 月于北京清华园

目 录

丛书编委会

丛书序

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 软材料及其变形特点	1
1.2 表面失稳技术的应用	3
1.2.1 平版印刷技术	3
1.2.2 功能表面仿生制备	3
1.2.3 柔性电子器件	4
1.2.4 材料性质表征	6
1.2.5 生物组织形态学	7
1.3 软材料表面失稳力学	8
1.3.1 理论分析与数值方法	8
1.3.2 高分子软膜的稳定性	9
1.3.3 硬膜-软基系统的稳定性	12
1.3.4 生物软组织的表面失稳	14
1.4 软材料失稳力学的若干关键问题	15
1.5 本书内容	17
参考文献	17
第 2 章 弹性稳定性基础理论	26
2.1 失稳类型	26
2.1.1 分岔点失稳	27
2.1.2 极值点失稳	27
2.2 稳定性判断方法	28
2.2.1 静力法	29
2.2.2 能量法	36
2.2.3 动力法	39
2.3 Koiter 弹性稳定性理论	42
2.3.1 临界失稳分析	42
2.3.2 后屈曲分析	43

2.3.3 应用举例之一: 压杆失稳	44
2.3.4 应用举例之二: 硬膜-软基系统	47
2.4 软材料本构模型	48
2.4.1 线弹性本构关系	49
2.4.2 超弹性本构关系	49
2.5 本章小结	51
参考文献	52
第 3 章 弹性稳定性计算方法	55
3.1 牛顿-拉普森法	55
3.2 弧长法	56
3.3 伪动力学法	58
3.4 傅里叶谱方法	59
3.5 算例	61
3.5.1 膜基系统的整体失稳	61
3.5.2 膜基系统的局部化失稳	65
3.6 本章小结	67
参考文献	67
第 4 章 无限大硬膜-软基系统	69
4.1 平面应变失稳分析	69
4.2 薄膜的局部化失稳	71
4.2.1 弹塑性薄膜	71
4.2.2 超弹性薄膜	80
4.3 三维失稳分析	84
4.3.1 实验观察	86
4.3.2 理论模型	87
4.3.3 失稳模式	89
4.3.4 能量分析	89
4.3.5 表面曲率效应	94
4.4 含表面微纳米结构薄膜的失稳	96
4.4.1 量纲分析	97
4.4.2 计算模型	98
4.4.3 结果与讨论	99
4.4.4 应用	102
4.5 花瓣表面微观形貌的形成机理	103
4.5.1 实验方法	104

4.5.2 实验结果	104
4.5.3 分析与讨论	109
4.5.4 力学模型	112
4.6 本章小结	113
参考文献	113
第 5 章 局部载荷作用下的薄膜失稳	118
5.1 局部预拉伸诱发的径向失稳	118
5.1.1 理论分析	119
5.1.2 数值模拟	127
5.1.3 结果与讨论	128
5.1.4 后屈曲形貌演化分析	132
5.2 局部扭转失稳	133
5.2.1 理论模型	133
5.2.2 数值模拟	135
5.2.3 实验验证	137
5.3 本章小结	138
参考文献	138
第 6 章 夹层结构失稳分析	140
6.1 单层膜夹层结构	141
6.1.1 理论模型	141
6.1.2 临界屈曲分析	146
6.1.3 后屈曲分析	146
6.2 双层与多层膜夹层结构	149
6.2.1 数值模拟	149
6.2.2 理论分析	151
6.2.3 后屈曲形貌演化	152
6.3 本章小结	153
参考文献	154
第 7 章 梁-基系统	156
7.1 软基底上有限宽度薄膜的失稳	157
7.2 软基底上纤维的失稳	161
7.2.1 理论分析	161
7.2.2 横截面效应	163
7.2.3 无量纲函数	164
7.3 软基体内纤维的失稳	166

7.3.1 实验方法	166
7.3.2 理论分析	167
7.3.3 结果与讨论	175
7.4 本章小结	176
参考文献	176
第 8 章 非均匀基底上硬膜的失稳	180
8.1 软基底上双层膜的失稳	180
8.1.1 理论分析	181
8.1.2 数值验证	186
8.1.3 结果与讨论	189
8.2 梯度弹性基底上硬膜的失稳	192
8.2.1 理论分析	192
8.2.2 数值模拟	199
8.2.3 形貌演化	201
8.2.4 结果与讨论	203
8.3 本章小结	203
参考文献	203
第 9 章 非线性基底上的薄膜失稳	206
9.1 结构化基底	206
9.1.1 微柱阵列基底	206
9.1.2 周期粘接界面	208
9.1.3 分段线性本构模型	209
9.2 双模量基底上薄膜的二维失稳分析	210
9.2.1 理论分析	210
9.2.2 结果和讨论	212
9.3 双模量基底上薄膜的三维失稳分析	214
9.3.1 理论模型	214
9.3.2 等轴加载	220
9.3.3 非等轴加载	223
9.3.4 三维失稳形貌相图	228
9.4 微柱阵列基底上薄膜的二维失稳分析	229
9.5 本章小结	231
参考文献	232
第 10 章 柱状核壳结构	235
10.1 实验方法	235

10.2 数值模拟	236
10.3 理论分析	238
10.3.1 临界失稳分析	239
10.3.2 后屈曲分析	242
10.4 结果与讨论	247
10.5 本章小结	252
参考文献	253
第 11 章 基于失稳的表面形貌制备方法	255
11.1 基于薄膜刚度周期性变化的表面形貌制备方法	255
11.1.1 理论模型	256
11.1.2 实验方法	257
11.1.3 数值模拟	261
11.2 基于界面结构的表面形貌制备方法	263
11.2.1 理论模型	264
11.2.2 数值模拟	265
11.3 具有周期结构的膜基系统的临界失稳分析	269
11.4 多级表面形貌制备方法	275
11.4.1 实验方法	275
11.4.2 实验结果	275
11.4.3 理论分析	279
11.4.4 表面浸润性质	282
11.5 本章小结	283
参考文献	283
第 12 章 表面折痕失稳	286
12.1 Biot 折痕失稳分析方法	287
12.2 折痕失稳临界应变	290
12.2.1 表面折痕	290
12.2.2 界面折痕	291
12.3 缺陷敏感性分析	293
12.3.1 初始后屈曲分析	293
12.3.2 数值模拟	297
12.4 本章小结	301
参考文献	302
第 13 章 软膜的自发性失稳	303
13.1 能量分析	303

13.1.1 范德瓦耳斯相互作用势	304
13.1.2 弹性应变能	305
13.1.3 表面能	305
13.1.4 能量分析	306
13.2 二维分析	307
13.2.1 失稳临界条件	307
13.2.2 失稳特征波数	313
13.2.3 表面应力效应	313
13.2.4 失稳特征波长	314
13.2.5 失稳相图	315
13.3 三维分析	316
13.3.1 失稳临界条件	316
13.3.2 失稳特征波数	321
13.3.3 表面应力效应	322
13.3.4 失稳特征波长	323
13.3.5 失稳相图	324
13.4 曲面软薄膜	325
13.4.1 理论模型	325
13.4.2 圆柱形基底上的薄膜失稳	326
13.4.3 球形基底上的薄膜失稳	332
13.4.4 结果与讨论	338
13.5 本章小结	343
参考文献	343
第 14 章 外场作用下弹性软薄膜的失稳	347
14.1 LISA 工艺中薄膜失稳	347
14.1.1 二维模型	348
14.1.2 三维模型	353
14.1.3 数值模拟	358
14.2 电场作用下软物质薄膜的六方形貌失稳	359
14.2.1 理论模型	360
14.2.2 失稳临界条件	361
14.2.3 失稳特征形貌	363
14.3 SOL 薄膜结构的表面失稳	364
14.3.1 理论模型	365
14.3.2 失稳临界条件	370

14.3.3 失稳相图	371
14.3.4 失稳特征波长	373
14.3.5 临界薄膜应力	374
14.3.6 数值模拟	375
14.4 本章小结	375
参考文献	376
第 15 章 电场作用下软材料的表面失稳	379
15.1 基本方程	379
15.2 平面构型中粘性流体薄膜的电致失稳	380
15.3 圆柱基底上粘性流体薄膜的表面失稳	382
15.3.1 稳态物理场求解	383
15.3.2 线性稳定性分析	383
15.3.3 结果与讨论	387
15.3.4 多级形貌制备	391
15.4 纤维状粘性流体的表面失稳	392
15.4.1 理论分析	392
15.4.2 结果与讨论	394
15.5 带电软球的表面失稳	396
15.5.1 理论分析	397
15.5.2 结果与讨论	399
15.6 本章小结	401
参考文献	402
第 16 章 生物软组织的表面失稳	404
16.1 体生长理论	404
16.1.1 乘法分解	405
16.1.2 加法分解	406
16.2 应力分析与增量变形理论	406
16.2.1 应力分析	406
16.2.2 增量变形理论	407
16.3 平面构型中的失稳分析	409
16.3.1 变形分析	409
16.3.2 稳定性分析	410
16.3.3 结果与讨论	411
16.4 圆柱形单层组织的失稳分析	412
16.4.1 应力分析	413

16.4.2	稳定性分析	415
16.4.3	结果与讨论	417
16.4.4	讨论	419
16.5	圆柱状管腔粘膜失稳的三层模型	421
16.5.1	应力分析	421
16.5.2	稳定性分析	424
16.5.3	有限元模拟	426
16.5.4	非均匀生长	429
16.5.5	后屈曲演化	430
16.5.6	结果与讨论	434
16.6	圆柱管腔结构的三维失稳	435
16.6.1	理论模型	435
16.6.2	外表面自由圆柱	440
16.6.3	外表面固支圆柱	447
16.7	球腔内壁粘膜的失稳分析	451
16.7.1	应力分析	451
16.7.2	稳定性分析	454
16.7.3	有限元模拟	459
16.8	本章小结	462
	参考文献	462
第 17 章	核壳结构的生长失稳分析	466
17.1	圆柱核壳结构的二维分析	466
17.1.1	应力分析	466
17.1.2	稳定性分析	469
17.1.3	失稳临界条件	470
17.1.4	有限元模拟	471
17.1.5	后屈曲演化	472
17.2	圆柱核壳结构的三维分析	475
17.2.1	应力分析	476
17.2.2	增量变形理论	478
17.2.3	失稳临界条件	481
17.2.4	有限元模拟	483
17.2.5	结果与讨论	483
17.3	球形核壳结构	486
17.3.1	应力分析	486